

郑哲敏先生逝世周年纪念专刊

践行工程科学思想的体会

——工程科学是技术创新与人类认识的源泉

李世海¹⁾ 张 丽

(中国科学院力学研究所流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘要 郑哲敏先生一生积极践行和倡导钱学森先生的工程科学思想, 传承和发扬工程科学思想对推动我国技术创新有十分重要的现实意义. 本文首先阐述了工程科学的定义、方法论和特点, 强调了提出新的解决方案是工程科学的核心内容以及工程科学家对技术创新的作用. 其次通过分析水下爆炸处理地基、三峡围堰相关技术等工程案例, 诠释了工程科学在技术创新中的作用; 讨论了工程计算与数值模拟的理论基础及工程科学属性, 选取广义计算变量、构建解的结构是数值模拟中创造性的工作; 连续非连续计算方法的核心在于构建了计算过程中时域内可增减的广义计算变量, 列举了几个体现工程科学方法论的计算案例; 介绍了滑坡灾害防治关键力学问题研究中践行工程科学思想的工作, 讨论了监测与数值模拟相结合的可行性及渐进破坏和破裂度概念. 最后基于开发高压卸荷矿石粉化技术的认知提出了岩石物理学发展的几个工程科学研究方向.

关键词 工程科学, 技术创新, 爆炸力学, 数值模拟, 连续非连续

中图分类号: O3 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-22-326

THE EXPERIENCE OF PRACTICING THE THOUGHT OF ENGINEERING SCIENCE ——ENGINEERING SCIENCE IS THE SOURCE OF TECHNOLOGICAL INNOVATION AND HUMAN UNDERSTANDING

Li Shihai¹⁾ Zhang Li

(Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract Mr. Che-Min Cheng had been actively practicing and advocating Mr. Hsue-Shen Tsien's engineering science thought throughout his life. He himself had also inherited and carried forward engineering science, which is of great practical significance to the promotion of technological innovation in China. Firstly, this paper expounds the definition, methodology and characteristics of engineering science, emphasizing that proposing new solutions is the core content of engineering science and addressing the role of engineering scientists in technological innovation. Secondly, the paper interprets the role of engineering science in technological innovation by analyzing several engineering cases, e.g. the use of explosion methods to deal with underwater foundations, the related techniques in the construction of the Three Gorges coffer. The paper clarifies the theoretical basis and engineering science nature of numerical simulation, in which how to select generalized variables and construct the structure of the solutions is the

2022-07-20 收稿, 2022-08-16 录用, 2022-08-16 网络版发表.

1) 李世海, 研究员, 主要研究方向: 连续非连续数值计算方法、爆炸与冲击. E-mail: shli@imech.ac.cn

引用格式: 李世海, 张丽. 践行工程科学思想的体会. 力学学报, 2022, 54(8): 2332-2342

Li Shihai, Zhang Li. The experience of practicing the thought of engineering science. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(8): 2332-2342

extremely creative work. The core of the continuous discontinuous simulation method is to construct mutable generalized variables in time domain. Several simulation cases that embody engineering science methodology are listed. The paper also introduces how to systematically practice the methodology of engineering science in the study of key mechanical problems in landslide disaster prevention, expounds the uniqueness of inversion and the feasibility of combining monitoring and numerical simulation, and gives the concept of progressive failure and rupture degree. Finally, based on the cognition of developing high-pressure unloading ore pulverization technology, the paper proposes several engineering scientific research directions for the development of rock physics.

Key words engineering science, technological innovation, blast, numerical simulation, continuous discontinuous

引言

郑哲敏先生积极倡导和践行钱学森的工程科学思想, 推广工程科学在技术发展中的应用, 是当之无愧的工程科学家。

他在解决地下核爆炸计算问题时, 提出了一个流体弹塑性体模型计算方案, 解决了核爆炸当量估算的问题, 并将其应用于爆炸加工等问题, 奠定了爆炸力学的理论基础^[1], 这一成果是践行工程科学思想的典型范例。他深刻认识到倡导工程科学思想对国家技术创新的重要作用, 和吴承康先生积极推动并成立了中国科学院力学研究所工程科学研究部, 发展工程科学方法论, 保留并培养了一支工程科学研究队伍。

本文介绍了作者在跟随郑哲敏先生的科研生涯中形成的工程科学思想认知, 讨论了发展工程科学与技术创新的关系, 总结了工程科学方法论的内涵和特性, 以及获取工程科学研究成果的要素和技术路线; 分析了在郑哲敏先生指导下参与的几个典型工程科学应用案例, 包括爆炸处理水下地基、参与三峡工程中两项研究工作等; 探讨了作者在开展连续非连续数值模拟、滑坡灾害关键力学问题研究中践行工程科学思想的体会及成果; 展望了开发高压卸荷矿石粉化新技术可能会产生岩石物理学发展的几个工程科学研究方向。

1 工程科学及方法论

1.1 工程科学的定义及内涵

钱学森先生认为工程科学是自然科学和工程技术互相结合产生出的学科, 又不同于自然科学和工程技术, 是化合物, 不是混合物。他高度评价了工程科学家在新技术发展中的先驱作用, 明确了工程科

学家的三项基本任务: (1) 所建议的工程方案的可行性究竟怎么样; (2) 如果可行, 实现这个建议最好的途径是什么; (3) 如果某一个项目失败了, 那么失败的原因是什么, 可能采取什么样的补救办法^[2]。

通过研读钱学森先生对三项基本任务的范例, 结合郑先生的言传身教, 体会技术创新过程中的重要环节, 作者对工程科学三项基本任务的认知如下。

(1) 所建议的工程方案是指满足工程需求的新方案, 而不是针对某项工程采用已有的解决方案。钱学森先生在研究导弹和喷气式飞机时就提出了不同于传统技术思路的新的解决方案, 郑哲敏先生针对核爆炸的问题提出了新的计算方案。这类研究内容称之为方案类。

(2) 论证方案的可行性、可靠性和经济性, 三方面的论证不可或缺。寻找最好技术途径的过程就是深入论证可行性、可靠性和经济性的方案及修改方案的过程。论证的过程需要自然科学的理论, 并通过给出工程规律作为论证依据。这是工程科学有别于自然科学研究的重要环节, 这类内容称之为论证类。

(3) 解决在工程实施和运营过程中出现的失误或失败, 这个过程也需要给出工程规律, 并提出解决工程问题的方案, 称为咨询类。

基于上述认知, 工程科学是以满足工程需求为目的, 基于自然科学的理论探索发展工程理论的科学, 其内在涵义包括: (1) 提出满足工程需求的方案, 围绕着这一方案探索工程规律, 发展工程理论; (2) 与工程科学相关的自然科学理论已经成熟, 需要掌握和应用这些理论解决工程中的问题; (3) 工程科学研究的对象包括自然和工程属性, 工程有创造的要素, 对应的理论就不只是像自然科学家那样发现规律, 还给出创造物的运行规律; (4) 新的工程规律具有普适性, 能解决具有同类规律的其他工程问题, 研究工程问题获得的新规律形成新的知识。

1.2 工程科学的方法论

钱学森先生阐述了工程科学研究的技术路线:用自然科学理论为指导,将工程问题抽象出物理模型,建立方程;用有效的数学方法求解方程;给出工程规律,并在此基础上指导工程。

体会钱学森和郑哲敏先生的研究成果,可以将上述技术路线具象化为:

- (1) 针对工程需求或工程问题,分析和探索工程基本要素,寻求描述基本要素的物理量;
- (2) 借助于量纲分析,深化认识问题的物理本质,给出确定影响工程规律的无量纲量;
- (3) 通过实验和分析,获得工程规律;
- (4) 若能抽象出模型,给出物理量之间的关系,建立基本方程,求解方程给出运动规律;
- (5) 基于获得的规律,论证工程的可行性、可靠性和经济性;
- (6) 确定和构想满足工程需求的新方案。

工程科学研究的技术路线有较大差异,主要体现在(1)、(5)和(6)三个环节。特别需要指出,尽管(2)、(3)和(4)的步骤是循序渐进的,但是每一步之后都有可能提出新的工程方案,只是方案的可靠程度不同,论证的方法也不同。提出新方案越早,方案的价值可能越大,承担的风险也相应增大,这是对工程科学家能力及信心的挑战。

1.3 工程科学的特点

随着对工程科学方法论的深入理解,认识到工程科学具有创造性、理论性和工程性,实现这些对工程科学家有较高的要求。

(1) 创造性。钱学森首先把工程科学界定为自然科学与工程技术间的桥梁,同时指出工程科学研究也是一种富有创造性的劳动^[2]。工程是人类改造社会的活动,研究工程问题本身就表现出人的创造性,可以说,技术创新是工程科学的目的,创新是工程科学的基本属性。

(2) 理论性。郑哲敏先生认为工程科学是以自然科学的理论为依据,创建工程技术所需的工程理论^[3]。郑哲敏先生认为工程科学不仅仅是自然科学与工程技术的桥梁,也是人类认识的源泉^[4]。工程科学的研究涵盖了人的创造物与自然的相互作用,更为复杂和真实,给出的工程规律会超出自然规律的应用范围。在一项新技术研发的开始,要以已有的基

础理论作为向导,待项目结束后就得到了工程规律,这种规律有可能形成新的工程理论,或者为基础理论提出研究方向,发展成工程理论,即使没有形成新的理论,也不会影响新方案的价值。

(3) 工程性。工程科学研究中的所有工作都围绕着满足工程需求和解决工程问题。这里不存在“有所为、有所不为”,都是有所为的,目的性非常强。鉴于此,工程科学研究有一条捷径:“站在目的地,找回家的路”,“目的地”是满足工程需求的目标,“家”是已经掌握的基本理论,探索出的就是一条新的途径。但是能够解决问题就达到了目的。这条途径有可能很崎岖,理论上不严谨,甚至还没有方程,但是解决了工程问题。

(4) 工程科学家的责任与素质。钱学森先生对工程科学家有很高的评价,认为工程科学家是任何工程发展项目的核心和工业新前沿的先驱^[5]。郑哲敏先生指出,工程科学家一方面有严格的科学精神,另一方面要勇于承担责任和风险。进一步理解工程科学家应该是新技术的创始人,完成从方案到技术成型的技术论证工作。工程科学家需要具备从基本理论到工程经验丰富的知识结构及科学素养,具有熟练掌握和应用科学真理的能力,敢于探索并能够给出复杂问题的工程规律,进而有信心承担工程责任和风险。

2 爆炸处理水下地基新技术践行了工程科学的思想

20世纪80—90年代,作者跟随郑哲敏先生和中国科学院力学研究所的工程科学家们,参与了我国沿海城市港口建设中几项以爆炸技术为核心的地基处理方法研究,其中包括爆炸处理淤泥软基、爆炸加密抛石基床和爆炸加密砂土地基。借助于这些案例可以体会工程科学思想在技术创新中的作用。

2.1 爆炸处理淤泥软基技术

江苏连云港兴建港口,其中西大堤工程需清除水深9 m,厚约6 m的水下淤泥,淤泥以下为亚黏土持力层。拟建堤长8 km,如采用挖泥船全清淤方法存在造价高、工期长和回淤等问题,需要寻求能同时满足快速、经济和高效的新方案。

在郑哲敏先生的大力支持下,爆破专家们首先提出了爆破抛掷方案,经过模型试验和现场实验发

现该方案不可行. 郑哲敏先生分析在爆炸荷载作用下淤泥可以看作是“不可压缩流体模型”, 淤泥和上覆海水有相同的特性, 实现抛掷方案要在水中布药, 将海底上覆的水抛出去, 经济上不合理. 于是调整了研发方向, 利用淤泥强度低的特点, 工程科学家们形成了爆炸填石排淤新技术^[6]. 该技术工艺简单、工期短、造价低且质量可靠, 广泛应用于我国防波堤建设, 处理淤泥的深度逐步加深至 20 m 以上, 并且列入国家规范中.

在寻求可行方案的路径中, 发现了原有方案经济上不合理, 更改了研究方向, 并通过大量的实验工作, 找到了工程规律, 产生了新技术, 充分体现了基础理论在新技术研究中的指南针作用和新技术经济性论证的必要性.

2.2 爆炸加密砂新技术

饱和松散砂在地震作用下容易液化, 导致工程失效. 防止液化通常采用振冲法, 需要专用的机械设备, 能耗大、工期长.

借鉴前苏联在加密尾矿库时采用的爆炸法, 在深圳妈湾电厂水上抛填 13 m 松散砂层形成的陆域开展加密工程实验^[7]. 初始实验采用前苏联资料上的布药参数, 同时或分段起爆、多遍爆炸的方式. 监测结果与资料接近, 加密后地层密度的均匀性差, 达不到工程要求.

鉴于当时的理论知识不足以给出量化方程, 结合实验现象, 借助量纲分析获得以下结论: 颗粒的相对位移达到直径的 $1/100 \sim 1/10$ 时, 砂颗粒的结构就会发生变化, 无需太大的药量; 单药包起爆后, 在几百倍药包半径的范围内都有地表下降, 说明爆炸在该范围内有效; 一次大药量起爆, 使砂体处在流动状态, 等同于松散砂堆积, 效果甚微.

基于新的机理认识提出了新方案, 将多药包同时起爆改为逐个药包起爆, 即每完成一次孔的成孔装药, 就起爆一次; 布药方案将方格式布孔改为放射性环状布孔.

新方案的实验结果表明: 单位面积上总药量减少、单次起爆药量减少、振动危害降低、振动次数大幅度增加, 形成了新的技术方案. 爆炸密实砂的效果明显优于大药量两次爆炸的实验. 工程试验后, 成功完成了 10000 m^2 的工程任务. 逐个药包起爆的思想, 后来用于水下抛砂基床加密工程, 采用逐排逐个药包起爆的方案, 加密效果均达到 20 击以上, 个别

点达到 40 击, 远远超过了工程要求的中密状态. 该技术应用于广东地区多个码头工程建设^[8].

在理论指导下, 剖析复杂的现象, 认识到在工程尺度下逐次爆炸可以提高加密效果, 形成了新的技术, 这正是工程科学的作用与价值.

2.3 爆炸加密抛石基床新技术

20 世纪 80 年代, 我国开放沿海城市推进港口建设, 其中重力式码头建设需要清除海底淤泥后水上抛石形成块石基础. 抛石体自然堆积形成, 比较松散, 满足不了永久性建筑的要求, 需要加密. 对于长度千米级、厚约 6~8 m 的抛石基床, 若采用传统水上吊车强夯加密方式, 工期长, 建设单位难以接受, 需要寻求高效的夯实方法.

参照前苏联的文献, 爆炸加密抛石基床技术的原理类似于重锤强夯, 只是将强夯荷载换成水下爆炸荷载, 在石层上均匀布置药包, 爆炸荷载推动上覆水向上运动, 对基床形成反作用力, 实现松散石头加密. 但 $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ 的区域一次爆破需要药量大于 1000 kg, 爆炸产生的振动危及相邻桩基码头的安全, 工程上不可行.

抛石体块石的尺寸平均几十厘米, 一般不会像砂子那样液化. 水下爆炸可以产生高压气泡的脉动和较高速的水流, 水流在块石间隙流动, 可以引起块石的悬浮、旋转及块石间的相对运动, 多次爆炸振动也会引起散体密实. 在此基础上, 提出了新的爆炸方案, 采用水下逐排逐个药包起爆, 单药包爆炸药量可以降低到 10 kg 以下; 可以分区作业, 作业区也从 20~30 m 扩展到数百米. 新方案工程实验成功, 直接应用于工程. 无需大面积“均匀”布药和同时起爆的方案, 不仅解决了爆炸对周边环境的影响, 工程质量检验满足要求, 工期也大幅度的缩减^[12].

该项新技术的产生, 得益于水下爆炸理论的引导, 认识到爆炸加密抛石基床的机理不同于强夯和砂土液化, 提出了解决问题的新方案.

上述三项新技术均是在认识力学机理后形成的方案, 论证过程尚未进行到给出方程的阶段. 通过数值计算获得复杂散体的运动规律是在二十多年之后, 而描述散体与流体的相互作用至今也没有高效的计算方法. 可以看出, 工程科学的研究及工程技术会超前基础理论, 为基础理论研究提出前瞻性的问题.

3 参与三峡个别工程技术研究的思考

3.1 三峡二期围堰风化砂密度校核

三峡二期围堰是为厂房建设挡住江水而构筑的临时建筑,堰体高度在 80 m 左右,中下部采用两岸的风化砂,中间做防渗墙.三峡公司需要弄清楚重力作用下的堰体的密实程度,明确是否还需要加密.已有的离心机实验结果表明,风化砂在重力作用下可以加密,自然满足工程要求.这一结论不符合“饱和砂土不会在静力作用下密实”的常规认知.经过分析,认为可能原因有两个:一是长江两岸的风化砂和常规砂的特性不同,强度很低比较容易压碎;二是实验中的离心力加载环境不同于静态重力加载.

深入分析实验现象和进一步调研,基本判断是实验所用离心机有振动.通过监测离心机的运行状况,发现在 200 g 的实验条件下,离心机实验仓有 125 Hz 的高频振动.考虑到时间和几何相似性,相当于二期围堰的原型在 5 度地震作用下持续振动半年,自重作用下围堰加密的结论不成立.围堰堆填后的实测密度变化范围为 1480 ~ 1650 kg/m³,需要加密,验证了判断的正确性.

该项目的研究成果可以归类于工程科学的咨询类任务,得益于量纲分析、对离心机工作运行原理和结构的认知以及早前研究饱和砂振冲、强夯和爆炸加密获得的规律,能够及早发现问题,对建设单位改变原有的工程方案发挥了作用.

3.2 三峡三期围堰爆破拆除方案

三峡三期围堰长 576 m,顶部高程 140 m,底部高程 40 m.断面上部为矩形,顶宽 8 m,高 10 m,下部为梯形,迎水面是直立墙,梯形上底宽 8 m,背水面边坡为 1:0.75.工程要求三期围堰顶部 25 m 拆除,拆除工作一次完成,同时还要确保相邻建构筑物的安全.工程需求的关键是方案可靠、降低震害.

松动爆破方案是成熟方案,也有一些水下爆破工程实例,爆炸倾倒的方案用于陆上烟囱类结构.水下大体积混凝土爆破翻转方案理论上可行,更容易满足工程要求,只是无先例,需要开展可靠性研究.为此,项目组开展了 1:36 无水条件下的倾倒试验;1:20 有水条件下的倾倒试验;在清江某水电站横向围堰上进行 1:5 倾倒试验,及纵向围堰 1:2 倾倒试验.

通过这些试验,获得了新的认知:

(1) 小实验中,被拆除的堰体在爆炸荷载作用下

有反方向的小角度转动和跳跃,当开口完成后,堰体再向正向翻转;

(2) 有水实验和无水实验相比,所需要的药量增加不多,说明混凝土的强度和抵抗线是决定爆破开口尺寸的主要因素;

(3) 1:5 实验发现采用大比药量开口的形状更能保证;

(4) 1:2 实验发现如果药包布置不合适可能会导致从坝顶劈裂,而不能按照设计意图翻转,侧向有水或会增加这种风险;

两次大尺度的实验,为该方案的可行性和可靠性提供了强有力的证据,最终经过三峡公司、长江水利委员会和中国科学院等专家的进一步论证,采纳了实验方案并实施.

在该项新技术中工程科学的作用在于提出了围堰拆除的新方案——翻转方案,并通过系列实验找到了实现该方案的技术途径.

4 数值模拟的工程科学属性

20 世纪 90 年代在郑先生指导下所做水下爆炸和三峡问题研究都与散体有关,新方案之后的论证工作大都停留在实验研究和量纲分析阶段,尚未形成系统的理论性研究.1997 年作者在美国西北大学访问,期间读到一篇关于三维刚性块体模型 NURBM3D (Northwestern University Rigid Block Model 3 Dimension) 的论文,意识到数值模拟有望从根本上解决散体及岩体的问题.在二十多年的研究中,作者意识到数值模拟拥有工程科学的基本属性.作者还曾了解和研读了三峡永久船闸的数值模拟工作,对采用弹塑性模型计算出中隔墩有 2/3 的塑性区有疑惑,这也是促使作者开展连续非连续数值方法的原因之一.

4.1 数值模拟是工程科学的具体体现

钱学森先生早在 20 世纪 70 年代就开始关注计算机在力学中的应用,他特别强调没有计算机应用的力学称不上现代力学.随着对工程科学和数值算法研究的深入,可以看到数值模拟是工程科学方法论的完整体现.

数值模拟是以提出满足工程需求的方案为目的,利用自然科学的基本理论,借助数学方法给出工程规律和工程评价参数.其学科性质符合工程科学的基本定义,主要体现在以下几个方面:

(1) 数值模拟的基本方程或应用的基本原理来自自然科学的基本理论, 与工程科学应用自然科学理论探索工程规律一致;

(2) 数值模拟需要根据工程问题选择合理的力学模型, 给出计算的基本方程, 进而编制计算程序并求解方程, 与工程科学要从复杂的问题中抽象出基本模型, 找出变量并建立方程一致, 符合工程科学对高效计算方法的需求;

(3) 数值模拟的结果通过实践验证模型、方程和计算方法的合理性, 并在此基础上提出解决问题的方案, 是工程科学指导工程的环节之一;

(4) 借助数值模拟可以将创新的工程科学方案具象化, 并验证其可行性和可靠性, 回答工程问题。

4.2 工程计算方法的理论基础及创造性

最小作用量原理被认为是物理学最为普遍的原理, 是经典力学、量子力学和相对论等的理论基础^[9]。

作用量的量纲是能量和时间的乘积, 具体表达形式为

$$S = \int L dt \quad (1)$$

式中, S 为作用量; L 为能量泛函; t 为时间。

最小作用量原理表述为自然界一切客观运动的规律遵守作用量的增量为零, 即 $\delta S = 0$, 也就是说自然界总是按照最经济的途径运行。

对于数值模拟, 能量泛函并非物理学中的基本物理量 (位移、速度等广义变量) 构成, 而是由可以表述这些基本物理量的一组可计算的广义变量 (时空函数) 构成, 我们可以称这些变量为广义计算变量。如机械能泛函表示为 $L(u_i(x, t), v_i(x, t))$, 其中, u_i, v_i 为 t 时刻的速度和位移; i 为维度; t, x 为时空自变量。对泛函变分可得到拉格朗日方程

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial L}{\partial v_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_i} = \frac{\partial A}{\partial u_i} \quad (2)$$

式中, $L = T - V$, 其中 T 为动能, V 为势能; A 为外力所作功。针对不同的物理问题能量泛函所选取的变量不同。

数值模拟的泛函为 $L(u(\xi_i, \eta_i), v(\xi_i, \eta_i, \dot{\xi}_i, \dot{\eta}_i), t)$, 即 $L(\xi_i, \eta_i, \dot{\xi}_i, \dot{\eta}_i, t)$, 其中, ξ_i, η_i 为数值模拟选取的广义计算变量。对泛函变分得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi_i} &= \frac{\partial A}{\partial \xi_i} \\ \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \eta_i} &= \frac{\partial A}{\partial \eta_i} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, A 为外力所作功。

式 (3) 给出了广义计算变量理论形式上的微分方程。这些计算变量可能无法给出具体的物理意义, 但是可以通过几何信息和时空函数建立和基本物理量之间的关系。选取这种关系是数值模拟中的创造性工作, 本质上是按照所选取的计算模型人为定义的解的结构。有限元、有限差分是最早期的计算方法, 有限体积、边界元、DDA 等各种方法的差异, 均在于对应不同的离散形式, 在泛函中选取不同的广义计算变量及解的结构。这与物理学中针对不同的问题选取不同解析形式的能量泛函, 由最小作用量原理建立微分方程的过程基本一致。

由此可以看出, 模拟自然和工程规律的数值方法和物理学一样, 其理论基础都是最小作用量原理, 只是数值模拟选取了更为广泛的物理变量——广义计算变量。从这个意义上说, 数值模拟不只是求解方程的工具, 而是一种科学研究的方法, 创造性的工作在于寻求合理的广义计算变量并构建这些广义计算变量的结构。数值模拟开拓了研究自然科学和工程科学问题的技术途径, 广义计算变量解的结构更适应复杂介质和工程问题, 所获得的普适规律可以成为工程科学的知识。

4.3 工程科学指导下的连续非连续单元法

连续非连续介质力学试图建立一般力学与连续介质力学之间的联系, 重点描述固体中有大量的裂纹萌生与发展及破裂后变形体的运动规律。连续非连续单元法 (continuum-discontinuum element method, CDEM) 是基于以计算变量为广义坐标的最小作用量原理, 构建出计算变量空间域内重合与分离解的结构, 形成显式动力学的数值求解方法。该方法融合了连续介质数值方法与非连续介质数值方法, 可以实现多场耦合下渐进破坏过程的模拟; 可以模拟静、动力载荷下岩体的弹性、塑性、损伤及破裂过程, 及破碎后散体的运动、碰撞、流动及堆积过程。

连续非连续单元方法经历了从只能计算简单形状的刚性块体运动到可以模拟复杂的工程问题的过程, 下面分析几项能够体现工程科学创造性的数值模拟工作。

4.3.1 澄清力学概念后的节理面力计算方案

著名岩石力学专家 Goodman 为了描述节理面两侧的受力状态, 提出了节理面弹簧刚度模型。然而

该模型隐含了材料特性和几何尺度,直接用于数值模拟引起了诸多问题,主要体现在:节理面两侧的岩块受压时相互嵌入不符合基本的物理图像;弹簧刚度没有确切的物理参数与之对应,选取具有人为性;刚度值取大了计算容易发散,取小了影响位移场。

事实上,弹簧刚度是几何尺寸和介质弹性的导出量;如果节理面是有厚度岩体夹层的抽象,就可以用夹层材料的弹性模量和厚度的比值定义单位面积上的刚度。如果节理面没有厚度或者厚度可以忽略,即块体之间没有介质就无需通过定义弹簧计算相邻块体之间的相互作用力。可以看出,物理模型的不合理导致了计算结果的不合理。

为此,CDEM的算法中提出了结构层的概念,给出了如下的计算方案:

- (1) 有真实厚度的节理,直接用节理厚度和弹性模量计算刚度;
- (2) 刚性面节理,在相邻块体单元中划出一定厚度的结构层,层厚一般不大于单元尺度的10%,弹性模量和块体的弹性模量相同^[10];
- (3) 将相邻块体中隔出的结构层设置为弹簧元;
- (4) 取消弹簧,将节理面作为力边界。

上述四个计算方案循序渐进,随着认知的深入逐步完善,直至由量变到质变。

工程科学寻求计算块体间相互作用力的技术途径,开始阶段是为了适应当时软件开发的现状,提出的方案并没有去掉弹簧,基本上解决了刚度选取随意性的问题;第(4)种方案将节理面作为计算区域的边界,取消了节理面弹簧,改变了广义计算变量,模型更合理,计算更为简单。

4.3.2 构建断裂解的结构形成的计算方案

单元内部断裂主要解决两大问题:单元网络的依赖性和应力路径的不唯一性;为此,开展了大量的块体断裂模型研究以降低对块体的依赖性^[11],其中包括:

- (1) 规则块体单结构面破裂;
- (2) 规则块体的三结构面破裂;
- (3) 四面体网格的给定方向的破裂;
- (4) 四面体块体任意方向的破裂。

提出上述几种方案有如下的出发点:

(1) 破裂单元用了最简单的强度准则模型,计算模型简单,工程上其他方面的误差或许比模型的误差更大;

(2) 没有采用断裂力学的方法研究裂纹的扩展,

计算精度受计算方法和单元尺度的限制,对于常应变单元,最小破裂尺度为单元尺度,研究裂纹尖端的应力状态意义并不大;

(3) 单元破裂程序实现时,单元的信息要随着破裂数的增加而更新,单元的结构不应过于复杂。

对于连续非连续单元,规定单元的几种破裂结构看起来是一种假设,客观上是给出了破裂问题解的一种结构。利用最小作用量原理,可以获得这一结构下的最优解,这为研究破裂问题提供了一条技术途径。

4.3.3 连续非连续单元

数值计算是通过节点的分离来描述介质由连续到非连续的状态,反过来,通过节点的融合来实现介质由非连续到连续的状态。事实上,碰撞和断裂是在瞬间完成的,节点的空间位置没有变化。因此,节点融合或分离发生在时域内,也就是要通过时间定义融合或分离的计算变量。基于此,分别给出共节点及分离的计算方案和散体节点碰撞融合的计算方案。

4.3.3.1 共节点计算方案

共节点模型是连续非连续单元方法的主要特点,充分体现了离散元和有限元相结合。其计算方案的要点在于:

(1) 将共节点的单元作为研究子域,共节点的位移和速度作为广义计算变量,采用动态松弛法,遍历子域计算节点力,遍历节点计算速度和位移;

(2) 单元变形力的计算采用有限元的方法,节点力的合力计算分两种状态,连续时求相邻两个节点共同的合力,不连续时两个节点分别求合力;

(3) 节点位移用动量守恒定律,事实上是泛函对节点位移变分得到的拉格朗日方程,分为两种状态,连续时相邻节点有共同的位移,受相等同的合力作用,求共同的加速度,不连续时两个节点分别有各自的位移及合力,分别求加速度;

(4) 在强度判断节理面满足断裂条件后,引入界面弹簧,直至两个界面以上满足断裂条件,达到节点分离的条件,实现连续到非连续的过程。

该计算方案在断裂瞬间仍然采用了节理层弹簧,只是用于剪切破坏的后续计算,可以摆脱弹簧刚度在断裂前对块体变形和运动规律的影响,从形式上解决了单元界面破裂的计算问题。

4.3.3.2 散体碰撞计算方案

冲击、泥石流、结构倒塌、爆破破碎和波在含裂缝介质中的传播等问题均会涉及块石及结构的碰

撞. 碰撞的力学过程包括块体表面或节点的运动学以及块体内部的动力学过程, 包括碰撞接触、共同运动、破裂(分离)三个阶段. 为此, CDEM 发展了全新的模型来描述动态碰撞过程^[12]:

(1) 两个块体碰撞节点的位移采用完全非弹性碰撞, 碰撞的过程发生的动能损失完全转化为块体的变形;

(2) 碰撞后块体的接触部分具有相同的位移、速度和加速度;

(3) 当两个块体的接触力, 即作用力和反作用力为零时, 块体分离.

无碰撞弹簧的新模型具有以下三个优点:

(1) 物理模型更客观, 块体的碰撞冲量直接转化为单元变形;

(2) 计算量减少, 每个碰撞点至少减少了三个弹簧的计算量;

(3) 计算时步不受弹簧刚度限制, 计算更容易收敛.

CDEM 的创造性工作在于选择了可以在时域内增减的广义计算变量. 这是在时域内解的结构改变, 当节点分离时会改变连续介质的边界条件及积分区域, 广义计算变量增加; 而散体碰撞接触会通过接触点减少计算变量. 新的计算方案, 为研究力学的复杂问题提供了新的思路.

4.3.4 弹簧元——以单元坐标系下节点相对位移作为广义计算变量

掌握有限元法需要有弹性力学、变分原理和数值分析的理论基础, 岩土和地质专业的学生需要补充较多的课程. 为此, 我们提出了用弹簧振子模型表述变形单元的方法, 称之为弹簧元方法.

该方法在单元内先假定一组正交弹簧, 即定义两个节点的法向弹簧和剪切弹簧, 然后增加了描述弹性材料泊松和剪切效应的泊松弹簧和纯剪弹簧. 用一组弹簧振子的相对位移和速度作为广义变量, 建立了弹簧系统的能量泛函. 将弹簧系统的能量泛函与由应力应变定义的弹性能比较, 获得各类弹簧的刚度和弹性模量、泊松比及单元尺寸之间的关系, 由此求得三角形单元或四面体单元的弹簧刚度系数, 该方法也可以推广到四边形和六面体单元^[13].

弹簧元法的理论基础也是最小作用量原理, 与有限元的不同在于提出了另一组广义计算变量, 就是将全局坐标系下的节点位移计算变量转化为局部坐标系下的节点间相对位移作为计算变量. 三角形

和四面体单元, 弹簧元只用了 6 个和 15 个刚度系数, 相比全局坐标系对应的刚度矩阵中是 36 和 144 个元素. 该方法定义了不同类型的弹簧, 物理概念清晰, 易于被工科院校的学生接受. 通过弹簧的非线性和断裂可以描述单元的损伤、塑性和断裂特征, 单元的应力和应变成为导出量.

4.3.5 应变强度分布准则——引入破裂度变量的本构模型

材料本构关系及强度准则是人为抽象材料特性的力学模型, 体现了人的创造性也是工程科学研究的范畴. 描述岩石及岩体特性的力学模型举不胜举, 而工程上采用的模型依然是几个简单的模型. 根本原因在于用连续介质模型将材料内部既有渐进破坏产生微裂纹的复杂几何描述转化为复杂物理描述——应力应变关系及强度准则. 认识到这一点, 我们用破裂面积作为描述材料特性的重要参量, 提出了应变强度分布准则^[14], 基本要素如下:

(1) 概化材料宏观特性的单元(如材料试样、计算单元)称为表征元, 表征元由无数微单元构成;

(2) 表征元的应变服从人为确定的场分布(如服从等应变、线性应变分布等), 不同位置的微单元应变与表征元的场应变对应;

(3) 微单元断裂采用应变强度准则, 其强度服从选定的某种统计分布;

(4) 微单元只有弹性和破裂两种状态;

(5) 处于拉伸破裂的微元应力为零; 剪切破坏的微元应力状态服从摩尔库伦准则;

(6) 定义了最小和最大拉伸应变和拉伸破裂度、剪切破裂度及拉伸-剪切联合破裂度及完整度. 破裂度和完整度之和为 1, 当应变小于最小拉伸破裂应变时, 破裂度为 0, 完整度为 1; 当应变大于最大拉伸破裂应变时, 破裂度为 1, 完整度为 0.

应变强度分布准则用破裂度定义表征元的破裂状态; 表征元的材料参数只有弹性模量和泊松比, 反应材料均匀化的宏观特性不包含破裂因素; 应变强度分布参数取决于选定的分布函数, 均匀分布只有最小、最大拉伸和剪切断裂应变参数, 可以通过实验获得. 该准则通过破裂度参量将拉伸、剪切应力应变关系及对应的破裂状态融为一体表述, 有效地描述了表征元在两个尺度上的破裂过程.

应变强度分布准则的工作属于工程科学研究进程中早期的阶段, 从复杂的力学现象中寻求关键变

量, 破裂度正是用于度量表征元的破裂状态的关键物理量.

5 地质灾害防治的学科定位与关键力学问题

20 世纪末国家制定了西部大开发战略, 郑哲敏先生等建议开展地质灾害防治关键科学问题的研究. 郑先生特别指出, 地质灾害防治的科学内涵是力学问题, 从工程科学的视角研究地质体的运动规律, 是工程建设所必须的, 而连续介质的基本理论和方法难以奏效, 极具挑战性.

应用工程科学的思想进行滑坡灾害的研究, 主要体现在三个方面: 地质灾害的演化是渐进破坏的结果; 认识到地质体变形与破坏具有反分析的可行性, 提出监测和数值模拟相结合是灾害防治的基本途径; 提出了破裂度作为度量地质体灾变的关键物理量, 并给出了由计算机实现的计算方法^[15].

5.1 破裂及渐进破坏是地质灾害演化的基本模式

面对一个新的问题, 工程科学研究的首要问题是抽象出合理的模型, 寻找出基本变量.

滑坡灾害的防治首先由地质专家和工程专家主导, 基本出发点是只要保证滑坡的整体性, 滑坡就是安全的. 对应的分析方法是刚体极限平衡理论或塑性力学的滑移线理论, 基本的力学模型是一致性运动, 以力作为基本的物理量建立平衡方程.

采用固体力学的弹塑性理论, 滑坡灾害是滑坡体的位移随时空的演化, 基于连续介质的模型, 可以通过求解固体力学的基本方程给出位移场随时间变化的规律. 然而, 由此得到的结论仍然不能令工程专家满意, 原因是给出的结论和刚体极限平衡差别不大, 甚至用两个结果相近来证明连续介质力学的算法可靠.

在现场勘查中看到, 无论岩质边坡还是土质边坡, 发生灾变前都有地表裂缝萌生、裂缝扩展、解体及成灾的过程. 这就告诉我们, 滑坡的灾变不是整体运动的过程, 是渐进破坏, 有时空的演化. 裂缝的演化一直伴随着滑坡的灾变过程. 描述地质体灾变演化过程, 当地质体某处的材料破坏后, 破坏面原来承担的应力就会转移, 产生新的破坏面, 新的破坏面又会导应力转移, 继续产生新的破坏面, 形成渐进破坏; 渐进破坏如同多米诺骨牌, 只是受地质结构和破坏条件的影响, 对应的现象和运动的图像更为复杂. 后来设计了计算单轴压缩破坏的模型, 在内部结

构面强度分布时, 提出了渐进破坏比的概念^[16], 某种条件下原有概念的安全系数达到 10 仍然可能发生灾变.

基于渐进破坏的思想, 将成灾的地质体从不良地质体、灾害孕育、形成滑面、滑坡解体、灾害发生的全过程转化为地质体灾变的破坏过程包括: 既有破坏、局部再破坏、贯穿性破坏、碎裂性破坏和运动性破坏五个破坏阶段. 从这五个渐进破坏的阶段, 看到了刚体极限平衡的分析方法只是对应贯穿性破坏中的一种简化分析方法^[17].

5.2 连续非连续法数值模拟与实时监测相结合的技术途径

21 世纪初数字通讯技术已经成熟, 与传感器结合形成物联网技术. 该技术可以实现滑坡体的实时监测, 获得大量客观的数据, 然而, 这些数据大部分是地表的, 地下的数据, 依然是局部的. 有效地利用这些数据需要理论支持.

另一方面, 地质体作为固体力学的研究对象, 有两个要素不满足定解条件: 其一是既有破坏的未知性, 一般情况下人们无法获得能够满足力学分析的地质体内部结构; 其二是不清楚初始地应力场, 研究的滑坡体区域不能与大地割裂开来, 其边界条件只能靠局部点的测量甚至没有测量数据.

解决上述两类问题, 自然想到反分析的技术途径, 论证其方案的可行性是工程科学的任务, 关键的问题在于说明解的唯一性. 连续介质力学将复杂的地质体等效为非线性的, 材料的本构与加载路径有关, 因此不能通过反分析获得唯一的解.

连续非连续计算方法抽象的力学模型, 提出了“复杂结构、简单本构”的原则. 即假设每个单元是“简单的”线弹性本构, 地质体内部既有的结构面和断裂形成的新结构面的几何构型是“复杂的”. 基于这一原则, 等效的应力应变关系多值性和加载路径相关性的问题不存在了. 结构面作为研究区域的边界严格满足力边界条件, 由此构成了定解问题. 借助于连续非连续的计算方法动态计算, 演化过程中的破裂面可以随时记录下来, 破裂后不再恢复, 再次加载处于新的边界条件, 由此保证了动态计算路径的唯一性.

基于此, 我们提出了将现场监测与数值模拟相结合研究滑坡体运动规律的解决方案, 该方案成功用于清江茅坪滑坡及矿山安全分析等^[18].

5.3 破裂度是度量地质体破坏状态的重要物理量

寻找关键物理量是工程科学的重要工作之一, 但并非所研究的问题需要提出新的物理量, 地质灾害研究是个特例. 滑坡防治的工程问题中, 基于滑坡体整体运动与力的平衡假设, 工程师习惯了用安全系数判别滑坡体的稳定性. 基于渐进破坏模型, 采用数值模拟和实时监测相结合的技术途径, 需要新的评判标准. 为此, 提出了用无量纲参数破裂度评估地质体的安全程度和灾害危险程度^[19-20].

对于给定的滑坡体发生灾害的程度, 地质体当前的破裂面积与发生灾害的破裂面积之比 D , 称为破裂度

$$D = \frac{S_c}{S_d} \quad (4)$$

式中, S_c 为当前破裂面积; S_d 为灾变破裂面积. 从以下四点解读该公式.

(1) 破裂度是针对具体的滑坡体, 确定的地质体力学模型及几何模型, 通过数值模拟计算得到的参数, 就技术路线而言, 与刚体极限平衡方法一致; 差别在于选用了渐进破坏模型, 用了连续非连续的计算方法, 引入了破裂度这一物理量.

(2) 给定的灾害程度是由工程师、政府决策者根据灾害体的环境和可能造成的生命财产的损失而认定的灾害状态. 比如, 滑坡体上有较多的建筑物, 决策者认为居住区产生 0.5 cm 以上的地裂缝就称为发生了灾害; 滑坡体下方远处有一条公路, 只有滑下 50 万方以上才能威胁到公路安全, 小于 50 万方的滑坡就不称为灾害.

(3) 发生灾害的破裂面积是指发生了决策者给定的灾害状态时地质体的破裂面积.

(4) 地质体当前的破裂面积是根据当前的地质现象和监测结果, 经过反演和计算获得的当前状态下滑坡体内的破裂面积.

实践表明, 虽然地质体的结构很复杂, 但是通过数值模拟获得的破裂度基本上随强度的改变成单调的趋势, 该方法和岩质边坡成灾范围预测一并列入团体标准. 该标准的实施还需要可靠的计算软件和大量的工程验证.

在地质灾害及滑坡问题研究中, 工程科学发挥了较为“原始”和系统的作用.

(1) 提出了新的物理变量, 破裂面积、破裂度及灾害破裂度等物理量, 用于描述灾害状态.

(2) 实现了地学与力学的结合, 将对滑坡地质现象的描述转化为力学破坏状态的定量化描述.

(3) 基于简单本构复杂结构的原则, 确认了反分析的可行性. 实现了监测与数值模拟的结合, 并开发了连续非连续的力学模型、计算方法.

(4) 提出了理论、监测和计算方法与工程相结合的灾害预测方案, 给出了基于破裂度参数的工程专家可以操作的灾害评价体系.

6 基于矿石粉化技术衍生的岩石物理学若干问题

近年来, 在郑先生的大力支持下开展了高压卸荷矿石粉化技术的研发工作, 矿石粉化技术的原理类似于煤与瓦斯突出, 当高压气体充入矿石的孔隙内突然卸压, 矿石在孔隙高压作用下粉化, 粉化后的岩石颗粒的粒径分布有较好的规律性, 与传统的球磨、碾压技术相比, 该技术流程短、设备简单、效率高. 基于该技术的研究, 观测到了岩石在颗粒尺度上的非均匀性, 为岩石物理学的发展提供了思路, 相关的理论和实验研究包括但不限于如下的几个方面.

(1) 粉化技术的实验结果给出了高压气体作用下的颗粒粒径分布规律, 反映了岩石非连续力学特性, 用破裂度和岩石破裂面积分布相结合的方法表征岩石颗粒尺度上的强度特征. 从最小作用量原理出发, 分析颗粒分布规律可以抽象出新的广义变量.

(2) 基于新的理论, 提出岩石破裂强度、能量消耗测试的新技术, 发展岩石力学非连续特性新的测量方法.

(3) 应变强度分布准则给出了一种新的描述岩石特性的方法, 将材料的本构关系、拉伸剪切破坏、强度准则统一表述. 其中定义了等尺度的微元体不能反映材料的非均匀性, 粉化实验的结果提供了材料的非均匀性数据, 为完善应变强度分布理论提供了实验依据.

(4) 岩石的动态特性可以通过波动方程描述, 但岩石是由颗粒构成的. 岩石中的波长在千米量级, 破裂发生在微米及毫米尺度, 六个以上量级的差异势必需要开展多尺度研究. 事实上, 量子力学研究的正是物质的波粒二象性, 本质上也是研究连续非连续的问题. 岩石中颗粒材料特性和几何形状都是不确定的, 可以用弹性模量、密度和颗粒直径定义颗粒的特征量 $\sqrt{\rho E}d^4$, 它具有最小作用量的量纲, 用量子

力学的概率模型研究岩石的破裂是一条新的技术途径。

7 结论

工程科学的核心是提出新的工程方案, 论证其可行性、可靠性和经济性; 水下爆炸处理地基、三峡工程中三期围堰拆除、二期围堰风化砂密度评估的成果均体现了工程科学的作用; 工程计算与数值模拟的基础理论可以归结为最小作用量原理, 又是解决工程问题的重要手段, 说明数值模拟及软件开发属于工程科学的范畴; 连续非连续计算方法中提出的新模型和新计算方法研究属于为软件开发工程提供技术方案; 渐进破坏、复杂结构简单本构对应解的唯一性以及破裂度的定量化为现代信息技术用于地质灾害防治提供了理论依据; 矿石粉化技术研发将会开拓出岩石物理学理论与应用研究的新学科及研究方向。

致谢

本文论及的科研成果都是由相关的工程科学家、团队及合作单位共同完成的, 非常荣幸能与他们合作并体验工程科学的创新作用, 作者在此表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- 1 郑哲敏, 解伯民, 刘育魁等. 地下核爆炸的流体弹塑性计算方案和若干结果//郑哲敏文集. 北京: 科学出版社, 2004: 217-223 (Zheng Zhemin, Xie Bomin, Liu Yukui, et al. Fluid elastoplastic calculation scheme and some results of underground nuclear explosion//Collected Works of Zheng Zhemin. Beijing: Science Press, 2004: 217-223 (in Chinese))
- 2 Tsien Hsue-Shen. Engineering and engineering sciences. *Journal of the Chinese Institution of Engineers*, 1948, 6: 1-14
- 3 郑哲敏. 钱学森的技术科学思想//钱学森科学贡献暨学术思想研讨会论文集. 北京: 中国科学技术出版社, 2001: 27-33 (Zheng Zhemin. Tsien's Thoughts on technological science//Symposium on Tsien's Scientific Contributions and Academic Thoughts. Beijing: China Science and Technology Press, 2001: 27-33 (in Chinese))
- 4 郑哲敏. 学习钱学森先生技术科学思想的体会. *力学与实践*, 2001, 23(6): 1-6 (Zheng Zhemin. The experience of learning Tsien's Thought of technology and science. *Mechanics in Engineering*, 2001, 23(6): 1-6 (in Chinese))
- 5 钱学森. 论技术科学. *科学通报*, 1957, 2: 97-104 (Tsien Hsue-Shen. On technological science. *Journal of Engineering Studies*, 1957, 2: 97-104 (in Chinese))
- 6 张建华, 顾道良, 武可贵等. 水下淤泥质软基的爆炸处理法. 北京市: CN1004564 B, 1989-06-21 (Zhang Jianhua, Gu Daoliang, Wu Kegui, et al. Explosion treatment of underwater silty soft foundation. Beijing: CN1004564 B, 1989-06-21 (in Chinese))
- 7 张建华, 顾道良, 李世海等. 饱和松砂的爆炸强夯联合密实法. 北京: CN1065503, 1992-10-21. (Zhang Jianhua, Gu Daoliang, Li Shihai, et al. Combined compaction method of explosive dynamic compaction for saturated loose sand. Beijing: CN1065503, 1992-10-21 (in Chinese))
- 8 李世海, 刘以钢, 黄良佐等. 加密水下抛砂基床的爆夯方法. 北京市: CN1237668, 1999-12-08 (Li Shihai, Liu Yigang, Huang Liangzuo, et al. Explosive compaction method for dense underwater sand throwing foundation bed. Beijing: CN1237668, 1999-12-08 (in Chinese))
- 9 许良. 最小作用量原理与物理学的发展. 成都: 四川教育出版社, 2001 (Xu Liang. The Principle of Least Action and the Development of Physics. Chengdu: Sichuan Education Press, 2001 (in Chinese))
- 10 Feng C, Li SH, Liu XY, et al. A semi-spring and semi-edge combined contact model in CDEM and its application to analysis of Jiweishan landslide. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2014, 6(1): 26-35
- 11 王杰, 李世海, 张青波. 基于单元破裂的岩石裂纹扩展模拟方法. *力学学报*, 2015, 47(1): 105-118 (Wang Jie, Li Shihai, Zhang Qingbo. Simulation of crack propagation of rock based on splitting elements. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(1): 105-118 (in Chinese))
- 12 Li SH, Tang DH, Wang J, et al. A two-scale contact model for collisions between blocks in CDEM. *Science China: Technological Sciences*, 2015, 58(9): 1596-1603
- 13 张青波, 李世海, 冯春等. 基于 SEM 的可变形块体离散元法研究. *岩土力学*, 2013, 34(8): 2385-2392 (Zhang Qingbo, Li Shihai, Feng Chun, et al. Study of deformable block discrete element method based on SEM. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(8): 2385-2392 (in Chinese))
- 14 Li SH, Zhou D. Progressive failure constitutive model of fracture plane in geomaterial based on strain strength distribution. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50(3-4): 570-577
- 15 李世海, 冯春, 周东. 滑坡研究中的力学方法. 北京: 科学出版社, 2018 (Li Shihai, Feng Chun, Zhou Dong, et al. Mechanical Methods in Landslide Research. Beijing: Science Press, 2018 (in Chinese))
- 16 Lin QD, Li SH, Feng C, et al. Quantitative characterization of damage-aggravation effect caused by progressive damage. *Acta Mechanica Sinica*, 2021: 17
- 17 李世海, 刘天苹, 刘晓宇. 论滑坡稳定性分析方法. *岩石力学与工程学报*, 2009, 28(S2): 3309-3324 (Li Shihai, Liu Tianping, Liu Xiaoyu. Analysis method for landslide stability. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28(S2): 3309-3324 (in Chinese))
- 18 李世海, 周东, 王杰等. 水电能源开发中的关键工程地质体力学问题. *中国科学: 物理学, 力学, 天文学*, 2013, 43(12): 1602-1616 (Li Shihai, Zhou Dong, Wang Jie, et al. Key problem of engineering geomechanics in hydroelectric energy exploitation. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2013, 43(12): 1602-1616 (in Chinese))
- 19 李世海, 周东, 刘天苹. 基于破裂度的堆积层滑坡危险性分析方法. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32(S2): 3909-3917 (Li Shihai, Zhou Dong, Liu Tianping. Risk Analysis Method of Accumulated Landslide Based on Fracture Degree. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2013, 32(S2): 3909-3917 (in Chinese))
- 20 郭汝坤, 冯春, 周东等. 基于破裂度可靠性的边坡灾变状态评价方法研究. *岩石力学与工程学报*, 2016, 35(S1): 3111-3118 (Guo Rukun, Feng Chun, Zhou Dong, et al. Study on the evaluation method of slope disaster status based on the reliability of fracture degree. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2016, 35(S1): 3111-3118 (in Chinese))