

低渗透覆盖层上围堰渗流与应力变形耦合仿真研究

吴梦喜^{1,2}, 宋世雄¹, 吴文洪³

(1. 中国科学院力学研究所, 北京市 100190; 2. 中国科学院大学, 北京市 100049;
3. 中国电建集团中南水利水电勘测设计研究院有限公司, 湖南省长沙市 410014)

[摘要] 饱和土层在荷载作用下会产生超孔隙水压力。深厚低渗透土层天然地基上的土石围堰基础中, 因填筑产生的超孔隙水压力的消散速度相对于围堰填筑和运用全生命周期是缓慢的。超孔隙水压力的产生、发展和变化对围堰及堰基的渗流、应力变形和稳定性影响很大。常常需要采用碎石桩等堰基处理措施缩短低渗透土层的固结排水距离, 以控制堰基超孔隙水压力的累计幅度, 加速其消散速度, 从而减小堰基的变形, 提高防渗体系的结构安全性和堰基的抗滑稳定性。围堰全生命周期中渗流和应力变形的耦合性状为围堰的方案设计所需要。本文介绍包含碎石桩的饱和土地基渗流变形耦合仿真方法及其关键模拟技术问题, 结合拉哇水电站上游围堰的设计方案研究, 介绍围堰 2 个典型时刻堰基的孔隙水压力和位移情况, 并阐述其特点。

[关键词] 渗流; 变形; 有限元; 固结; 耦合模拟

0 引言

深厚覆盖层上的土石围堰, 其防渗体系一般由堰体下部和覆盖层中的混凝土防渗墙、堰身的土质防渗墙或防渗膜、覆盖层底部与岸坡风化基岩中的水泥灌浆防渗帷幕构成^[1-3]。土石围堰设计中需要研究围堰(含堰基, 下同)的渗流、应力变形和稳定性, 以确保围堰不发生危及防渗体系安全的过大变形, 防止围堰渗透破坏和滑坡失稳。目前围堰设计时, 一般仅对围堰分阶段进行渗流、应力变形和稳定性分析^[2]。渗流计算一般采用稳定渗流分析方法^[2]。应力变形计算中岩土体的本构模型一般采用非线性弹性模型^[3]。稳定性计算一般采用极限平衡法^[3]。

藏区河流逐步成为我国水电开发的主战场。藏区河流普遍河谷深切, 河床覆盖层常见堰塞湖沉积的粉土、粉质黏土、黏土等低渗透土层。饱和土体在快速荷载作用下因土体来不及排水固结, 因而其抗剪强度计算时常采用不排水强度指标。低渗透天然覆盖层地基因围堰填筑产生的超孔隙水压力的消散速度相对于围堰填筑和运用全生命周期是缓慢的。土石围堰常常需要对堰基采用砂桩或碎石桩(不妨统称为碎石桩)等处理措施。低渗透土层在受压固结过程中向碎石桩排水, 缩短了土层的排水路径。碎石桩处理使地基处于部分排水状态。低渗透土层中的孔隙水压力的变化不但与围堰填筑与运用过程中渗流边界条件的变化关系密切, 而且与围堰填筑的自重荷载、水压力作用边界位置的变化过程关系密切。堰体及堰基的变形也与堰基孔隙水压力变化关系密切。因此, 低渗透土层上围堰的应力变形和渗流是耦合相互作用问题, 堰基的稳定性也取决于这种相互作用的结果。低渗透土层上围堰从施工到运用完成, 堰基一般都难以达到稳定渗流状态。后一个时期的渗流、应力

变形结果与前一个时期的情况密切相关,因而围堰的渗流、应力变形的预测,需要模拟围堰从天然地基的初始状态开始,包含填筑和地基处理以及水位变化的全过程。深厚低渗透土层上的围堰设计给计算分析带来了新挑战。本文以拉哇水电站的上游围堰设计方案的渗流、应力变形的分析为例,来阐述低渗透土层地基耦合仿真分析过程中存在的模拟技术问题,介绍模拟程序开发进展及模拟结果情况。

1 工程情况与分析需求

1.1 工程情况

拉哇水电站是金沙江上游河段 13 级开发方案中的第 8 级。枢纽主要由混凝土面板堆石坝、右岸溢洪洞、右岸泄洪放空洞、右岸地下厂房等建筑物组成。施工导流采用围堰一次拦断河床的隧洞导流方式。施工导流建筑物属于临时性建筑物,其级别为 3 级。上游土石围堰最大高度约 60.0m,大坝基坑开挖坡高约 70m,下游围堰最大高度约 24.0m。

上游围堰轴线河床覆盖层厚度约 66m,主河槽基岩面高程约为 2470.0m。围堰两岸裸露弱风化基岩,岩性为绿泥角闪片岩 ($P_{\text{基}}^{a1}$)。左岸地形坡度约为 60° ,右岸地形坡度 $35^\circ\sim 45^\circ$ 。两岸强卸荷带埋深 10~15m,弱卸荷带埋深 40~45m。河床部位基岩岩性为绿泥角闪片岩 ($P_{\text{基}}^{a1}$),弱风化下限铅直埋深 55~75m,其岩体厚度 5~15m。

上游围堰堰基及基坑边坡区域河床覆盖层厚度 65~68m,从上至下分别为表层砂卵石层 (Q^{a5})、中部堰塞湖沉积层 (Q^{l3} 层、 Q^{l2} 层)、底部砂卵石层 (Q^{a1}),各层详细情况如下:

(1) 河床表层 Q^{a5} 砂卵石层,河床冲积砂卵石层夹少量漂石,在堰基区域其厚度为 1.4~4.6m,在基坑边坡区域其厚度为 2.15~7.2m,该层分布不均匀,厚度变化大。

(2) 中部堰塞湖相沉积层 Q^{l3} 层,含淤泥质粉砂、黏土质砂,在堰基区域其厚度为 14.7~18.1m、分布高程为 2514.00~2521.00m,在基坑边坡区域其厚度为 18.95~21.45m、分布高程为 2507.00~2512.00m。

(3) 中部堰塞湖相沉积层 Q^{l2} 层,厚度约为 31.4m,自上而下可分为 Q^{l2-3} 、 Q^{l2-2} 、 Q^{l2-1} 三个亚层,其中, Q^{l2-3} 层以低液限黏土为主,多呈流塑状,厚度 4~8.5m; Q^{l2-2} 层以低液限粉土和砂质低液限粉土为主,多呈可塑~软塑状,厚度 10~15m; Q^{l2-1} 层以低液限黏土为主,局部为低液限粉土,多呈可塑~软塑状,厚度 15.2m。

(4) 上游围堰下游堰脚处河床底部靠右岸发育有 I 号透镜体,物质组成为崩石、块石,顺河向长度为 325m、宽度约为 70m,最大厚度为 32.1m,分布高程为 2489.50~2487.00m。该透镜体是堰塞湖相沉积物形成前岸坡崩塌堆积物,上下游两侧厚度逐渐变薄。另外,在防渗墙轴线处揭露 1 处块石、崩石透镜体,最大厚度 18m;该透镜体位于河床靠左岸坡脚处,也是堰塞湖沉积物形成前岸坡崩塌堆积物。

(5) 河床底部 Q^{a1} 砂卵石层,为卵石、块石夹砂,在堰基区域钻孔揭露的厚度为 4.6~5m,在基坑边坡区域钻孔揭露的厚度为 2.25~13.1m,底界面最低高程为 2470.70m。

上游围堰结构图如图 1 所示。堰基采用 1m 厚混凝土防渗墙、堰身上游面采用防渗膜

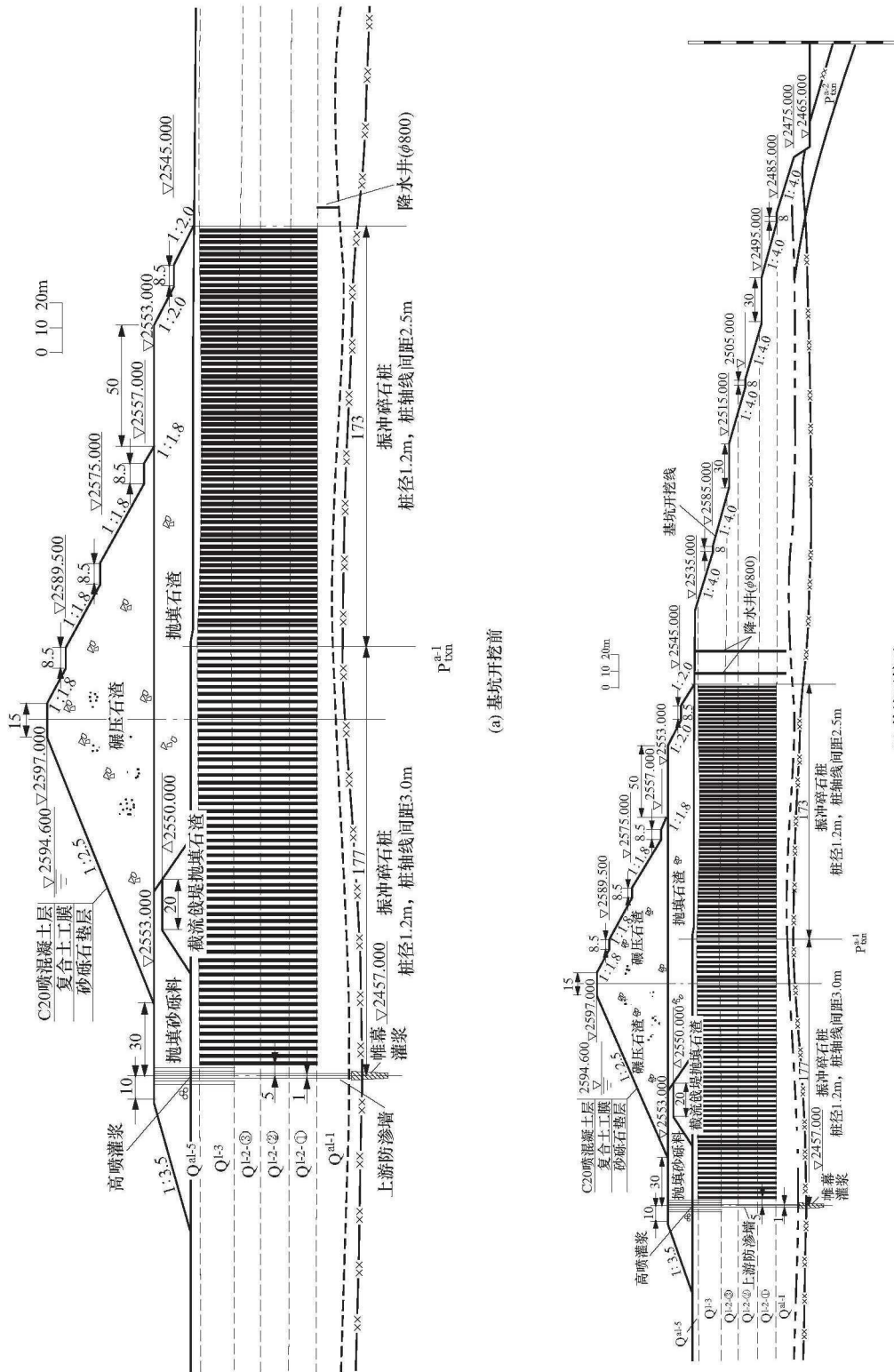


图 1 上游围堰结构剖面图

防渗。防渗墙位于堰轴线上游 147.5m。防渗墙下部及两岸基岩帷幕灌浆。防渗墙下游侧堰基布置碎石桩。碎石桩设计直径 1.2m, 有效直径 1.0m, 梅花型布置。防渗墙下游 177m 范围内碎石桩间、桩中心线间距和排距均为 3m; 防渗墙下游 177~350m (下游堰脚) 范围间、间排距均为 2.5m。在围堰下游坡脚处布置两排共 5 口降水管井 (2 口备用), 上游排 3 口, 下游排 2 口, 井间、排距 15m, 上下游排交错布置。基坑开挖时可以将井中水位降至最下层覆盖层 Q^{d-1} 层顶部 (高程约 2486m)。

1.2 模拟需求的分析

围堰设计方案的合理性判断, 需要进行堰体和堰基的渗流、应力变形和稳定性分析, 预测围堰在填筑、高水位挡水和基坑开挖各阶段的渗流、应力变形和稳定性性状, 并论证防渗方案的合理性、堰基的渗透稳定性、防渗体系的结构安全性、基础处理方案的合理性和堰基与开挖边坡开挖过程中和开挖后的抗滑稳定性。需求分为渗流分析、应力变形和稳定性分析三部分。

1.2.1 渗流分析需求

渗流分析的任务是论证防渗方案的合理性和堰基的渗透稳定性。需要了解围堰在最不利情况下的渗流量和渗流场情况, 研究基岩中帷幕灌浆的合理深度。本工程上下游高水位, 基坑开挖完成时的稳定渗流工况是最不利情况。忽略来源于两岸山体基岩中地下水向基坑的排水, 可分别对上游围堰和下游围堰进行三维有限元建模计算, 获得上游围堰和下游围堰的稳定渗流场和渗流量结果。

1.2.2 应力变形分析需求

应力变形分析的任务首先是论证围堰基础处理方案、结构设计的合理性和防渗体系的结构安全性, 其次是为堰基和边坡稳定分析提供应力场结果。

低渗透土层在堰体填筑时产生超孔隙水压力, 堰基中设置碎石桩, 可以缩短低渗透土层的排水距离以降低超孔隙水压力累积的幅度和加快其消散速度。超孔隙水压力的产生和发展的模拟不但需要渗流与变形的耦合计算, 而且要对围堰填筑和运行全过程 (简称全生命周期) 进行渗流与变形的耦合模拟。

围堰全生命周期中, 包含堰体填筑、堰基防渗墙和碎石桩处理、模型外边界位置变化和水位变动、基坑开挖等过程, 甚至还包括减压井抽水。要获得比较符合实际的应力变形预测结果, 有限元计算中对这些给定时间过程的事件均需要合理模拟。全过程耦合模拟得到各工况下的堰基渗流场和应力变形情况, 可以论证堰基处理措施、围堰结构、基坑开挖边坡设计的合理性。

1.2.3 稳定分析需求

包括填筑、挡水过程中堰坡与堰基的稳定性、基坑开挖过程中基坑边坡的稳定性。由于堰基中存在超孔隙水压力, 且由于堰基碎石桩处理措施使堰基在各工况处于部分排水状态, 因而其稳定性分析需要以渗流与变形耦合分析的结果为基础。无论是采用条分法极限平衡分析, 还是采用基于有限元应力场的改进极限平衡法分析, 均应利用堰基的孔隙水压力或有效应力计算成果。因而, 堰基和基坑开挖边坡的稳定分析, 也需要以渗流与变形全过程耦合分析的成果为基础。

2 计算理论与模拟技术

渗流与变形耦合模拟是在围堰渗流控制方案论证后进行的,本文介绍的研究内容仅限于满足应力变形分析需求的研究成果。

2.1 渗流与变形耦合的基本方程与特点

围堰的渗流存在非饱和区,因此围堰渗流与变形研究需要考虑土的饱和度变化。低渗透土层在围堰填筑过程中渗透系数变化很大,因此,饱和渗透系数的变化要考虑孔隙压缩的影响。假定孔隙气压力为0时,以指标符号系统表示的变饱和度的耦合变形的渗流微分方程如下式:

$$\left[-k_r(s) \cdot K_{ij}(\phi) \cdot \left(\frac{p_w}{\gamma_w} + z \right) \right]_{,j} + \phi s'(p_w) \frac{\partial(p_w)}{\partial t} + s \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

其中, s 为土体的孔隙水饱和度; $k_r(s)$ 为非饱和渗透系数与饱和渗透系数的比值,称之为相对渗透系数,是饱和度 s 的函数; $K_{ij}(\phi)$ 为渗透张量,随着土体的孔隙率而变化; p_w 为水压力; γ_w 为水的容重; z 为坐标轴,正方向为重力的反方向, z 坐标可以理解为位置水头; ϕ 为孔隙率; $s'(p_w)$ 是饱和度对孔隙水压力的偏导数, $s'(p_w) = \partial(s)/\partial p_w$; t 为时间; u 为位移向量; i, j 为下标,表示坐标轴, $i, j = 1, 2, 3$; 下标中逗号“,”表示求偏导数,重复下标表示求和。

方程左边的第一项是渗流速度向量的散度,中括号内的表达式是广义达西定律表示的渗流速度;第二项和第三项分别表示因饱和度变化和孔隙率变化引起的孔隙水体积含量变化率(体积应变与孔隙率变化量相等)。

变形耦合渗流的微分方程由弹性力学的力平衡方程[见式(2)]有效应力公式[见式(3)]、本构关系[见式(4)]和几何方程[见式(5)]这4个方程组成,力学的符号系统,以拉应力为正,压应力为负。

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \text{sgn}(p_w) \cdot p_w \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\sigma'_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (4)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

其中, σ_{ij} 为总应力张量; f_i 为体积力; σ'_{ij} 为有效应力张量; $\text{sgn}(p_w)$ 是孔隙水压力的符号函数,表示忽略负的孔隙水压力对变形的影响,即当孔隙水压力为负值时,有效应力取值不变; D_{ijkl} 为弹性矩阵张量; ϵ_{kl} 为应变张量。下标 i, j, k, l 取值 1、2、3。

以上4个方程合并可得到耦合渗流(孔隙水压力 P)的变形微分方程:

$$\left[\frac{1}{2} D_{ijkl} (u_{k,l} + u_{l,k}) - \text{sgn}(p_w) \cdot p_w \delta_{ij} \right]_{,j} + f_i = 0 \quad (6)$$

方程(1)是标量方程,方程(6)是向量方程。基本变量为孔隙水压力 p_w 和位移向量 U_i 。对于三维问题共有4个变量。

方程(1)中包含的相对渗透系数函数 $k_r(s)$ 和渗透张量函数 $K_{ij}(\phi)$,二者均由土的

物理特性决定, 前者的值随着饱和度变化, 后者的值随着孔隙压缩而变化。方程 (6) 中的 D_{ijkl} 是弹性矩阵或弹塑性矩阵, 由本构模型、模型参数、应力状态和加卸载历史决定。当采用线弹性本构模型时, 只与弹性模量和泊松比 2 个参数有关, 与应力状态和应力历史无关。而土体的变形计算, 一般采用非线性弹性模型或弹塑性模型。当采用非线性弹性或弹塑性模型, 如邓肯-张模型或修正剑桥模型时, 还与应力状态和应力历史有关。由于耦合方程中的这 3 个函数与孔隙水压力和位移结果有关, 因而方程 (6) 也是非线性的。

相对渗透系数常采用 Mualem's (1976)^[4] 公式描述, 弹性矩阵由本构模型计算, 模型参数由相应的试验测定。而渗透系数与孔隙率的关系, 不同的土类差异很大, 要定量描述还很困难。

由于实际工程问题的分析中, 不同的情形对这些关系的准确性的需求差异很大, 这些关系的测定又是很费时、费钱。因此, 对相对渗透系数、渗透张量、弹性矩阵的确定的需求, 需要与实际工程问题的研究结合。关键参数的测定准确性要求高, 不敏感参数的测定则可放宽要求, 甚至可根据文献资料和工程经验选用。

两个方程的空间离散, 采用有限元方法; 时间轴方面, 方程 (1) 中时间偏导数可通过隐式差分法离散, 方程 (6) 中的本构关系采用非线性弹性模型且每个时步采用增量法, 弹性矩阵的确定依据时步初和时步末的平均应力计算。两个方程联立求解, 即可获得一个时间步的位移增量和当前时刻的孔隙水压力结果, 并依据位移增量计算应力增量。当然, 非线性方程是迭代求解的, 达到收敛标准后方获得一个时间步的最终计算结果。

2.2 渗流与变形耦合模拟若干技术问题初步探讨

模型的概化方法、模拟功能、算法的收敛性、模拟的准确性等若干问题是低渗透土层上围堰全过程渗流与变形耦合仿真的重要问题。

2.2.1 模型概化问题

围堰的渗流和应力变形耦合常需要计算二维和三维情况。坝址河谷狭窄的围堰的渗流具有显著的三维特征, 通过防渗断面处的灌浆帷幕和帷幕下的基岩的渗流量常常远远大于通过防渗墙与迎水面防渗膜或土质心墙的渗流量。防渗墙的应力变形也具有显著的三维应力变形特征。因此, 需要进行围堰的三维渗流与应力计算。

碎石桩在堰基中大量布置, 如果计算网格中对每个碎石桩都进行剖分, 则因三维模型的前处理工作量、网格数目和计算规模过大, 而不能适应围堰方案设计对分析工作的进度和研究成本的需求。复合地基设计规范中将桩和土等效为一种复合材料的方法仅能基本满足变形等效而不能满足孔隙排水速度等效, 不能满足耦合分析的需要。因此, 三维计算中, 碎石桩区域过水能力、孔隙排水速度和变形等效的模型概化方法需要研究, 以便使该区域用较少的网格来等效模拟。

二维模型能以较低的成本快速了解堰基全生命周期的渗流与变形情况, 以便基本确定围堰的结构和地基处理方案。稳定性分析也主要基于二维孔隙水压力和有效应力模拟结果。因此, 二维的耦合计算分析是十分重要的。其分析结果能否基本反映围堰的渗流和变形性状, 是计算成果是否有参考价值的关键。二维模型既要基本反映三维渗流性状, 又要基本反映排水固结性状。二维模型中, 碎石桩区域可以分成桩和基土两种材料相间分布,

按照三维排水距离等效来确定基土的宽度、按置换率和基土宽度来计算桩的宽度。而渗流场的三维特征,可以通过在二维模型中防渗墙和防渗膜部位额外增加一列宽度为1的绕渗单元来模拟三维效应,绕渗单元的上游侧表面的水头同上游水位,下游侧单元与防渗体下游侧单元边重合,使渗流可以直接通过绕渗单元进入防渗体下游。绕渗单元的渗透系数,在已有典型工况三维稳定渗流计算结果的基础上,按高程整理防渗断面的渗流量,获得高程—渗流量关系,并根据各部位的水头差确定各部位绕渗单元的渗透系数,使防渗墙后的水位变化情况与三维渗流结果大体一致。

2.2.2 模拟功能问题

低渗透土层堰基上的围堰全过程渗流变形耦合计算,是水电开发过程中的新需求。这方面的工程分析实例未见文献报道,未发现有商业软件具备这种模拟功能,也未了解到国内相关高校和科研单位有现成的自主开发的程序具备此功能。在土石坝渗流和变形耦合计算程序的基础上,需要增加适应围堰全过程耦合模拟需要的一些新功能。

土石围堰与土石坝相比具有如下特点:

(1) 围堰始于水中填筑,戗堤合龙后上下游产生较大水位差,且戗堤前后均可能在水中继续填土。

(2) 地基处理措施,包括混凝土防渗墙和碎石桩,其施工在堰体填筑过程中进行。

(3) 围堰迎水侧水位随洪水过程而变化,背水侧因基坑开挖,基坑中水位和开挖面随时间变化。

(4) 堰基低渗透土层渗透系数随压密变化幅度大,如忽略其变化影响则耦合计算中超孔隙水压力预测结果可能与实际偏差过大而影响整个模拟成果的价值。

因此,具备土石坝渗流与变形耦合计算功能的有限元软件,也需要添加如下功能才能较好满足围堰全过程耦合分析的需求:

(1) 耦合计算中水中填土过程的模拟。水中填土过程中堰基中有超孔隙水压力产生。填土过程中堰体在水下的渗流外边界和孔隙水压力作用边界发生变化。必须开发水中填土模拟功能,并检验水中填土过程中的模拟结果的合理性。

(2) 地基处理和防渗墙施工模拟。碎石桩和防渗墙等地基处理措施在施工前后,所及部分单元的渗流和变形计算的参数不同,因而需要依据实际的施工时间仿真模拟。防渗墙与两侧土体之间沿着接触界面还存在非连续的滑移变形,防渗墙形成后,墙与土之间需要设置接触面单元。防渗墙后的非饱和区域,墙和土界面还可能是渗流的内部溢出面。因此地基处理和防渗墙施工模拟时需要进行特殊处理才能实现全过程的耦合模拟。

(3) 低渗透土层渗透系数时空变化的模拟。低渗透土层的渗透系数随着填筑压密而变化,全过程耦合过程中渗透系数可以依据土体的固结系数、应力状态和变形模量来计算。

(4) 基坑开挖模拟。土体的开挖表面处于0正应力和0剪应力状态,土体开挖的模拟一般在开挖面施加与前一计算级所得的开挖面上的应力等效的反向荷载模拟。耦合计算中发现如此处理并不能达到开挖表明应力为0的效果。需要同时施加上一计算级的表面应力的反向荷载和孔隙水压力差产生的水压力荷载,方能实现开挖面上的正应力和切应力为0的实际。

2.2.3 算法的收敛性问题

耦合计算是渗流和变形的耦合求解,既包含有限元渗流计算和变形计算中存在的算法问题,还包含二者耦合产生的问题。土石围堰可视为土石坝,非饱和区的渗透系数和外边界溢出面范围需要在迭代求解过程中确定,围堰渗流场中还存在内部溢出面,其范围和传递流量也需要在迭代过程中确定,是非线性问题,迭代的收敛性问题突出^{[5][6]}。土的变形求解过程中,变形模量矩阵需要由应力状态确定,也是非线性迭代问题。即使只是饱和多孔弹性介质的 Biot 固结计算,也还存在收敛性问题^{[7][8]}。可见包含非饱和渗流和采用土体非线性本构模型的耦合计算中收敛性问题显然更加突出。基于土的非线性本构模型的围堰渗流与变形耦合计算中,算法的**收敛性和迭代效率**是其中的 1 个关键技术问题。计算规模越大,收敛需要的迭代次数越多,收敛越困难。

本文的渗流计算方法参见文献[5][6]。本构模型采用非线性弹性的邓肯 *E-B* 模型。孔隙水压力和位移是基本变量,有限元形成的耦合线性方程组同时求解。迭代分成 2 层,外层是本构模型模量矩阵迭代计算,采用中点应力法确定,内层是渗流计算迭代,两次计算的节点正孔隙水压力差的最大值作为收敛变量。控制标准为收敛变量小于给定值或迭代次数达到设定值。全过程分成若干计算级,计算级又分成若干计算时步。研究过程中发现,荷载增加速率大的计算时步往往在给定的迭代次数中达不到收敛标准,且相邻两次迭代计算的误差并不一定随迭代次数增加而减小。

2.2.4 变形与应力模拟的准确性问题

本构模型及其参数确定是土体应力变形模拟中的重要内容。所采用的本构模型与非线性计算方法,能否模拟土体在实际变形过程中的应力应变关系,关系到所得的变形和应力结果与实际情况的符合程度。水利水电工程中,土石堤坝的本构模型一般采用非线性弹性模型进行计算,如邓肯 *E-B* 模型。低渗透土层地基围堰填筑的变形,与土石坝相比有如下特殊性:

(1) 低渗透土层由于荷载作用下土体中超孔隙水压力产生,往往剪切应力水平比较高,小主应力较小,甚至在堰基上部和堰体中出现较大范围的拉应力区域。

(2) 小主应力较小甚至出现拉应力时,土体的变形模量如何取值文献中很少探讨,相关本构模型也基本没有介绍,然而计算过程中无法回避,而其取值方式对堰基变形量影响很大。

(3) 计算过程中部分土体单元出现拉应力和剪应力超过抗剪强度,存在拉应力的迁移和剪应力迁移问题,能否合理模拟也不同程度影响模拟结果。

由于存在以上特殊性,低渗透土层上围堰的变形准确预测比土石坝计算更困难,结果可能仅是定性和半定量的。小主应力值很低甚至出现拉应力条件下土体的变形模量如何取值,需要结合室内试验(现在的土体三轴试验的起点侧向压力取 100kPa,难以合理计算埋深较浅的土层在低小主应力值时的变形)和现场试验深入研究的问题。拉裂,塑性滑移的模拟对于获得比较符合实际的应力场(静力许可)和提升变形模拟的准确性也很重要。但在耦合计算中,同时较好解决这些问题也是十分困难的。本文未包含拉应力释放与剪应力迁移模拟。

3 计算模型与条件

3.1 计算模型与条件

围堰全过程模拟共分为 61 个计算级进行，每个计算级依据其时间间隔情况又分成 1~5 个计算步。计算分级示意如图 2 所示。第 42 级，进行土工膜铺设，上游水位上升至 2566m，下游水位不变，历时 1 天。第 1 计算级计算天然地基的初始应力场和渗流场；第 2 级进行碎石桩施工；第 3~9 级戗堤施工；第 10~17 级 II、III 区域的填筑；第 19~41 级进行 IV 区填筑，其间防渗墙在第 26 级形成，第 32 级降水井形成；第 42~43 级上游水位上升至最高水位；第 44~60 级上游水位维持不变，基坑逐级开挖直至覆盖层底部。

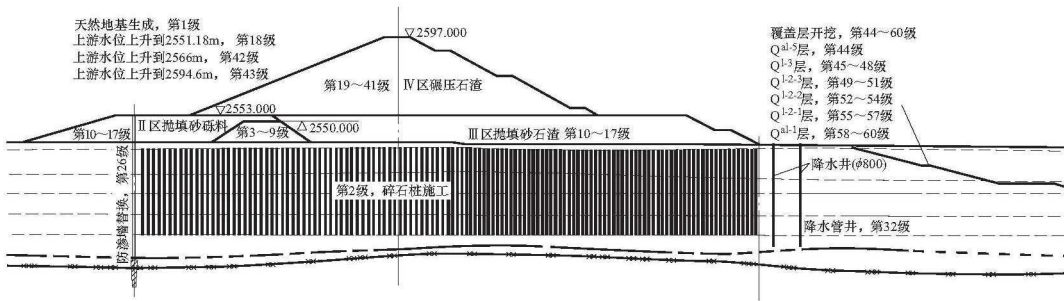


图 2 计算分级示意图

图 3 为各计算级序列的时间与填筑体顶部或基坑开挖底部高程关系，图中的数字为计算级。图 4 为计算级与堰上游水位、下游水位和降水井的水位关系。第 8 计算级及以前上下游水位均为 2545.74m。第 9~17 级上游水位为 2547.11m，第 18~41 级上游水位为 2551.18m；第 42 级上游水位开始快速上升，到第 43 级上游水位上升至最高水位 2594.6m。下游水位第 9~26 级下降至 2541.0m。第 26 级防渗墙形成后开始基坑抽水，到第 32 级基坑水位将至 2527.66m。第 32 级降水井形成，其后降水井水位与下游水位（即基坑内水位）相同，井中水位与基坑开挖底面高度保持基本一致，直到基坑开挖至 2486m 高程时，降水井中水位保持抽水至 2486m 高程不变。

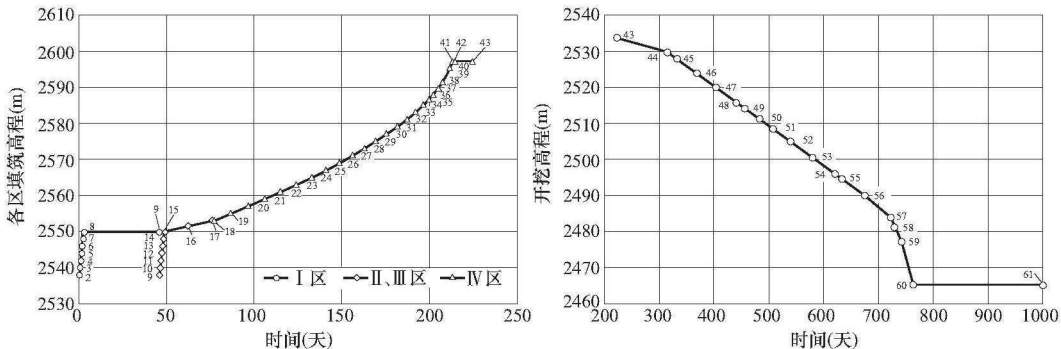


图 3 各计算级序列的时间与填筑体顶部或基坑开挖底部高程关系

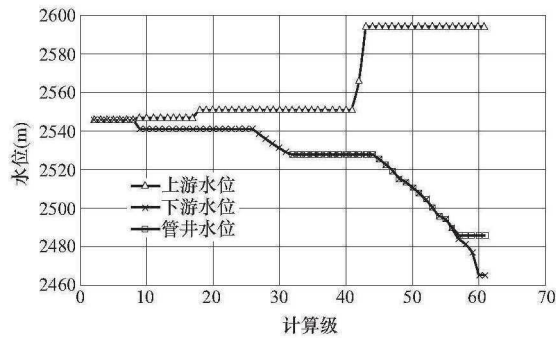


图4 计算级与填筑体顶部或基坑开挖底部高程关系

3.2 有限元网格

碎石桩区域依据有效桩径和排水速度相等的原则先确定桩间土宽度，然后依据置换率计算桩宽度。桩间距 3m 区域的桩间土宽度 3.14m，水平方向剖分成 15 个单元（桩间土必须剖分多个单元才能较准确模拟排水过程），桩宽 0.30m，在水平方向剖分 1 个单元。桩间距 2.5m 区域的桩间土宽度 2.31m，水平方向剖分 11 个单元，宽度 0.33m，水平方向剖分 1 个单元。防渗墙（1m 厚）水平方向剖分 3 个单元，墙两侧设置 0.1m 厚接触面单元。防渗膜厚取为 0.1m，其后设置 0.1m 宽的接触面单元。防渗墙和防渗膜后设为可能的渗流内部溢出面，其后部接触面单元同时作为可能的渗流接触面单元。防渗墙和防渗膜后设置宽度 1m 的绕渗单元，其下游侧边与接触面单元的下游侧边重合，其上游侧边列入渗流的上游水位边界（绕渗单元不参与变形计算）。天然地基中的碎石桩和防渗墙的仿真是其在施工的计算级的第一个计算时步，将对应的碎石桩、防渗墙及防渗墙两侧的接触面单元进行材料替换来实现，并依据原位覆盖层单元中的应力情况给予对应单元应力的初值。降水管井的模拟是在第一排管井处（堰下游坡脚外 8.17m）覆盖层底部沿深度设置水头边界。填筑和开挖通过有限元中通用的“生”“死”单元来实现。开挖边界面单元的应力边界条件在程序中按 0 正应力和 0 剪应力条件来模拟。二维整体有限元网格如图 5 所示，模型共有 58 320 个节点，59 102 个单元。

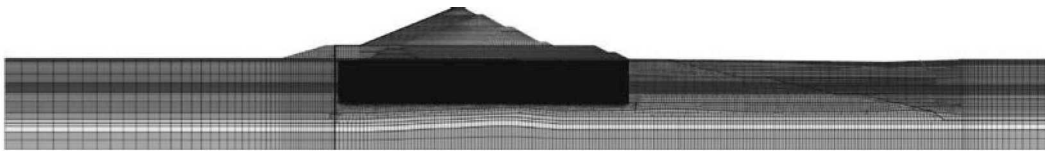


图5 模型有限元网格图

3.3 边界条件及其处理

耦合仿真中，水中填土边界和开挖边界条件需要适应渗流与变形耦合计算的特点，其处理有些特殊性。

第 3~17 计算级中，堰身戕堤和 II 区、III 区填筑。其中部分单元是水下填筑形成，模型的水下外部边界在这些计算级中发生变化，因填筑有些外部边界消失，也产生新的水下外部边界。这些信息通过数据文件输入。在计算过程中依据这些信息和水位变化信息，来

计算模型外部边界的力的增量情况和渗流边界条件。水中填土的边界处理方法经过了计算验证。

开挖面边界施加形成前该边界面上的有效应力的反向合力，同时施加前一级的孔隙水压力与当前级的表面水压力之差作为边界增量荷载，来实现开挖面上法向有效正应力和面上剪应力为 0 的边界条件，处理方法进行了验证测试。

模型中覆盖层的底部位移约束，两侧水平位移约束。渗流作为自然边界条件（不透水）。

绕渗单元的渗透系数依据三维渗流典型工况各高程单位河谷平均宽度绕渗流量与上游水位和防渗体后的水头差之比值确定，其单元上游侧边的渗流边界条件在绕渗单元生成后施加。方法的合理性经二维渗流水头等值线结果与三维渗流结果对比验证。

3.4 材料参数

计算用到的土的参数包括干密度、孔隙率、填筑饱和度、摩尔库伦强度指标、本构模型参数、渗透系数、非饱和渗透系数与土的饱和度关系曲线、饱和度与吸力关系曲线。土体的渗透破坏判断用到允许渗透坡降值。计算级第 1 级计算时覆盖层初始应力的修正用到天然覆盖土层的侧压力系数（依据计算所得的垂直正应力和侧压力系数修正水平向正应力）。低渗透土层考虑渗透系数与固结压力的关系，用到侧限压缩试验压力—压缩模量关系、固结试验中的水平固结系数和垂直固结系数（考虑水平与垂直向渗透系数的差异）。因篇幅限制，本文仅列出主要参数。

堰体填筑料和覆盖层土层的本构模型采用邓肯 E-B 模型，其密度、孔隙率、强度指标与邓肯 E-B 模型参数列于表 1。

表 1 填筑料和覆盖层土体邓肯 E-B 模型参数表

材料	干密度 (g/cm ³)	孔隙率	C (kPa)	Φ (°)	K	n	R_f	K_b	m	K_{ur}
抛填石渣	1.9	0.30	0	38	900	0.25	0.85	393	0.22	1500
抛填砂砾料	1.6	0.38	0	29	1000	0.28	0.75	400	0.22	1200
碾压石渣	2.05	0.25	0	21	900	0.25	0.85	393	0.22	1500
碎石桩	2.05	0.25	0	38	900	0.25	0.85	393	0.22	1500
Q ^{a1-5}	2.05	0.25	0	35	1000	0.35	0.8	340	0.2	1200
Q ^{t-3}	1.4	0.48	28.7	22	125	0.57	0.68	90	0.56	150
Q ^{1-2-③}	1.36	0.50	45	20	87	0.58	0.62	60	0.58	105
Q ^{1-2-②}	1.38	0.49	31	21	100	0.56	0.65	73	0.56	120
Q ^{1-2-①}	1.36	0.50	42	20	85	0.57	0.63	60	0.57	102
Q ^{a1-1}	1.95	0.25	10	36	1000	0.35	0.8	340	0.2	1200

河床覆盖层的允许渗透坡降和低渗透土层的固结系数列于表 2，其中固结系数取定值。低渗透土层的侧限压缩试验的压缩模量与固结压力的关系列于图 6，程序中依据这一关系和土层的侧压力系数，折算出体应力与体积模量的关系。再依据渗透系数与体积压力

和固结系数的关系, 计算低渗透覆盖土层单元中各高斯点的渗透系数 (随着有效应力状态而变化), 从而模拟渗透系数在空间和时间上的变化 (表 2 中 Q^{1-2} 、 Q^{1-3} 土层的渗透系数参数未使用)。表 3 为覆盖层以外的材料渗透系数表。

表 2 河床覆盖层渗透与固结参数

土层	$J_{\text{允许}}$	侧压力系数 K_0	渗透系数 (cm/s)	垂直固结系数 (cm^2/s)	水平固结系数 (cm^2/s)
Q^{al-5}	0.25~0.3	0.35	5.5×10^{-1}		
Q^{1-3}	0.44~0.75	0.5	6.8×10^{-5}	4.4×10^{-3}	4.5×10^{-3}
Q^{1-2-3}	0.42~0.79	0.6	2.9×10^{-6}	3.1×10^{-3}	3.9×10^{-3}
Q^{1-2-2}	0.43~0.63	0.55	3.5×10^{-6}	3.8×10^{-3}	4.2×10^{-3}
Q^{1-2-1}	0.43~0.79	0.66	2×10^{-6}	3.1×10^{-3}	3.9×10^{-3}
Q^{al-1}	0.25~0.3	0.36	3.0×10^{-2}		

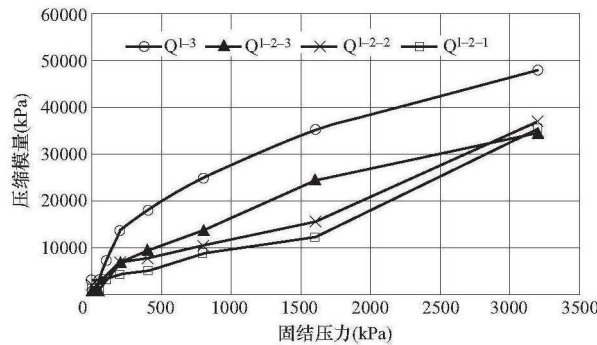


图 6 侧限固结试验压缩模量与固结压力关系

表 3 覆盖层以外的材料渗透系数表

材料	抛填石渣	抛填砂砾料	碾压石渣	碎石桩	防渗墙	防渗帷幕	防渗膜
渗透系数 (cm/s)	5.00×10^{-1}	5.00×10^{-2}	5.00×10^{-2}	5.00×10^{-2}	1.00×10^{-7}	1.00×10^{-5}	6.67×10^{-9}

防渗墙、防渗膜和基岩采用线弹性模型。防渗墙的弹性模量取 1500MPa, 泊松比取 0.2。防渗膜的弹性模量取 100kPa, 泊松比取 0.49。各风化程度基岩的渗透系数和弹性参数因篇幅限制从略。

本文接触面单元应力—应变关系采用邓肯—克拉夫模型, 法向模量在受压时取一大值, 受拉时取。剪切模量按以下公式计算:

$$k_{st} = k_1 \gamma_w \left(\frac{\sigma_n}{p_a} \right)^n \left(1 - R_f \frac{\tau}{c + \sigma_n \tan \varphi} \right)^2 \quad (7)$$

式中, σ_n 、 τ 分别为接触面上的法向应力和切向应力; k_1 、 n 为剪切劲度系数; γ_w 为水的容重; p_a 为标准大气压力; φ 为外摩擦角; R_f 为破坏比。

防渗墙与两侧土体之间、防渗膜与堰体之间在防渗墙和防渗膜生成后设接触面单元,

其强度参数取接触土体的参数值,模型中所有的接触面的 k_1 、 n 和 R_f 均取值为100、0.57、0.68。而接触面单元的渗透参数,则取相应土体的渗透参数。

4 计算结果与讨论

摘取戽堤填筑形成和填筑完成2个典型计算级的渗流、位移和应力结果,分析渗流应力的耦合作用和碎石桩的排水效果。

4.1 戽堤填筑形成时的渗流场、位移和应力

戽堤3天自建基面均匀上升到2550m高程(第8计算级)。不同高程的水平位置—水头关系如图7所示。 Q^{1-2-1} 土层的底部(土层的位置结合图8看),即强透水的 Q^{al-1} 层顶部,水头基本不随水平位置变化,最大值2546.42比静水位2545.74m(上下游水位差为0)仅大0.68m,且与图中范围的最小值2546.02m(位于 $x=50m$ 处)水头相差仅0.40m。而 Q^{1-3} 土层顶部,即强透水的 Q^{al-5} 层底部,戽堤中部的水头显著大于两侧,最大值2548.22m,超过静水位2.48m。经查这个位置上部节点的水头,发现介于2548.22~2549.81m之间,位置越高,水头越大。可见此处的水头超出静水位,不是由于该处孔隙压缩引起,而是由于下部低渗透土层中通过压缩向上排出(主要通过碎石桩)后,在强透水层中向两侧排水,而非孔隙压缩产生超孔隙水压力引起。 Q^{1-3} 土层的中部最大水头2554.51m,位于水平坐标-74.95m处,超过静水位8.73m,超孔隙水压与土重(堰基表面上砂砾石柱的垂直有效土重170.51kPa,垂直荷载速率57kPa/天)之比为50.2%。此处虽然布置有3m间距的1.2m直径碎石桩,低渗透的堰塞湖沉积粉土层中仍然超孔隙水压力消散不足一半。

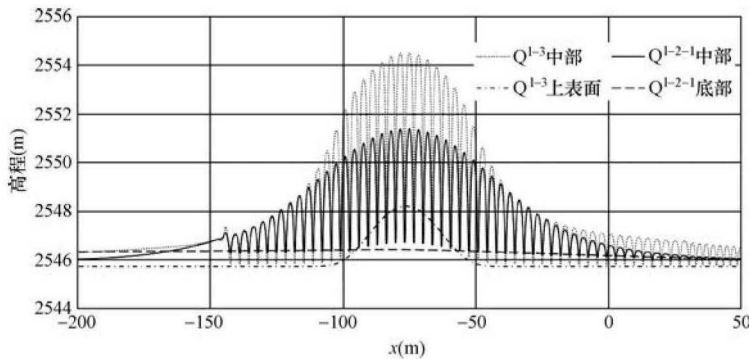


图7 戽堤填筑完成时(第8级)不同位置水平位置—水头关系

戽堤中部的碎石桩边线和桩间土中线高程—水头关系如图8所示。碎石桩边线和桩间土中线分别位于水平坐标-76.59m和-74.95m处。碎石桩在 Q^{1-3} 土层顶部与 Q^{1-2-1} 土层底部处有1.79m水头差,说明碎石桩向底部强透水层 Q^{al-3} 排水。桩间土中线的高程—水头关系很有意思。堰塞湖沉积层网格 x 轴方向第1个内部点和最底一个内部点的值,远远大于其他内部点的值,不符合土层接近上下强透水边界超孔隙水压力消散更多的规律。这不是物理现象本身,而是数值模拟中产生的问题。在对饱和多孔线弹性介质的一维固结计算

测试算例, 四周约束底部位移约束, 四周水平位移约束, 底部和四周均不透水, 顶部排水, 顶部施加垂直荷载, 当模型仅为 1 个 1 次单元, 且加载持续时间与渗透系数的乘积足够小时, 底部节点的超孔隙水压力接近垂直荷载的 2 倍。出现这个结果的原因是, 饱和土在快速荷载作用下因为来不及排水其孔隙压缩量接近于 0, 而顶部节点的孔隙水压力不变, 内部的超孔隙水压力是通过节点线性插值而来的, 其在整个单元中的平均值要达到接近于垂直荷载这个条件, 不可避免地就计算得出了底部节点的超孔隙水压力接近荷载的 2 倍这个结果, 误差接近 100%。对于垂直方向有多个高度接近的单元的情况, 内部第一个点的超孔隙水压力的误差会大幅降低, 近强透水层的土层边界单元越密, 误差越小。因为水平向网格尺度仅为 0.2, 仅为垂直向的网格尺度为 2.3m 的 10%, 因此, 水平方向的水头连线比较平顺, 数值计算本身造成的误差较小。因此, 对于快速荷载来说, 靠近排水荷载的第一个内部点的结果, 尤其是其值为最大值的时候, 可能大大高于真实物理情况, 不能将此节点的结果, 作为超孔隙水压力的特征值。若要减少数模本身的这种误差, 低渗透性土层的网格在与高渗透性土层接触处应取较小的网格密度。Q³ 土层内部的第 3 个点水头值 2554.51m, 作为该水平位置高程方向上的最大值。

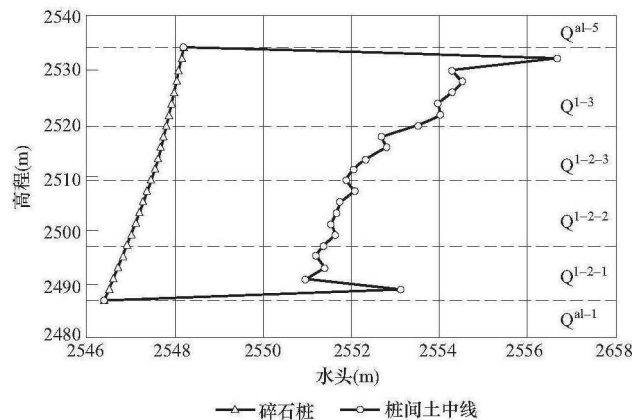


图 8 钱堤中部碎石桩与桩间土的水头高程关系

Q³ 土层中部土单元或桩单元高斯点的正应力连线如图 9 所示, 反映正应力与水平位置关系。土中的垂直向正应力 σ_z 和水平正应力 σ_x 沿着水平坐标是波形变化的, 在桩边处于波峰, 桩间土中部处于波谷。土中的正应力 σ_z 和 σ_x 在两桩边线范围的变化幅度基本上等于孔隙水压力的变化幅度。桩与土的应力比较, 垂直正应力 σ_z 在钱堤脚内比土大, 在钱堤脚以外比土小; 而水平正应力 σ_x 桩内高斯点与其临近土的高斯点上的值是比较接近的。垂直向应力 σ_z 在钱堤中线最大, 向堤脚两侧减小, 而水平正应力 σ_x 则在钱堤中线部位出现极小值, 堤脚处出现极大值。究其原因, 是垂直向的总应力 (指弹性力学的应力, 相对有效应力而言) 基本与垂直荷载相等, 水平与垂直方向正应力比值 σ_x/σ_z 看成是侧压力系数, 这个系数是小于 1.0 的。低渗透地层快速填土后, 填筑区域的垂直向正应力增加, 水平向正应力减小。Q³ 土层中部水平位置与土的剪应力水平关系如图 11。钱堤中心的剪应力水平在超孔隙水压力的桩间土中部区域已经达到了 1.0, 即剪应力已经达到甚至

超过了抗剪强度（未进行应力迁移计算），而桩间土边缘的应力水平较低，可见超孔隙水压力对应力水平的影响是很大的。低渗透土层上快速填筑荷载作用下钱堤中部桩间土中部土的有效应力路径是小主应力减小，大主应力增加，剪应力水平急剧增加的应力路径；桩侧土则是大主应力与小主应力同步增加，但大主应力增加幅度较大，剪应力水平也增加的应力路径。堰基桩间土的应力路径沿着水平向急剧变化。随着后续荷载的施加和超孔隙水压力的消散，应力路径变化极其复杂。对于应力路径在时空上如此复杂变化，且实际上大量局部达到抗剪强度的情况，其位移模拟结果要达到定量的程度是很困难的。采用诸如邓肯 E-B 这种比较简单的非线性弹性模型，且不考虑应力迁移计算时，其位移结果难以达到定量的程度。采用其他更复杂的本构模型，如修正剑桥模型，在剪应力水平达到 1.0 时的塑性迭代对于本文的这个问题，计算收敛是很难的。因此，在现有的模拟水平下，拉哇上游围堰这种复杂的情况，位移模拟结果是定性多于定量。

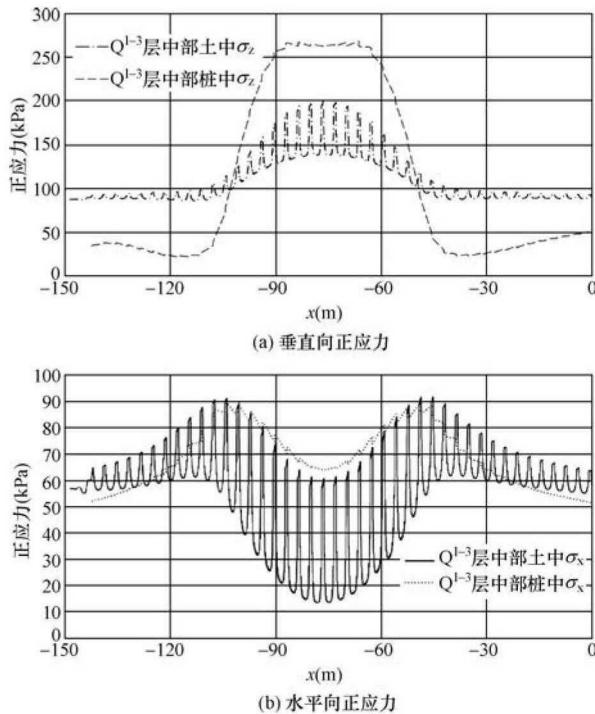
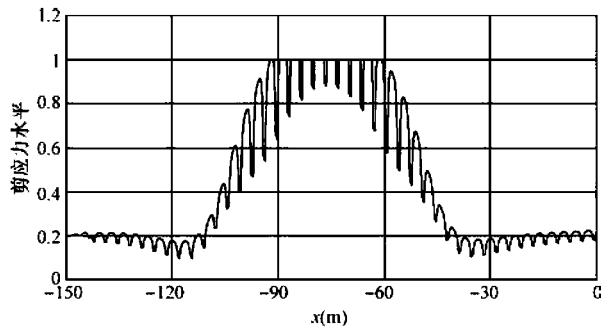


图 9 Q^{1-3} 土层中部水平位置与桩和桩间土的正应力关系

桩对软土地基排水固结以外的作用，就是桩本身的加强作用。从图 10 可以看出，在荷载作用区域以内，桩中承担的垂直荷载，要比土大，而荷载作用区域以外，桩的垂直正应力比桩间土小。由此可知，其摩擦抗剪强度，在荷载区域以外是很难发挥出来的。因此，从碎石桩本身的抗剪强度来看，填土区域以外碎石桩的抗剪加强作用难以启动。本工程围堰坡脚以外和基坑开挖边坡上原来拟设置碎石桩以提高边坡的稳定性，基于上述新认识而取消。

钱堤填筑完成时位移如图 11 所示，最大向上游水平位移 0.26m，向下游水平位移

图 10 Q^3 土层中部水平位置与土的剪应力水平关系

0.24m; 最大沉降量 0.71m, 位于覆盖层表面。最大隆起 0.07m, 位于 x 坐标 -154.4m 处 (防渗墙位于 -147.5m 处) 的覆盖层表面。堰基位移的态势是向下部和两侧挤压。没有碎石桩的天然地基的情况, 则填筑体外侧向上隆起很严重, 水平位移也更大。

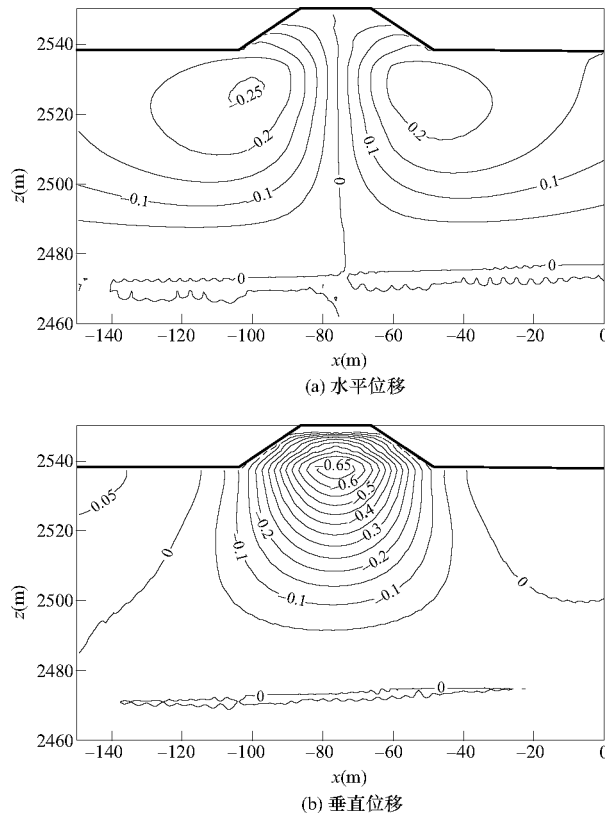


图 11 堰堤填筑完成时 (第 8 级) 的位移

4.2 填筑到顶时的渗流、位移和应力场

堰体填筑 213 天到顶 (第 41 计算级), 此时上游水位 2551.18m, 下游水位和底部覆盖层减压井水位 2527.66m (基坑中已抽水), 上下游水位差 23.52m。围堰中的等水头线

如图 12 所示。堰基下覆盖层的水头高于上游水位，表明堰基中的仍然有比较大的超孔隙水压力。虽然下游的抽水水位较低，但由于基坑尚未开挖，下游的覆盖层中的水头一般不会低于强透水土层 Q^{15} 层底面的高程 (2534~2535m)。图 13 为围堰填筑完成时堰塞湖沉积层中水平坐标—水头关系。图 14 为碎石桩边线位于 $x=-76.9\text{m}$ 和 $x=0.9\text{m}$ 两处桩边线与桩右侧桩间土中线水头对比。 Q^{13} 层的顶部，即强透水的 Q^{15} 层的底面，在防渗墙的上游侧，水头与上游水位相等，防渗墙以右，水头高于上游水位，在 $x=-50\text{m}$ 左右，水头达到峰值 2564.5m，高于上游水位，比下游坡脚强透水 Q^{15} 层的底面 2534.1m 高 30.4m，说明 Q^{15} 层中沿着水平方向还是存在较大的水头梯度，也就是说 Q^{15} 层及其上部堰体填筑料的渗透系数，对堰基中的孔隙水压力还是存在较大的影响，如果实际渗透系数比计算渗透系数大，则堰基上部强透土层中的水头梯度会降低，堰基中的水头总体上也会降低，反之，则还会提高。 Q^{13} 层的中部最大水头 2595.6m，位于该层节点 $x=2.53\text{m}$ 和 $x=2.83\text{m}$ 的节点上，比右侧与碎石桩接触的节点的水头 2561.3m (左侧节点水头 2561.8m) 高出 34.3m；近防渗墙处最左 1 排碎石桩的右侧桩间土中的水头，比碎石桩中仅高 1.8m 左右，一方面是其所在位置在填筑高程超过防渗墙平台以后，堰体填筑的后续附加垂直应力较小，另一方面其较先时间的填筑附加应力作用产生的超孔隙水压经历了较长时间的排水固结而消散程度较大。间距 2.5m 区域桩间土与桩中的水头差，即波动曲线的波峰与波谷差值，要大大低于碎石桩 3m 桩距区域。在 2 个区域的分界线处，3m 间距区域侧的水头差为 32.0m，而 2.5m 间距区域的水头差是 20.4m，可见超孔隙水压力的消散程度对碎石桩的间距是十分敏感的。从图 13 (a) 与 (b) 对比和图 14 中可见桩间土与桩的水头差是随着高程降低减小的。4 层堰塞湖沉积土层的固结系数和变形参数相差不大，而超孔隙水压力高程越低量值越小的主要原因还是由于土的原位应力随着高程降低增加，土体因压硬性的原位影响压缩模量随着高程降低增加，因而超孔隙水压力的消散速度随高程降低而增加。

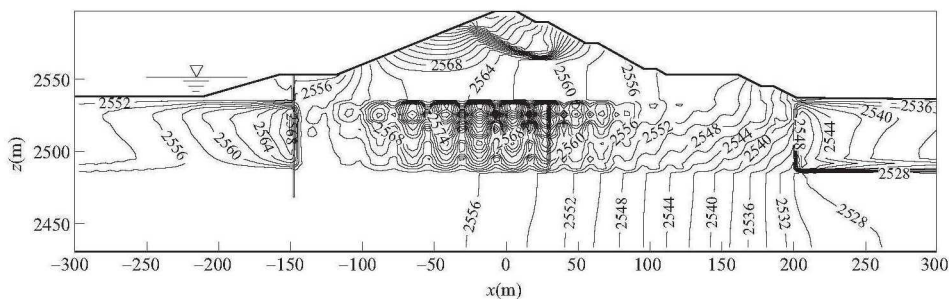


图 12 围堰等水头线图

图 15 为堰体填筑到顶时的位移 (41 计算级)。水平向上游最大位移为 2.93m，向下游最大位移 3.46m。最大沉降 9.35m，位于堰轴线右侧水平距离 9m 的 2550m 高程堰体中。上下游坡脚处均有土体隆起，虽然上游水位高于下游，上游坡脚处的隆起比下游还稍大，最大隆起 0.58m，位于防渗墙上游 2552m 高程堰坡表面。堰基位移的态势是堰体下沉过程中堰坡脚外地基有隆起。

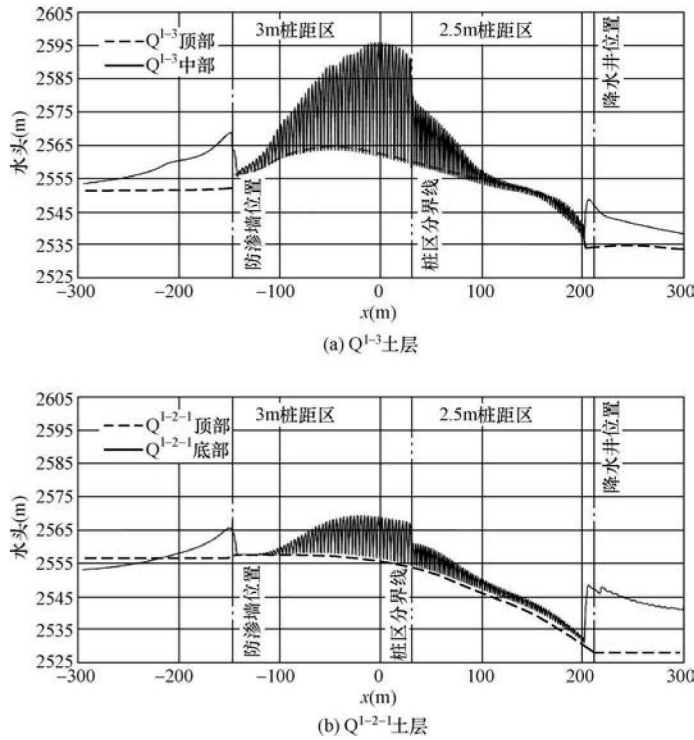


图 13 围堰填筑完成时堰塞湖沉积层中水平坐标—水头关系

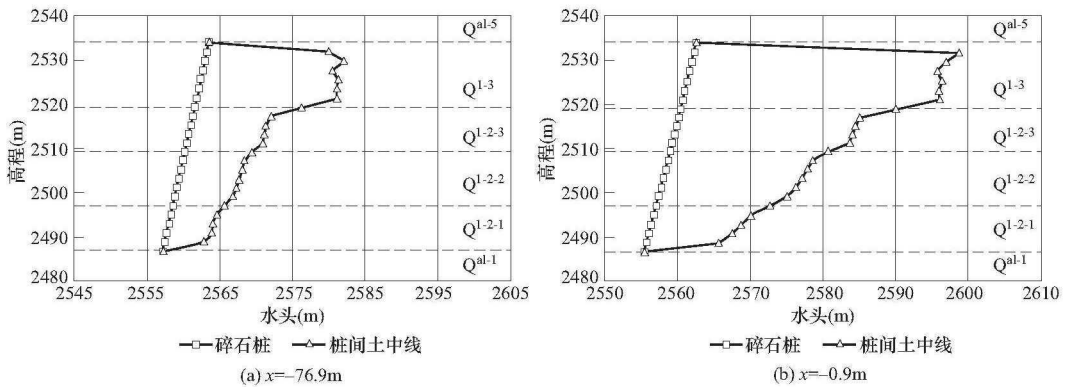


图 14 围堰填筑完成时堰塞湖沉积层中碎石桩边线与桩右侧桩间土中线水头对比

堰基的沉降量比较大，模拟的结果与实际情况可能会存在较大差异。其原因有以下几个方面：

(1) 邓肯 $E-B$ 模型比较适合于常规三轴排水剪切试验的应力路径，而本文中堰基由于超孔隙水压力产生，堰体由于堰基较大沉降和水平变位等原因，应力路径复杂，大范围的土体经历小主应力不断减小的过程，甚至出现拉应力的情况。

(2) 采用中点应力法和非线性弹性模型，没有进行应力迁移迭代计算。

(3) 土体的渗透和变形参数与实际也存在参数。

因此, 位移的结果可能仅是定性或半定量的, 真实值的评估还需要依据现场填筑的监测数据来估算。

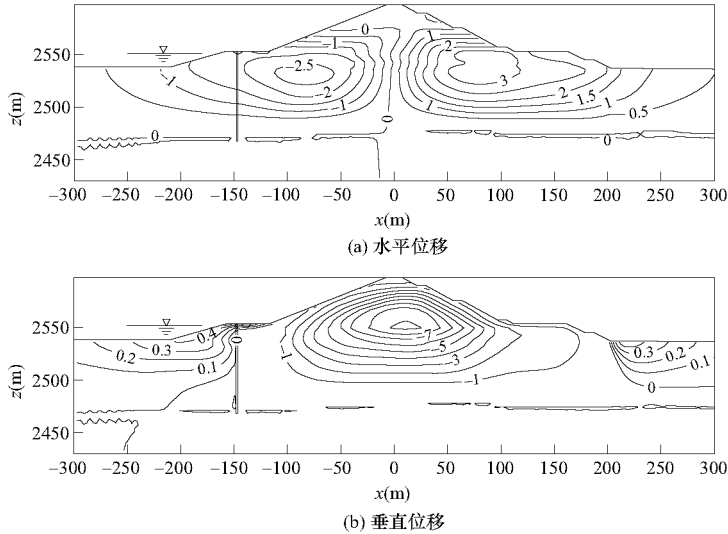


图 15 堰体填筑到顶时的位移

5 总结与展望

低渗透覆盖层上建土石围堰, 堰基和堰体的应力变形性状, 与包括地基处理、堰体填筑、上下游水位变动、基坑开挖的全过程有关, 超孔隙水压力的累计和消散伴随着运用全生命周期, 后续工况受到前一工况的初始性状的显著影响。渗流与应力的耦合是双向和强烈相互作用的, 全过程的耦合仿真模拟至关重要。本文针对拉哇水电站上游围堰的设计方案, 实现了这一全过程的耦合模拟。研究表明:

(1) 深厚低渗透覆盖层在围堰填筑过程中存在较大的超孔隙水压力, 其累计与消散对堰基碎石桩的间距十分敏感。

(2) 堰基中的水头、垂直和水平有效正应力、剪应力水平沿着过一排碎石桩的垂直剖面在水平方向是波动变化的, 孔隙水头在碎石桩中处于波谷、在桩间土中部处于波峰。

(3) 填筑体填筑自重作用下, 堰基中超孔隙水压力的产生, 使垂直向正应力增加, 水平向正应力减小, 快速提高了堰基桩间土局部的剪应力水平, 堰基中容易产生较大的沉降和水平位移, 堰身容易受拉开裂, 对围堰的变形和稳定性均不利。

(4) 碎石桩在填筑体下部同时起到加速排水固结和桩体加强作用, 在填筑体坡外仅起到排水固结作用。

本文的仿真模拟, 尚需在本构模型、应力—应变关系的非线性迭代计算等多方面进一步提高。通过进一步的研究, 低渗透土层围堰填筑运用全过程中堰基和堰体渗流与变形的仿真能力和水平必定会进一步提高, 堰基的位移模拟水平也必将从定性、半定量向基本准确发展。

参考文献

- [1] 王建平, 王明涛, 曹华. 猴子岩水电站围堰防渗墙施工方案设计水电站设计 [J], 2013, 29 (1), 21-23.
- [2] 梁娟, 张有山, 王小波. 复杂地质条件下高挡水水头土石围堰设计 [J]. 四川水力发电, 2018, 37 (5): 107-109.
- [3] 王璟玉, 蒲宁. 西藏某水电站大坝上游围堰设计 [J]. 四川水利, 2018 (4): 44-48.
- [4] Mualem, Y., 1976. A new model for predicting the conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources* 12: 513-522.
- [5] Wu Mengxi. A finite-element algorithm for modeling variably saturated flows. *Journal of Hydrology*, 2010, 394 (3-4): 315-323.
- [6] Wu Mengxi, Yang Lianzhi, Yu Ting. Simulation procedure of unconfined seepage in a heterogeneous field. *Science China: Physics, Mechanics and Astronomy*, 2013, 56 (6): 1139-1147.
- [7] Y. Chen, Y. Luo, M. Feng, Analysis of a discontinuous Galerkin method for the Biot' s consolidation problem, *Appl. Math. Comput*, 219 (2013): 9043-9056.
- [8] Chen Yumei, Gang, et al. Weak Galerkin finite element method for Biot' s consolidation problem [J]. *Journal of computational and applied mathematics*, 2018, 330 (2018): 398-416.