

# 爆炸载荷下脆性颗粒体系破碎特性的数值研究

张传山<sup>1</sup>, 冯春<sup>2</sup>, 薛琨<sup>\*1</sup>

(1. 北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081;  
2. 中国科学院 力学研究所 流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

**摘要:** 试验发现, 以球形 TNT 为中心爆源, 球形玻璃珠构成的颗粒和球壳中发生破碎的颗粒体积分数随当量比 (颗粒球壳的质量与 TNT 炸药的质量比) 的增加呈现指数衰减规律。采用有限元与离散元耦合的连续非连续数值方法, 揭示了中心炸药起爆后颗粒环壳内爆炸波的传播衰减和在环壳外界面反射后的稀疏卸载过程。由于爆炸波的短脉冲特性, 颗粒内部应力场始终处于应力非均衡状态, 采用应力均衡状态下颗粒破碎强度的 Weibull 分布会得到远高于试验测得的破碎颗粒体积分数。因此采用破坏波传播特征时间内的平均诱导应力而非瞬时诱导应力作为颗粒破碎强度的应力指标, 并通过试验结果确定破坏波传播特征时间。考虑了应力传播的非均匀性对于颗粒破碎的影响, 得到了平均诱导应力峰值的概率分布随比例距离的变化规律, 结合修正后的颗粒破碎强度 Weibull 分布建立了破碎颗粒体积分数随比例距离的变化模型。

**关键词:** 爆炸载荷; 脆性颗粒破碎; 离散元; 颗粒破碎强度分布

**中图分类号:** O346.1<sup>+</sup>; O347.7 **文献标志码:** A

## 1 引言

脆性颗粒体系在爆炸载荷冲击作用下的破碎现象广泛存在于采矿爆破、防护设计和地震工程等工程应用中<sup>[1,2]</sup>。研究脆性颗粒材料在爆炸载荷下的破碎特性, 特别是破碎体积分数随震源距离的变化, 对于预测爆炸波在颗粒散体中的传播衰减规律、爆源能量的耗散模式和效率、预测颗粒材料的吸能防爆特性以及爆破震源的优化设计具有重要的价值<sup>[3,4]</sup>。

由大量离散颗粒个体构成的颗粒材料在承受外界载荷时会在体系内部形成各向异性的力链网络结构, 力链网络上的少量颗粒承担了大部分力, 使得应力分布呈现强烈的空间非均匀性和方向性<sup>[1,5]</sup>。爆炸载荷加载下颗粒体系中应力空间分布的非均匀性、瞬态性和颗粒内部的非平衡应力状态使得颗粒体系的破碎表现出比准静态和动态压缩加载下更为复杂的行为。目前对于颗粒破碎的研究主要针对准静态和动态压缩加载下处于力平衡状态下的颗粒, 主要集中在理论模型建立和试验技术探索方面。文献[6-9]开展了系统的玻璃珠单体和石英砂体系分离式霍普金森压杆 (Split Hop-

kinson Pressure Bar) 试验, 提出了基于破坏模式的与应变率相关的颗粒破碎强度双 Weibull 分布, 分析了颗粒的破碎模式、碎片形貌以及碎块的统计特征与加载应变率的依赖关系, 揭示了冲击压缩过程中颗粒破碎程度对宏观体系动态响应的影响, 探讨了影响脆性颗粒破碎和颗粒介质中应力波衰减的因素, 并基于离散元方法构建了多尺度模型用于动态加载研究。

与准静态和动态加载中主导的拉伸、剪切和压剪破坏机制不同, 破坏波 (Failure waves) 是强脉冲爆炸波加载下脆性材料, 特别是玻璃的主导破坏模式。目前, 尚未有统一的理论模型能准确解释破坏波的产生、传播及与材料相互作用的物理力学机理<sup>[10,11]</sup>。如何考虑爆炸波加载下颗粒个体内部破坏波复杂的传播过程, 进而给出颗粒的破碎准则, 是揭示颗粒体系整体破碎行为的关键问题。

目前颗粒材料的爆炸加载破碎试验只能得到颗粒体系的宏观破碎特性, 如不同材料和当量比 (颗粒体系与炸药的质量比) 下颗粒破碎体积分数、破碎指数和分型维度等参数, 难以捕捉颗粒尺度上的应力传播和破碎行为。而能够解析颗粒尺度动力学行为的离散元方法已经广泛用于模拟不同载荷路径下颗粒体系内部的应力分布, 并预测颗粒的破碎程度。因此, 本文将采用宏观试验与数值模拟相结合的手段, 用试验得到的颗粒体系宏观破碎特

收稿日期: 2022-02-25; 修改稿收到日期: 2022-04-19.

基金项目: 国家自然科学基金 (11972088) 资助项目.

作者简介: 薛琨\* (1982-), 女, 博士, 副教授

(E-mail: xuekun@bit.edu.cn).

性校验数值模拟的结果,然后从颗粒尺度的破碎行为出发解释和预测宏观破碎特性。

## 2 试验方法和结果分析

采用如图 1(a)所示的球形装药结构研究不同当量比下颗粒球壳中的破碎颗粒体积分数。中心起爆药采用 10 g 球形的 TNT 药包(直径为 24 mm,压药密度为  $\rho_{\text{exp}} = 1.5 \text{ g/cm}^3$ ),药包固定在装填钠钙玻璃珠(材料密度  $\rho_p = 2.5 \text{ g/cm}^3$ ,装填密度  $\rho_0 = 1.5 \text{ g/cm}^3$ )的薄壳玻璃球中心,球壳壳体厚度仅为 1.5 mm。图 1(b)为装填过程的照片。试验样品为平均粒径  $\bar{d}_p = 570 \text{ }\mu\text{m}$ ,分散度  $\delta = 0.18$ ,球形度良好(超过 78%的颗粒圆度大于 0.9)的玻璃珠,便于试验后确定发生破碎的颗粒体积分数。

试验前将装填好的玻璃球悬挂在距离地面 1.8 m 的位置处。为了便于收集破碎后的颗粒,在以玻璃球为中心半径 1.94 m 的圆周上树立 10 块高 2.4 m 的挡板。试验场地布置如图 1(c)所示。爆炸波加速的颗粒碎片在撞上刚性表面后往往会发生二次破碎,为了尽可能避免二次破碎,地面和挡板内侧均覆盖有 5 mm 厚的软橡胶层。通过增大玻璃球壳的直径,装药当量比从 10.2 增加到 424,变化了两个数量级。所有工况均进行 5 次以上的试验,每次试验后回收到的颗粒质量为初始装填质量的 50%~90%。

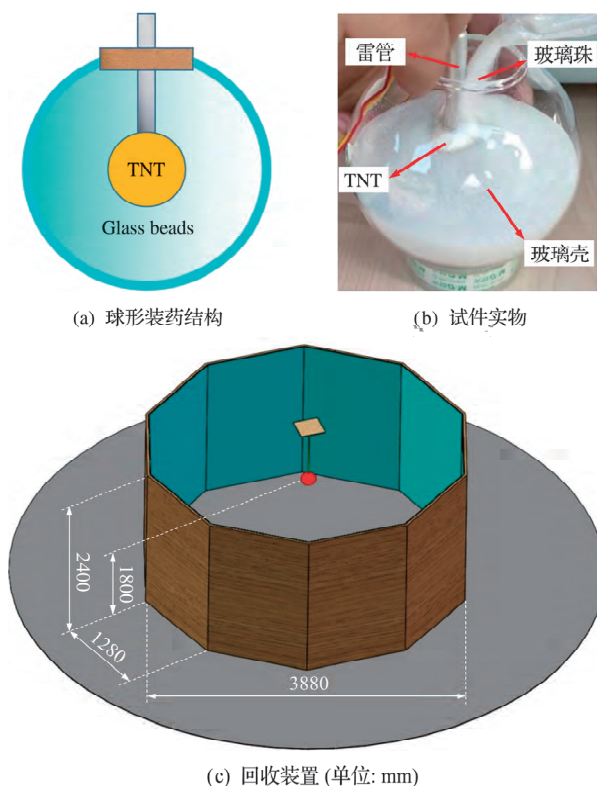


图 1 球形装药结构、试件实物和回收装置  
Fig. 1 Experimental design structure diagram

采用基于动态图像分析技术的颗粒粒径分析仪 CAMSIZER<sup>®</sup> 测量了试验后回收的颗粒碎片(包括破碎和完整的颗粒)的粒径分布,  $f_{\text{tested}}(d_p)$  如图 2 所示。通过试验前后粒径分布的变化可以获得颗粒体系的破碎体积分数  $\Phi$ 。图 3 为  $\Phi$  随  $M/C$  的变化曲线,呈现出明显的指数衰减规律,即

$$\Phi = \exp\left(-\frac{M/C}{160}\right) \times 100\% \quad (1)$$

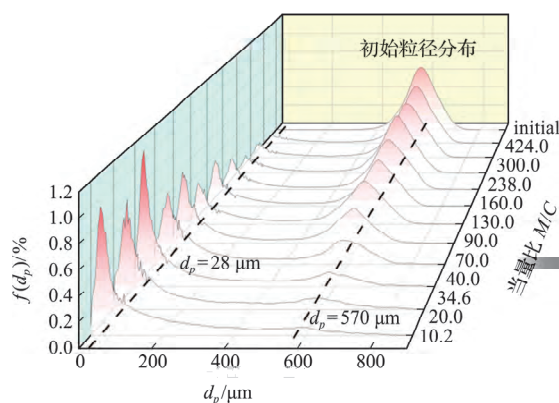


图 2 试验后回收的颗粒碎片粒径分布  
Fig. 2 Particle size distribution of recovered particle fragments

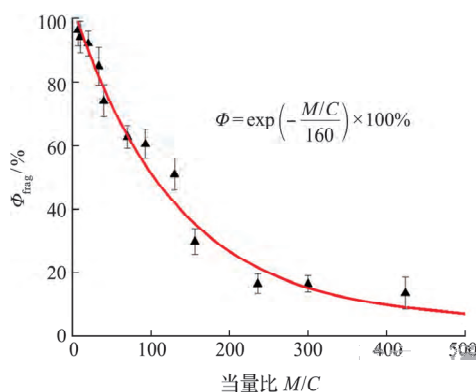


图 3 完全破碎颗粒的体积分数  $\Phi_{\text{frag}}$  随当量比  $M/C$  的变化  
Fig. 3 Volume fraction  $\Phi_{\text{frag}}$  of completely broken particles vs  $M/C$

显然,  $\Phi$  随  $M/C$  的增加而迅速衰减的现象与爆炸波在颗粒体系的传播衰减密切相关。

## 3 数值方法

采用拉格朗日有限元模拟炸药的起爆和爆轰产物气体的膨胀过程。未反应的炸药单元和爆轰产物气体的状态方程分别采用冲击波状态方程和 JWL 状态方程描述。炸药点火模型,状态方程模型参数和有限单元的变形迭代算法详见文献[12]。离散颗粒的运动遵循动量和角动量守恒,与炸药(爆轰产物气体)无直接接触的颗粒所受的合力包含接触颗粒之间的法向力和切向力。采用线性弹簧-阻尼颗粒接触模型,通过增量更新计算接触力。模拟计算的微观力学参量列入表 1。离散颗粒之

间、颗粒与炸药单元之间的接触检测算法详见文献[12]。

表1 数值计算中微观力学参数  
Tab.1 Micromechanical parameter table

计算模型参数	数值
法向接触刚度 $K_n/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	$30.6\times 10^6$
切向接触刚度 $K_t/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	$12.8\times 10^6$
颗粒摩擦系数 $\mu$	0.005
颗粒密度 $\rho_p/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2500
全局阻尼系数	0

采用三维球装药和二维柱装药构型作为计算几何模型。与试验工况相同,采用半径  $R_m=12\text{ mm}$ ,  $W=11.6\text{ g}$  (三维工况)或者  $740\text{ g/m}$  (二维工况)的球形或柱形 TNT ( $\rho_{\text{exp}}=1.63\text{ g/cm}^3$ ) 为中心炸药,颗粒环壳由粒径  $300\text{ }\mu\text{m}\sim 800\text{ }\mu\text{m}$  的球形或柱状颗粒构成,三维球装药构型中的装填体积分数为 0.6,二维柱装药构型中的装填体积分数为 0.82~0.83。计算工况参数列入表 2。  $R_{\text{out}}$  为三维球壳或二维环壳的外径。\* 为三维球装药构型,其余为二维柱装药构型。

表2 计算工况的结构参数  
Tab.2 List of working conditions for calculation

M/C	$R_{\text{out}}/\text{mm}$	装填质量		颗粒数目
		(二维: kg/m, 三维: kg)		
8.9	34	6.6		9676
20.8	50	15.4		22724
48.5	75	35.8		53094
66*	48	0.76		5606992
87.2	100	64.5		96627
126	120	93.2		140144
164.6	136	121.8		185007
246	166	182		277032
306	185	226.4		343789
436	220	322.6		487085

该方法模拟得到的中心炸药爆炸驱动下颗粒层的飞散速度与 Milne<sup>[13]</sup> 给出的适用于多孔填充材料的格尼速度非常吻合,如图 4 所示,验证了模型及其参数的可靠性。

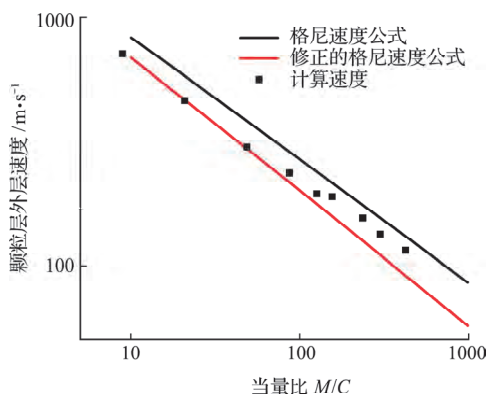


图4 最外层颗粒速度与格尼公式的对比  
Fig.4 Comparison of the particle velocity with Gurney's formula

## 4 强脉冲载荷下颗粒破碎准则

### 4.1 破坏波模式下的颗粒破碎强度 Weibull 统计分布

文献常用的准则忽略了配位数对颗粒破碎的影响,在大多数情况下,选用基于颗粒的力或压力阈值作为破碎准则。本文也采用这种方法。在离散颗粒模型中,经常采用通过颗粒名义应力  $\sigma_{ij}$  定义的诱导应力  $\sigma_t$  来判断颗粒是否发生破碎。颗粒的名义应力  $\sigma_{ij}$  与其接触力的关系为

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V_p} \sum_{c=1}^K l_i^c f_j^c \quad (2)$$

式中  $V_p$  为颗粒体积,  $c$  为颗粒上的接触点,  $K$  为颗粒上的接触总数,  $f_j^c$  为接触点  $c$  处的接触力在  $j$  方向的分量,  $l_i^c$  为由颗粒质心指向接触点  $c$  的矢量在  $i$  方向的分量。在复杂应力状态下,颗粒的破碎诱导应力可定义为

$$\sigma_t = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (3)$$

式中  $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$  为名义应力的偏应力。大量的准静态压缩试验研究表明单个颗粒的破碎强度满足 Weibull 统计分布,即粒径为  $d_p$  的颗粒在诱导应力  $\sigma_t$  下的存活(不破碎)概率为

$$P_s(d_p, \sigma_t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{d_p}{d_{p0}}\right)^m \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_0}\right)^m\right] \quad (4)$$

式中  $\sigma_0$  为粒径为  $d_{p0}$  的颗粒存活(不破碎)概率为 37% 时对应的诱导应力,  $m$  为表征颗粒强度分散度的 Weibull 模量。对于文献[14]不同粒径球形玻璃珠高应变率 SHPB 试验的结果,本文给出  $d_{p0}=0.5\text{ mm}$  的玻璃珠在应变率  $10^3/\text{s}$  的动态加载下的 Weibull 强度分布参数为  $m=6.3, \sigma_0=306.21\text{ MPa}$ 。

图 5 显示了  $M/C=126$  的二维工况中颗粒环壳内不同震源距离  $R$  处的颗粒受到诱导应力  $\sigma_t$  的时程曲线。 $\sigma_t$  在爆炸波到达后突然起跳,此后在  $\mu\text{s}$  尺度上经历高频振荡衰减。直接采用式(4)会导致对于颗粒破碎体积分数的数值预测远高于试验值。

因此,有必要对式(4)进行修正,使其能够充分考虑爆炸载荷下颗粒应力迅速 ( $\mu\text{s}$  量级) 衰减和强振荡的特征对于颗粒破碎的影响,进而发展适应于离散元模型的强幅值短脉冲载荷下的颗粒破碎准则。考虑到破坏波导致颗粒破碎的充分条件为,在破坏波贯穿整个颗粒直径的时间 ( $t_{\text{failure}}$ ) 内,颗粒内部压缩应力不会下降到破坏波自维持的阈值 ( $\sigma_{\text{failure}}$ ) 以下,可以给出破坏波主导下颗粒破碎的一阶近似准则

$$\bar{\sigma}_t = \langle \sigma_t \rangle_{t_{\text{failure}}} \geq \sigma_{\text{failure}} \quad (5)$$

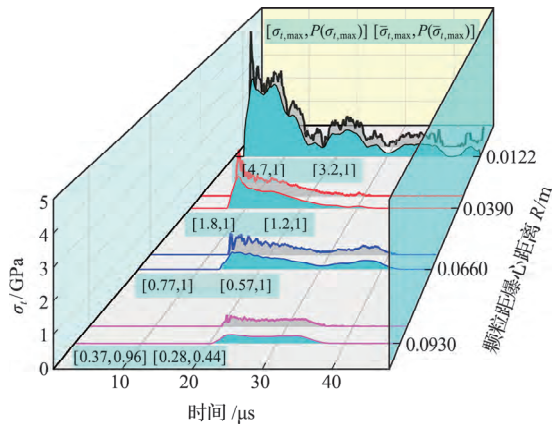


图5  $M/C = 126$  的二维工况不同震源距离  $R$  处的颗粒受到  $\sigma_t$  (包络面积为灰色) 和  $\sigma_i$  ( $V_{failure} = 125$  m/s, 包络面积为蓝色) 的时程曲线

Fig. 5 Time-history curves of  $\sigma_t$  and  $\sigma_i$  for different particles

即在  $t_{failure}$  时间内颗粒的名义平均诱导应力  $\bar{\sigma}_i$  大于  $\sigma_{failure}$ 。据已有的试验可知, 剪应力主导破坏波前方的材料变形, 经过破坏波面剪切变形能向体积膨胀能转变<sup>[10,11]</sup>, 因此式(5)仍采用诱导应力来表征颗粒破碎强度。相应的  $\sigma_{failure}$  为破坏波自维持的临界诱导应力, 但是将瞬态诱导应力  $\sigma_i$  替换为  $t_{failure}$  时间内的名义平均诱导应力  $\bar{\sigma}_i$ ,

$$\bar{\sigma}_i(t) = \int_t^{t+t_{failure}} \sigma_i(\tau) d\tau / t_{failure} \quad (6)$$

进而得到修正后的颗粒破碎强度 Weibull 分布

$$P_s(d_p, \bar{\sigma}_i) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{d_p}{d_{p0}}\right)^m \left(\frac{\bar{\sigma}_i}{\sigma_0}\right)^m\right] \quad (7)$$

$\bar{\sigma}_i$  与破坏波在颗粒中传播的特征时间  $t_{failure}$  密切相关, 而  $t_{failure}$  则取决于粒径  $d_p$  和破坏波的传播速度  $V_{failure}$ ,  $t_{failure} = d_p / V_{failure}$ 。

#### 4.2 颗粒破碎判别算法

为了考虑爆炸波传播过程中颗粒应力的强振荡特性, 采用颗粒  $i$  的实时  $\bar{\sigma}_{i,i}(t)$  计算该时刻的破碎概率  $\chi_i(t) = 1 - P_s(d_{p,i}, \bar{\sigma}_{i,i})$ 。加载结束后将最大破碎概率  $\chi_{i,max}$  作为颗粒  $i$  的最终破碎概率。图5给出了采用  $V_{failure} = 125$  m/s 计算得到的不同震源距离处颗粒平均诱导应力  $\bar{\sigma}_i$  的时程曲线。采用修正颗粒破碎强度 Weibull 分布后, 距离震源  $R = 93$  mm 的颗粒破碎概率从 96% 降至 44%。

颗粒环壳内破碎颗粒的体积分数  $\Phi$  与颗粒个体的破碎概率  $\chi_{i,max}$  的关系为

$$\Phi = \sum_i V_p^i \chi_{i,max} / \sum_i V_p^i \quad (8)$$

式中  $V_p^i$  为颗粒  $i$  的体积。

图6为厚度为  $2\bar{d}_p$  的一系列同心球壳区域内的颗粒破碎体积分数  $\phi$  随震源比例距离  $\bar{R} = R/W^{1/3}$  的变化,  $\phi = \phi(\bar{R})$ , 其中  $W$  为炸药质量。

震源附近区域 ( $\bar{R}_{cr,1} \sim 0.1$  m/kg<sup>1/3</sup>) 内的颗粒几乎全部破碎,  $\phi(\bar{R} < \bar{R}_{cr,1}) \sim 1$ 。此后  $\phi(\bar{R})$  缓慢下降直到接近外界面的某个临界震源距离  $\bar{R}_{cr,2}$ 。在  $\bar{R}_{cr,2} \sim \bar{R}_{out}$  的球壳内,  $\phi(\bar{R})$  急剧下降。在球壳外表面处  $\phi(\bar{R}_{out}) = 0$ 。随着  $V_{failure}$  的减小 ( $t_{failure}$  的增大),  $\phi(\bar{R})$  在  $\bar{R} > \bar{R}_{cr,1}$  的区域内下降段的斜率更大, 对应的  $\bar{R}_{cr,1}$  和  $\bar{R}_{cr,2}$  也更小。

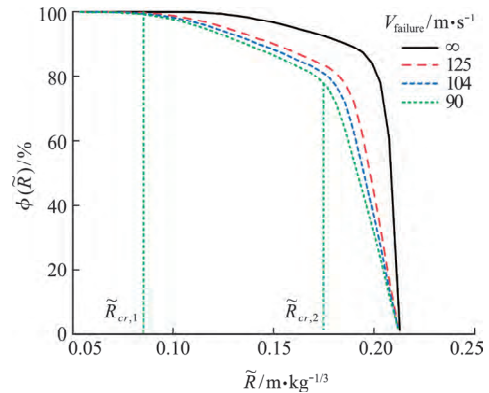


图6 不同破坏波传播速度下的破碎概率与震源比例距离的变化

Fig. 6 Curve of  $\phi$  vs  $\bar{R}$  at different  $V_{failure}$

对  $\phi(\bar{R})$  从  $\bar{R}_{in} \sim \bar{R}_{out}$  积分可以得到颗粒环壳整体的破碎体积分  $\Phi$ 。对于三维球装药构型有

$$\Phi_{3D} = \int_{\bar{R}_{in}}^{\bar{R}_{out}} \phi(\bar{R}) d\bar{R}^3 / 4(\bar{R}_{out}^3 - \bar{R}_{in}^3) \quad (9)$$

对于二维柱装药构型有

$$\Phi_{2D} = \int_{\bar{R}_{in}}^{\bar{R}_{out}} \phi(\bar{R}) d\bar{R}^2 / (\bar{R}_{out}^2 - \bar{R}_{in}^2) \quad (10)$$

图7为模拟得到的三维颗粒球壳 ( $M/C = 66$ ) 中破碎颗粒体积分  $\Phi_{num}$  随  $V_{failure}$  的变化。  $V_{failure} = 95$  m/s 时,  $\Phi_{num} = 65\%$ , 与  $M/C = 70$  工况下试验得到的破碎颗粒体积分  $\Phi_{exp} = 64\%$  吻合程度最高, 因此本文将  $V_{failure} = 95$  m/s 作为破坏波的特征传播速度, 进而采用修正颗粒破碎强度 Weibull 分布(式(7))计算颗粒破碎概率。

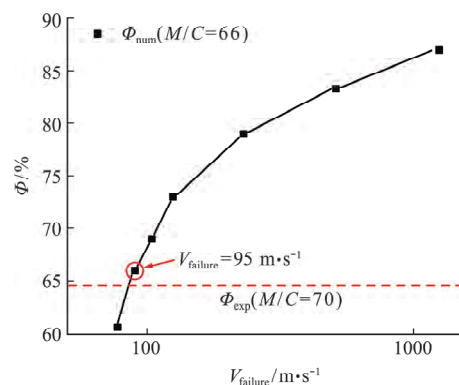


图7 三维颗粒球壳模型 ( $M/C = 66$ ) 中破碎颗粒体积分  $\Phi$  随  $V_{failure}$  的变化

Fig. 7 Volume fraction of broken particles  $\Phi$  vs  $V_{failure}$  in 3D simulation

## 5 计算结果

### 5.1 爆炸波在颗粒层中的传播规律

图 8 为  $M/C = 20.8$  的二维颗粒环壳在中心炸药起爆后,爆轰产物气体和颗粒环壳内压力分布的演化。爆炸波进入颗粒环壳内成为入射激 IS (incident shock), 驱动颗粒环壳加速膨胀。受颗粒环内界面约束的爆轰产物气体随着内界面的向外运动迅速膨胀, 内部压力显著下降, 入射激波也呈高幅值短历时的三角波形。

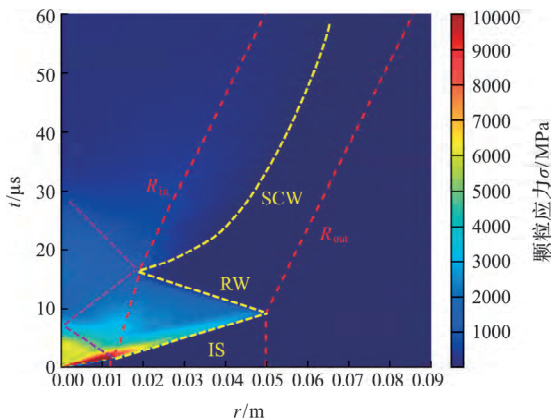


图 8  $M/C = 20.8$  的二维颗粒环壳在中心炸药起爆后的压力场的时空演化

Fig. 8 Spatio-temporal evolution of pressure field in granular layer

如图 9 所示, 颗粒压力时程曲线  $\Delta P(t)$  在入射激波达到时突然起跳, 此后迅速衰减。当入射激波到达颗粒环壳外界面时形成反向传播的稀疏波 RW (rarefaction wave), 稀疏波路径上的压实颗粒迅速卸载, 表现为图 9 中颗粒压力在稀疏波到达后迅速卸载到零。此后从中心反射向外传播的二次爆炸波进入颗粒环壳, 形成二次压缩波 SCW (secondary compression wave)。颗粒压力在二次压缩波作用下小幅起跳 (图 9), 但二次压缩波峰值超压比入射波小一个数量级, 因此颗粒破碎仅发生在入射波作用阶段。

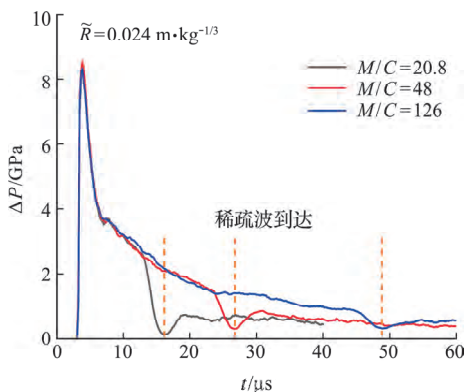


图 9 典型工况中处于同样震源比例距离 ( $\tilde{R} = 0.024 \text{ m/kg}^{1/3}$ ) 的颗粒受到的压力时程曲线

Fig. 9 Evolution of  $\Delta P$  with  $t$  when  $\tilde{R} = 0.024 \text{ m/kg}^{1/3}$  in typical working conditions

决定颗粒破碎概率的  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  在大部分情况下等于入射爆炸波到达时刻  $t_0 \sim t_0 + t_{\text{failure}}$  之间的平均诱导应力。如果入射波与稀疏波的到达时间间隔小于破坏波传播的特征时间,  $\Delta t < t_{\text{failure}}$ , 则稀疏波会影响  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  的值。图 10 为二维柱装药颗粒环壳中  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  随震源比例距离的变化。 $\bar{\sigma}_{t,\max}(\tilde{R})$  在  $\tilde{R} = \tilde{R}_{2,cr}$  出现转折, 此后加速衰减。如果已知入射爆炸波和反射稀疏波在颗粒体系中的传播速度  $V_{IS}$  和  $V_{RW}$ , 由稀疏波影响的临界条件  $\Delta t = t_{\text{failure}}$ , 可以得到稀疏波影响区域半径  $R_{2,cr}$ 。

$$R_{2,cr} = R_{out} - t_{\text{failure}} \left[ \frac{1}{V_{RW}} + \frac{1}{V_{IS}(\tilde{R}_{out})} \right] \quad (11)$$

由于球面和柱面爆炸波的波速随震源比例距离衰减, 因此式 (11) 用到达颗粒环外界面的波速  $V_{IS}(\tilde{R}_{out})$  近似在稀疏波影响区域内的波速。实际上, 图 6 中  $\phi(\tilde{R})$  在靠近外界面迅速衰减阶段的起始距离与  $R_{2,cr}$  一致。

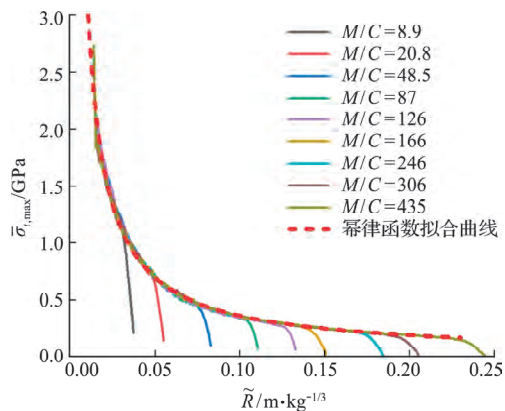


图 10 最大平均诱导应力随震源比例距离的变化

Fig. 10 Curve of  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  vs  $\tilde{R}$  at different  $M/C$

### 5.2 应力场分布

图 10 中  $\bar{\sigma}_{t,\max}(\tilde{R})$  为厚度为  $2\bar{d}_p$  的环形区域  $\Omega(\tilde{R})$  内对所有颗粒峰值超压以及最大诱导应力平均得到的结果。实际上, 由于颗粒环壳中力链的存在, 应力的分布存在强烈的空间非均匀性。由于本文采用破坏波特征传播时间内的平均诱导应力的最大值  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  来计算颗粒破碎概率,  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  的统计分布对于计算整体颗粒破碎体积分数  $\Phi$  更为重要。

图 11 显示了二维柱装药 ( $M/C = 20.8$ ) 颗粒环中不同震源比例半径处的环形区域  $\Omega(\tilde{R})$  内  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  的累积概率密度  $P(\bar{\sigma}_{t,\max}, \tilde{R})$ , 与颗粒破碎强度类似, 同样可以用 Weibull 形式的统计函数进行近似, 即

$$P(\bar{\sigma}_{t,\max}, \tilde{R}) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\bar{\sigma}_{t,\max}}{\bar{\sigma}_{t,\max}^*(\tilde{R})} \right)^{m^*(\tilde{R})} \right] \quad (12)$$

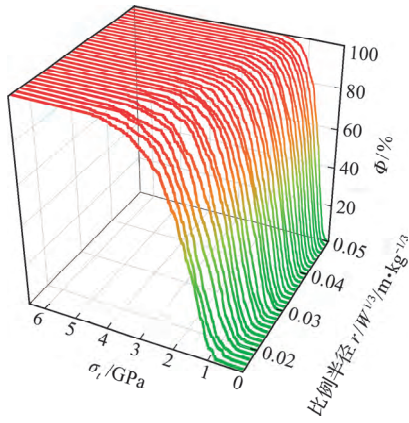


图 11 不同环形区域内  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  的累积概率密度 ( $M/C = 20.8$ )  
Fig. 11 CDF of  $\bar{\sigma}_{t,\max}$  in different annular regions ( $M/C = 20.8$ )

式(12)的两个分布参数  $\bar{\sigma}_{t,\max}^*(\bar{R})$  和  $m^*(\bar{R})$  均是震源比例距离的函数。采用式(12)对不同工况下的  $P(\bar{\sigma}_{t,\max}, \bar{R})$  曲线族进行拟合,可以得到如图 12 所示的无量纲参数  $\bar{\sigma}_{t,\max}^*(\bar{R})/\sigma_0$  和  $m^*(\bar{R})$  随震源比例距离的变化关系。各个工况下的  $\bar{\sigma}_{t,\max}^*(\bar{R})/\sigma_0$  曲线在  $\bar{R} < \bar{R}_{2,cr}$  的部分相互重合,可以用幂律函数近似。

$$\bar{\sigma}_{t,\max}^*/\sigma_0 = K_\sigma (\bar{R})^{-\mu_\sigma} \quad (\bar{R} < \bar{R}_{2,cr}(M/C)) \quad (13)$$

式中 应力衰减常数  $K_\sigma = 0.025$ , 应力衰减指数  $\mu_\sigma = 0.9$ 。同样,各个工况下的  $m^*(\bar{R})$  在  $\bar{R} < \bar{R}_{2,cr}$  的部分可以用统一的指数函数近似,即

$$m^* = 1.56 + 1.9 \exp\left(-\frac{\bar{R}}{0.04}\right) \quad (\bar{R} < \bar{R}_{2,cr}(M/C)) \quad (14)$$

### 5.3 颗粒破碎体积分数随比例距离的变化

爆炸波的传播衰减、应力空间分布的非均匀(式(12~14))以及耦合颗粒破碎强度的不确定性(式(7))导致颗粒破碎概率在空间分布的强烈非均匀。

图 13 给出了不同工况下颗粒破碎体积分数随比例距离的变化,即  $\phi(\bar{R})$ 。 $\phi(\bar{R})$  曲线上的每个点为厚度为  $2d_p$  的环形区域  $\Omega(\bar{R})$  内的颗粒破碎体积分数。与不同  $M/C$  下的  $\bar{\sigma}_{t,\max}(\bar{R})$  曲线在  $\bar{R} < \bar{R}_{2,cr}$  部分重合相同,不同  $M/C$  下的  $\phi(\bar{R})$  曲线在  $\bar{R} < \bar{R}_{2,cr}$  部分也相互重合。具体而言,  $\phi(\bar{R})$  在  $\bar{R} < \bar{R}_{1,cr}$  表现为  $\phi(\bar{R}) = 1$  的平台,在  $\bar{R}_{1,cr} < \bar{R} < \bar{R}_{2,cr}$  的部分可以采用多项式函数拟合。

$$\phi(\bar{R}) = C_0 + C_1 \bar{R} + C_2 \bar{R}^2 + C_3 \bar{R}^3, \quad \bar{R}_{1,cr} < \bar{R} < \bar{R}_{2,cr} \quad (15)$$

图 13 显示了采用式(15)函数拟合  $\phi(\bar{R})$  曲线在  $\bar{R}_{1,cr} < \bar{R} < \bar{R}_{2,cr}$  部分的拟合曲线,可得到式(15)的拟合参数  $C_1 = 1.28, C_2 = -9.4, C_3 = 27, C_4 =$

-32.4。 $\phi(\bar{R})$  在  $\bar{R} > \bar{R}_{2,cr}$  的部分可以用线性衰减近似,

$$\phi(\bar{R}) = \phi(\bar{R}_{2,cr}) \frac{\bar{R}_{out} - \bar{R}}{\bar{R}_{out} - \bar{R}_{2,cr}} \quad (\bar{R} > \bar{R}_{2,cr}) \quad (16)$$

考虑到  $\phi(\bar{R})$  和  $\Phi$  之间的关系(式(10))。通过  $\phi(\bar{R})$  三阶段的近似关系可得到  $\Phi$ , 对于二维颗粒环壳

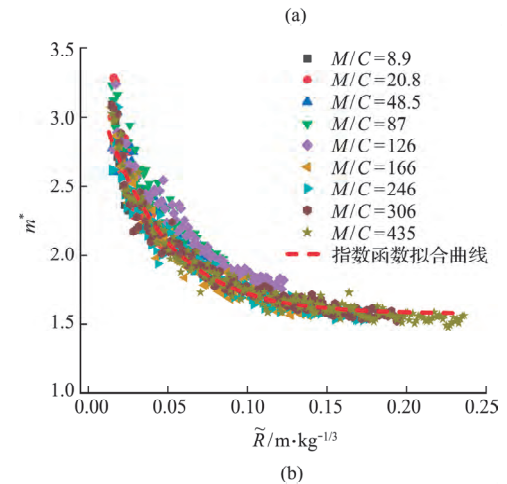
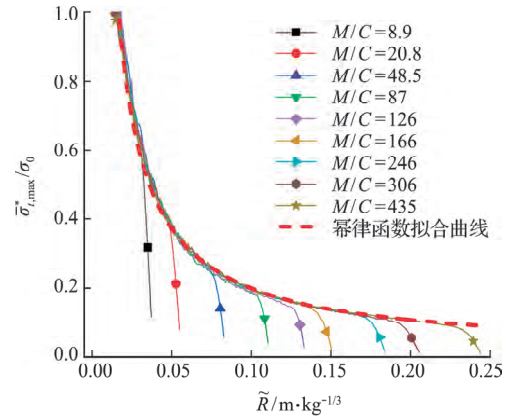


图 12 不同工况下式(12)中尺寸参数和形状参数随震源比例距离的变化

Fig. 12 Changes of size parameters and shape parameters in eq. (12)

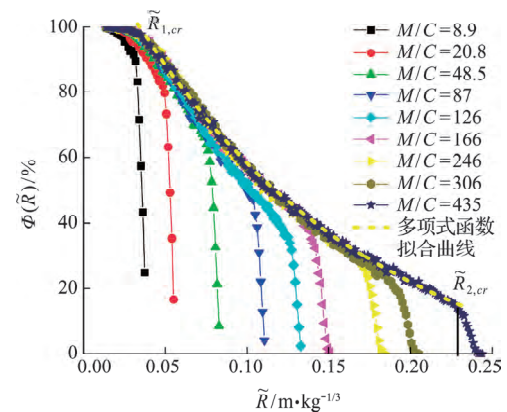


图 13 不同  $M/C$  的颗粒环壳内颗粒破碎体积分数随比例距离的变化

Fig. 13 Curve of  $\phi$  vs  $\bar{R}$  at different  $M/C$

$$\Phi_{2D} = \frac{\bar{R}_{1,cr}^2 - \bar{R}_{in}^2}{\bar{R}_{out}^2 - \bar{R}_{in}^2} + \int_{\bar{R}_{1,cr}}^{\bar{R}_{2,cr}} \phi(\bar{R}) d\bar{R}^2 / (\bar{R}_{out}^2 - \bar{R}_{in}^2) + \frac{\phi(\bar{R}_{2,cr})(\bar{R}_{out}^2 + \bar{R}_{out}\bar{R}_{2,cr} - 2\bar{R}_{2,cr}^2)}{3(\bar{R}_{out}^2 - \bar{R}_{in}^2)} \quad (17)$$

式中  $\bar{R}_{in}$  和  $\bar{R}_{out}$  为当量比  $M/C$  和炸药质量  $W$  (炸药密度  $\rho_{exp}$ ) 的函数,对于装填密度  $\rho_0 = \rho_p \cdot \varphi$  的二维颗粒环壳,

$$\bar{R}_{in} = \frac{W^{1/6}}{(\pi\rho_{exp})^{1/2}}, \bar{R}_{out} = W^{1/6} \left( \frac{M}{C} \frac{1}{\pi\rho_0} + \frac{1}{\pi\rho_{exp}} \right)^{1/2} \quad (18)$$

由式(11)可以得到

$$\bar{R}_{2,cr} = \bar{R}_{out} - \frac{t_{failure}}{W^{1/3} [V_{RW}^{-1} + V_{IS}^{-1}]} \quad (19)$$

因此,对于任意当量比  $M/C$  和炸药质量  $W$  的二维颗粒环壳(装填密度  $\rho_0$ ),通过式(17~19)可以预测出颗粒环壳整体的破碎体积分数  $\Phi_{2D}$ 。图 14 给出了数值模拟得到的不同工况的  $\Phi_{num}$  以及通过式(17~19)得到的破碎体积分数随当量比的变化  $\Phi_{fit}(M/C)$ , 两者的吻合程度非常好。

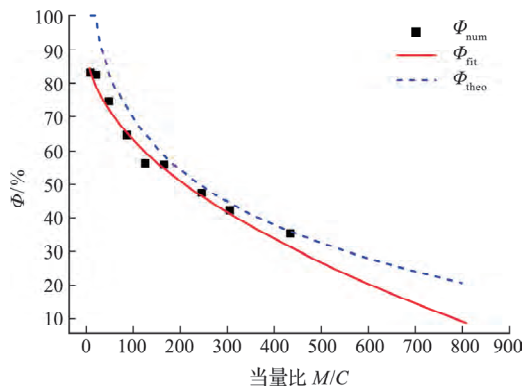


图 14 不同方法得到的颗粒破碎体积分数  $\Phi$  的比较  
Fig. 14 Comparison of particle breakage volume fraction  $\Phi_{num}$ ,  $\Phi_{fit}$  and  $\Phi_{theo}$

## 6 讨论

颗粒破碎是两个独立概率事件,即应力分布概率和颗粒强度分布共同作用的结果。Nakata 等<sup>[15]</sup>首先建立了颗粒体系中破碎程度与单颗粒的破碎强度分布之间的关联。Marketos 等<sup>[16]</sup>继而提出了准静态加载过程中颗粒破碎程度的概率预测方法。本节同样基于概率的思想建立中心爆炸加载下颗粒环壳内颗粒破碎程度(体积分数)的预测模型。与 Marketos 等<sup>[16]</sup>研究的一维准静态加载体系不同,球装药或柱装药结构中,由于球面/柱面爆炸波的径向传播衰减,以及中心发散的力链网络沿径向结构的演化,特征应力(诱导应力)的概率密度函数与径向坐标相关。本文特征应力为破坏波传播特征时间内的最大平均诱导应力  $\bar{\sigma}_{t,max}$ 。本节通过  $\bar{\sigma}_{t,max}$  的概率密度函数  $f(\bar{\sigma}_{t,max}, \bar{R})$  和修正

的颗粒破碎强度 Weibull 分布(式(7))建立任意当量比的二维柱装药中颗粒破碎体积分数的预测模型  $\Phi_{theo}(M/C)$ 。

对式(12)等号右边求导可得环形区域  $\Omega(\bar{R})$  内  $\bar{\sigma}_{t,max}$  的概率密度分布

$$f(\bar{\sigma}_{t,max}, \bar{R}) = \frac{m^*}{\bar{\sigma}_{t,max}^*} \left( \frac{\bar{\sigma}_{t,max}}{\bar{\sigma}_{t,max}^*} \right)^{m^*-1} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{\bar{\sigma}_{t,max}}{\bar{\sigma}_{t,max}^*} \right)^{m^*} \right] \quad (20)$$

式中  $m^*$  和  $\bar{\sigma}_{t,max}^*$  均为  $\bar{R}$  的函数(式(13,14))。考虑颗粒破碎强度的 Weibull 分布(式(7)),  $\Omega(\bar{R})$  内的破碎颗粒体积分数为

$$\phi_{theo}(\bar{R}) = \int_0^\infty f(\bar{\sigma}_t, \bar{R}) [1 - P_s(\bar{d}_p, \bar{\sigma}_t)] d\bar{\sigma}_t \quad (21)$$

式(21)用平均粒径  $\bar{d}_p$  代替  $P_s$  函数的变量  $d_p$ ,  $\bar{\sigma}_{t,max}$  简写为  $\bar{\sigma}_t$ 。将式(21)代入式(10)可以得到整个颗粒环壳内的破碎体积分数为

$$\Phi_{theo} = \frac{\int_{\bar{R}_{in}}^{\bar{R}_{out}} \int_0^\infty f(\bar{\sigma}_t, \bar{R}) [1 - P_s(\bar{d}_p, \bar{\sigma}_t)] d\bar{\sigma}_t d\bar{R}^2}{\bar{R}_{out}^2 - \bar{R}_{in}^2} \quad (22)$$

式(22)的分母和积分上下限的  $\bar{R}_{in}$  和  $\bar{R}_{out}$  为当量比  $M/C$  和炸药质量  $W$  的函数(式(18,19))。式(22)预测的  $\Phi_{theo}$  随当量比  $M/C$  的变化如图 14 所示,  $\Phi_{theo}(M/C)$  与  $\Phi_{num}$  的吻合程度非常好。

## 7 结论

采用破坏波传播特征时间内颗粒的最大平均诱导应力作为颗粒的特征应力,修正了基于准静态平板压缩试验的颗粒破碎强度 Weibull 分布。将修正后的颗粒破碎准则应用于离散元模拟得到颗粒环壳内部的应力场,获得了与试验结果高度吻合的破碎颗粒体积分数,同时揭示了控制破碎颗粒体积分数随当量比的变化机理。将模拟得到的颗粒特征应力的概率密度分布与修正的颗粒破碎强度 Weibull 分布相结合,建立了二维柱装药构型中颗粒环壳中破碎颗粒体积分数的理论模型,模型预测结果与数值模拟结果具有很强的一致性。

## 参考文献(References):

[1] Huang J Y, Lu L, Fan D, et al. Heterogeneity in deformation of granular ceramics under dynamic loading [J]. *Scripta Materialia*, 2016, **111**:114-118.  
[2] Vivek P, Sitharam T G. *Granular Materials Responses to Buried-Blast Loading* [M]. Springer, Singapore, 2019.  
[3] 赵章泳,王明洋,邱艳宇,等. 爆炸波在非饱和钙质砂中的传播规律 [J]. *爆炸与冲击*, 2020, **40**(8):76-91. (ZHAO Zhang-yong, WANG Ming-yang, QU Yan-yu,

- et al. The propagation laws of blast wave in unsaturated calcareous sand[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2020, **40**(8):76-91. (in Chinese))
- [4] Pontalier Q, Loiseau J, Goroshin S, et al. Experimental investigation of blast mitigation and particle-blast interaction during the explosive dispersal of particles and liquids[J]. *Shock Waves*, 2018, **28**(3):489-511.
- [5] 孙其诚, 刘晓星, 张国华, 等. 密集颗粒物质的介观结构 [J]. *力学进展*, 2017, **47**:263-308. (SUN Qi-cheng, LIU Xiao-xing, ZHANG Guo-hua, et al. The mesoscopic structures of dense granular materials[J]. *Advances in Mechanics*, 2017, **47**(0):263-308. (in Chinese))
- [6] 黄俊宇. 冲击载荷下脆性颗粒材料多尺度变形破碎特性研究 [D]. 中国科学技术大学, 2016. (HUANG Jun-yu. Dynamic Multiscale Deformation Behavior and Particle-Breakage Properties of Granular Materials Subjected to Impact Loading[D]. University of Science and Technology of China, 2016. (in Chinese))
- [7] Huang J Y, Xu S L, Hu S S. Influence of particle breakage on the dynamic compression responses of brittle granular materials [J]. *Mechanics of Materials*, 2014, **68**:15-28.
- [8] Huang J Y, Hu S S, Xu S L, et al. Fractal crushing of granular materials under confined compression at different strain rates [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2017, **106**:259-265.
- [9] 易洪昇, 徐松林, 单俊芳, 等. 不同加载速度下脆性颗粒的破坏特性 [J]. *爆炸与冲击*, 2017, **37**(5):913-922. (YI Hong-sheng, XU Song-lin, SHAN Jun-fang, et al. Fracture characteristics of brittle particles at different loading velocities [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2017, **37**(5):913-922. (in Chinese))
- [10] Bless S J, Brar N S. *Failure Waves and Their Effects on Penetration Mechanics in Glass and Ceramics Shock Wave Science and Technology Reference Library*[M]. Springer, Berlin, Heidelberg, 2007.
- [11] Kanel G I, Savinykh A S, Razorenov S V. Compression, rarefaction, and failure waves in silicate glasses [A]. 30<sup>th</sup> International Symposium on Shock Waves [C]. 2017.
- [12] Xue K, Liu J Q, Feng Chun, et al. Explosively driven hierarchical particle jetting [J]. *Chemical Engineering Science*, 2019, **202**:250-269.
- [13] Milne A M. Gurney analysis of porous shells [J]. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 2016, **41**(4):665-671.
- [14] Shan J F, Xu S L, Liu Y G, et al. Dynamic breakage of glass sphere subjected to impact loading [J]. *Powder Technology*, 2018, **330**:317-329.
- [15] Nakata A F L, Hyde M, Hyodo H, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test [J]. *Géotechnique*, 1999, **49**(5):567-583.
- [16] Marketos G, Bolton M D. Quantifying the extent of crushing in granular materials: A probability-based predictive method [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007, **55**(10):2142-2156.

## Numerical study on particle breakage characteristics under blast loading

ZHANG Chuan-shan<sup>1</sup>, FENG Chun<sup>2</sup>, XUE Kun<sup>\*1</sup>

(1. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;  
2. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Experiments indicated that with spherical TNT as the central explosion source, the volume fraction of the particles composed of spherical glass beads and the broken particles in the spherical shell showed an exponential decay law with the increase of the  $M/C$  (the mass ratio of the spherical shell of the particle to the mass of the TNT). Using the DEM coupled with FEM, this paper reveals the propagation attenuation of the explosion wave in the particle annular shell after the central explosive is detonated and the sparse unloading process after reflection at the outer interface of the annular shell. Due to the short pulse characteristics of the blast wave, the internal stress field of the particles is always in a state of stress non-equilibrium, and the Weibull distribution of the particle crushing strength in the stress-equilibrium state will be much higher than the volume fraction of the broken particles measured by the test. Therefore, in this paper, the average induced stress rather than the instantaneous induced stress in the characteristic time of the breaking wave propagation is used as the stress index of the particle crushing strength, and the characteristic time of the breaking wave propagation is determined by the test results. In this paper, the influence of the non-uniformity of stress propagation on particle breakage is considered, and the variation law of the probability distribution of the mean induced stress peak value with the proportional distance is obtained.

**Key words:** CDEM; particle breakage; blast wave; weibull distribution

引用本文/Cite this paper:

张传山, 冯春, 薛琨. 爆炸载荷下脆性颗粒体系破碎特性的数值研究[J]. *计算力学学报*, 2022, **39**(3):307-314.

ZHANG Chuan-shan, FENG Chun, XUE Kun. Numerical study on particle breakage characteristics under blast loading [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, **39**(3):307-314.