

基于相位差修正的非线性波边界层壁面切应力模型

谢益芹^{1,2}, 周济福^{1,2}, 王旭²

(1. 中国科学院大学 工程科学学院, 北京 100149; 2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100190;)

摘要: 采用 Navier-Stokes 方程和大涡模拟方法, 建立振荡流模型, 对非线性波诱导的边界层运动进行模拟。分别对前倾波和椭圆波两种典型的非线性波边界层壁面切应力进行分析, 得到了壁面切应力与自由外流相位差随椭圆波的非对称度和前倾波的前倾度变化的参数化关系。基于此, 对 Nielsen 壁面切应力模型进行修正, 得到了不同相位的壁面切应力模型, 通过与实验和数值模拟结果对比表明, 修正模型能够很好描述典型非线性波边界层壁面切应力的特征。

关键词: 壁面切应力; 相位差; 非线性波边界层

1 引言

非线性波边界层, 特别是湍流边界层, 对近岸泥沙运动有重要影响, 其壁面切应力是决定泥沙启动的关键因素。正确描述非线性波边界层壁面切应力是建立近岸波流输沙模型的基础, 对近岸环境和工程的研究具有重要意义。

目前, 针对非线性波诱导的湍流边界层, 人们建立了一些壁面切应力预测模型。Nielsen^[1] 是其中的代表性成果之一, 他将非线性波边界层壁面切应力的层流解推广到湍流情形, 提出了由速度项和加速度项组成的壁面切应力模型, 并指出壁面切应力与外流速度的相位差在 $37.5^\circ \sim 45^\circ$ 之间变化。Nielsen 和 Callaghan (2003)^[2] 对此模型进一步修正, 通过与实验比较, 得到最优的相位差为 51° , 此相位差是通过输沙率优化得到的, 缺乏物理基础。Tanaka 和 Thu^[3] 曾指出湍流阶段相位差变化范围在 $45^\circ \sim 10^\circ$ 之间。可以看出, 上述模型中壁面切应力与外流速度的相位差还需进一步研究。Gonzalez-Rodriguez 和 Madsen^[4] 考虑了波峰和波谷处相位差, 提出了新的壁面切应力模型, 但因未考虑加速度效应而低估了实验数据。

本文分别考虑壁面切应力与外流速度在波峰和波谷处的相位差, 对 Nielsen^[1] 壁面切应

基金项目: 国家重点基础研究发展规划 (编号: 2017YFC1404200)、国家自然科学基金 (编号: 11972352)、中国科学院战略性先导科技专项 (编号: XDB22040203, XDA22000000)。

谢益芹 (1992), 博士研究生, 主要从事波浪输沙方面研究。E-mail: xieyiqin@imech.ac.cn.

周济福 (1965), 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为泥沙运动力学, 河口海岸动力学等。E-mail: zhoujf@imech.ac.cn.

力模型进行分段修正。为了获得精确的相位差,利用振荡流模型模拟近壁面边界层流动,分别对前倾波和椭圆波两种典型非线性波进行分析,得到了相位差与前倾度与非对称度的参数化关系,基于此相位差修正的壁面切应力模型与实验数据和数值结果吻合良好。

2 数值模型

采用空间滤波的三维不可压缩 Navier-Stokes (NS)方程计算流体运动,连续性方程和动量方程分别为:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

其中,符号 $\bar{\quad}$ 表示滤波后的变量, u_i 为第 i 方向上的速度, ρ 为流体密度, p 为压力, ν 为流体运动黏性系数, $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ 为亚格子应力。

为了使方程封闭,采用 Smagorinsky 亚格子模型:

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij}, \quad (3)$$

式中, $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ 为应变率张量, $\nu_t = (C_s \Delta l_s) (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{0.5}$ 为湍流涡黏系数, C_s 为

Smagorinsky 常数, l_s 为 Van Driest 衰减函数, $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ 为滤波尺度。

为了获得非线性波诱导的壁面切应力,可用非简谐振荡边界层模拟非线性波诱导的近壁面流体运动,其流向和展向采用周期边界条件,上下边界条件为:

$$u|_{z=0} = 0, \quad u|_{z \rightarrow \infty} = U(t), \quad (4)$$

式中, $U(t)$ 为边界层外的自由外流速度。

模型方程离散采用有限体积法,使用同位网格系统和高斯差分方法对界面进行插值。其中,黏性项采用中心差分格式,对流项采用二阶迎风格式。使用 PIMPLE^[5]耦合算法求解 N-S 方程。采用结构网格对计算区域进行离散,且近底网格足够小,以满足湍流模型所要求的网格精度。利用实验数据对该模型进行了验证。

3 应力模型修正

对于线性波，当流动为层流时，壁面切应力有解析解，相应的摩擦速度为

$$u_* = \left[\sqrt{\omega \nu} \left(\cos \varphi \cdot U(t) + \frac{\sin \varphi}{\omega} \frac{\partial U(t)}{\partial t} \right) \right]^{0.5}, \quad (5)$$

其中， $\varphi=45^\circ$ ，为壁面切应力与外流速度相位差。Nielsen^[1]将式(5)推广到湍流情形。但湍流情形下相位差与层流有很大差异，Nielsen 仅给出相位差的大致范围，具有一定的局限性。

鉴于此，本文分别使用自由外流速度峰值和谷值（下文简称波峰和波谷）处相位差对 Nielsen 的壁面切应力模型进行修正，得到了分段的壁面切应力模型，相应的摩擦速度为：

$$u_* = \begin{cases} \sqrt{\frac{f_w}{2}} \left[\cos \varphi_c u(t) + \frac{\sin \varphi_c}{\omega} \frac{\partial u(t)}{\partial t} \right] & u(t) > 0 \\ \sqrt{\frac{f_w}{2}} \left[\cos \varphi_t u(t) + \frac{\sin \varphi_t}{\omega} \frac{\partial u(t)}{\partial t} \right] & u(t) \leq 0 \end{cases}, \quad (6)$$

其中， u_* 是摩擦速度，切应力为 $\tau(t) = \rho u_* (t) |u_* (t)|$ ， $u(t)$ 为边界层外波浪的水平振荡速度， f_w 是摩擦系数， φ_c 和 φ_t 分别为波峰和波谷处相位差（图1）， ω 为波浪角速度。

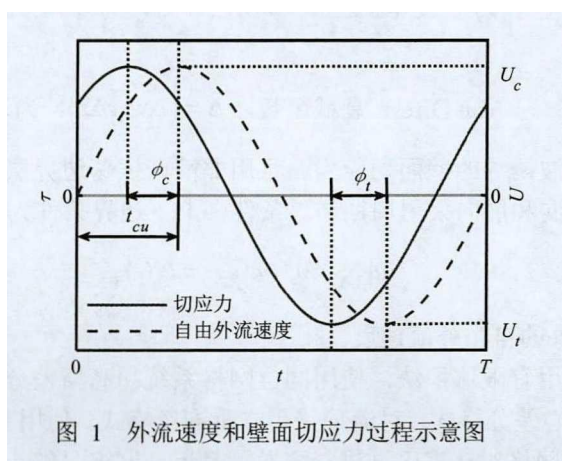


图 1 外流速度和壁面切应力过程示意图

3.1 前倾波情形

前倾波的自由外流速度采用 Abreu 等^[7]公式：

$$U(t) = U_c \sqrt{1-r^2} \frac{\sin \omega t}{1-r \cos \omega t}, \quad (7)$$

式中， U_c 为速度振幅， ω 为波浪角速度， r 为描述波形的参数。引入前倾度来描述前倾波的非线性特征。式中， t_{cu} 如图1所示。

$$\beta = 1 - \frac{2t_{cu}}{T}, \quad (8)$$

基于上述振荡边界层流动模型，通过不同前倾度的数值算例研究，分别获得波峰和波谷处的相位差，并建立其与前倾度的回归关系：

$$\varphi_c = -28.01\beta + 21.04, \quad (9)$$

$$\varphi_v = -17.27\beta + 16.07. \quad (10)$$

图 2 和图 3 分别是前倾波条件下，基于相位差修正的壁面切应力模型与实验和数值结果的比较，实验参数参考 Suntoyo 等^[8]。可见，修正模型能够与实验数据和计算结果较好吻合，且能够很好捕捉前倾波的壁面切应力特征。

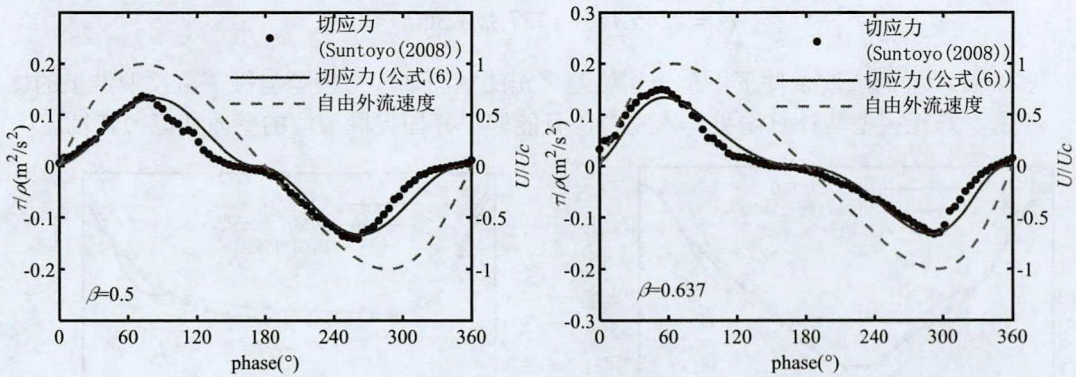


图 2 壁面切应力修正模型与实验数据的比较（前倾波）

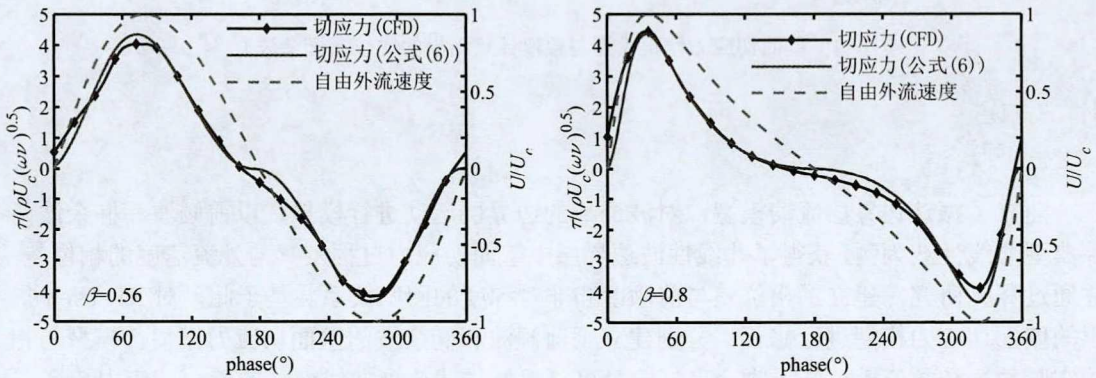


图 3 壁面切应力修正模型与数值计算结果的比较（前倾波）

3.2 椭圆波情形

椭圆波的自由外流速度采用如下形式^[9]：

$$U(t) = \frac{U_c}{(1 - \text{cn}^2)} \left[\text{cn}^2 \left(\frac{2Kt}{T} \right) - \overline{\text{cn}^2} \right] \quad (11)$$

式中, cn 为椭圆余弦函数, K 为第一类椭圆积分。这里引入非对称度来描述前倾波的非线性特征。式中, U_c 和 U_i 分别为波峰和波谷处速度 (图 1)。

$$As = \frac{U_c}{U_c - U_i} \quad (12)$$

和前倾波类似, 通过不同非对称度的数值算例研究, 分别获得波峰和波谷处的相位差, 并建立其与非对称度的回归关系:

$$\varphi_c = -47.44As + 29.5 \quad (13)$$

$$\varphi_i = 1245As^2 - 1327As + 360.1 \quad (14)$$

图 4 展示了椭圆波条件下, 基于相位差修正的壁面切应力模型与振荡流模型结果的比较。可见, 修正模型与计算结果基本吻合, 且能够很好捕捉椭圆波的壁面切应力特征。

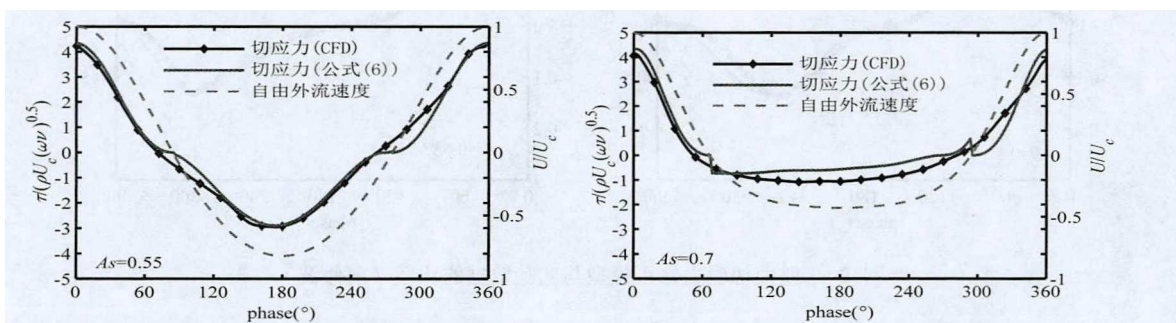


图 4 壁面切应力修正模型与数值计算结果的比较 (椭圆波)

4 结论

建立了振荡边界层流动模型, 对波诱导的边界层运动进行模拟, 以前倾波和椭圆波两种典型非线性波为例, 获得了非线性波边界层中壁面切应力过程及其与外流速度的相位差, 并通过算例研究, 建立了相位差与前倾度和非对称度的回归关系。基于此, 对 Nielsen 提出的壁面切应力模型进行修正, 分别建立了前倾波和椭圆波的壁面切应力模型, 模型与相关实验数据和数值模拟结果吻合良好, 且可以很好描述典型非线性波的壁面切应力特征。

参考文献

- 1 Nielsen, P. Shear stress and sediment transport calculations for swash zone modeling. Coastal Engineering,

- 2002, 45, 53–60.
- 2 Nielsen, P., and D. P. Callaghan. Shear stress and sediment transport calculations for sheet flow under waves. *Coastal Engineering*, 2003, 47(3): 347–354.
 - 3 Tanaka, H., and A. Thu. Full-range equation of friction coefficient and phase difference in a wave-current boundary layer. *Coastal Engineering*, 1994, 22: 237–254.
 - 4 Gonzalez-Rodriguez, D., O.S. Madsen, Seabed shear stress and bedload transport due to asymmetric and skewed waves. *Coastal Engineering*, 2007, 54(12): 914–929.
 - 5 Jasak H. Error Analysis and Estimation for the finite volume method with applications to fluid flows[D]. London: Imperial College of Science, 1996, 73-151.
 - 6 Li, Y. J., Chen, J. B., Zhou, J. F., Zhang, Q. Large eddy simulation of boundary layer flow under cnoidal waves. *Acta Mech. Sin.*, 2016, 32(1): 22-37.
 - 7 Abreu, T., Silva, P. A., Sancho, F., et al. Analytical approximate wave form for asymmetric waves. *Coastal Engineering*, 2010, 57(7): 656-667.
 - 8 Suntoyo, H. Tanaka, A. Sana. Characteristics of turbulent boundary layers over a rough bed under saw-tooth waves and its application to sediment transport. *Coastal Engineering*, 2008, 55: 1102–1112.
 - 9 Tanaka, H., Sumer. B. M, Lodahl, C.. Theoretical and experiment investigation on laminar boundary layers under cnoidal wave motion. *Coast Engineering Journal*, 1998, 40: 81-98.

A modified bottom shear stress model of nonlinear waves based on phase difference

XIE Yi-qin^{1,2}, ZHOU Ji-fu^{1,2}, WANG Xu²

(1. School of Engineering Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100049, China;

2. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190, China; Email: xieyiqin@imech.ac.cn)

Abstract: An oscillatory flow model is built to investigate the boundary layer beneath nonlinear waves, using Navier Stokes equations and large eddy simulation method. Based on the numerical model, the bottom shear stress of forward-leaning waves and cnoidal waves are studied and the fitting formula of the phase difference between free stream velocity and shear stress with the degree of forward leaning and the degree of asymmetry are obtained. Then, a segmented bottom shear stress model is acquired through modifying Nielsen's model with the formula of phase difference. Comparison with experimental data and numerical results shows that the modified model can reasonably describe the characteristics of the bottom shear stress under nonlinear waves.

Key words: bottom shear stress; phase difference; nonlinear waves; oscillatory boundary layer