

# 试样疲劳性能尺度效应的概率控制体积方法<sup>1)</sup>

李亚波 \* 宋清源 <sup>†, \*\*</sup> 杨凯 \* 陈一萍 \* 孙成奇 <sup>†, \*\*, 2)</sup> 洪友士 <sup>†, \*\*</sup>

<sup>\*</sup>(中车青岛四方机车车辆股份有限公司工程实验室, 山东青岛 266111)

<sup>†</sup>(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

<sup>\*\*</sup>(中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049)

**摘要** 试样尺度、缺口和加载方式通常对材料的疲劳性能具有重要影响。因此, 发展关联试样尺度、缺口和加载方式对疲劳强度影响的方法对于从材料疲劳性能到结构件疲劳性能的预测具有重要意义。首先, 采用旋转弯曲加载和轴向加载方式对不同几何形状 EA4T 车轴钢试样进行了疲劳实验。实验结果表明, 由于试样尺度的增加, 轴向加载下狗骨形试样的疲劳强度明显低于沙漏形试样; 相同寿命下, 缺口显著降低试样的疲劳强度。疲劳断口扫描电镜观测结果表明, 疲劳裂纹均起源于试样表面。沙漏形试样和狗骨形试样疲劳断口大多只有一个裂纹源, 而缺口试样疲劳断口均具有多裂纹源特征。然后, 采用概率控制体积方法研究了试样尺度、缺口和加载方式对疲劳强度的影响, 并与临界距离和应变能密度方法进行了比较。结果表明, 概率控制体积方法能够更好地关联试样尺度、缺口和加载方式对 EA4T 车轴钢疲劳强度的影响。最后, 提出一种基于控制体积的结构件疲劳强度预测方法, 并用于具有不连续高应力区域车轴钢试样的疲劳强度预测, 预测结果与实验结果吻合。

**关键词** EA4T 车轴钢, 尺度效应, 缺口效应, 加载方式, 疲劳强度, 控制体积方法

中图分类号: TG113.2 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-19-118

## PROBABILISTIC CONTROL VOLUME METHOD FOR THE SIZE EFFECT OF SPECIMEN FATIGUE PERFORMANCE<sup>1)</sup>

Li Yabo\* Song Qingyuan<sup>†, \*\*</sup> Yangkai\* Chen Yiping\* Sun Chengqi<sup>†, \*\*, 2)</sup> Hong Youshi<sup>†, \*\*</sup>

<sup>\*</sup>(CRRC Qingdao Sifang Co., Ltd. Engineering Laboratory, Qingdao 266111, Shandong, China)

<sup>†</sup>(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>\*\*</sup>(School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** The effects of specimen size, notch and loading type usually have important influence on the fatigue properties of metallic materials. Therefore, it is vital to modelling the effects of specimen size, notch and loading type on the fatigue strength, which is of great importance for predicting the fatigue property of the structural parts from that of the materials. In this work, rotating bending and axial loading fatigue tests are first performed on the specimens of an EA4T axle steel with different shapes. Experimental results indicate that the fatigue strength of the dogbone specimen is lower than that of the hourglass specimen due to the increase of the specimen size, and the notch reduces the fatigue strength of the specimen

2019-05-09 收稿, 2019-07-20 录用, 2019-07-20 网络版发表。

1) 国家自然科学基金(91860112), 中国科学院战略性先导科技专项(XDB22020200)和中国铁路总公司科技研究开发计划课题(P2018J003)资助项目。

2) 孙成奇, 副研究员, 主要研究方向: 材料与结构的疲劳与断裂。E-mail: scq@lnm.imech.ac.cn

引用格式: 李亚波, 宋清源, 杨凯, 陈一萍, 孙成奇, 洪友士. 试样疲劳性能尺度效应的概率控制体积方法. 力学学报, 2019, 51(5): 1363-1371

Li Yabo, Song Qingyuan, Yangkai, Chen Yiping, Sun Chengqi, Hong Youshi. Probabilistic control volume method for the size effect of specimen fatigue performance. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019, 57(5): 1363-1371

in terms of the nominal stress due to the large stress gradient at the notch root. The fracture surface observation by the scanning electron microscope indicates that all the tested specimens fail from the surface of the specimen. For hourglass and dogbone specimens, most of the fracture surfaces only have single crack initiation site, while for the notched specimen all the fracture surfaces have the characteristic of multiple crack initiation sites. Then, the probabilistic control volume method is used for correlating the effects of specimen size, notch and loading type on the fatigue strength of the EA4T steel, which is also compared with the critical distance method and the strain energy density method. It is indicated that the probabilistic control volume method gives better predictions for correlating the effects of specimen size, notch and loading type on the fatigue strength of the EA4T steel. Finally, a method based on the control volume is proposed for predicting the fatigue strength of structural parts, and is used for the specimens of axle steel with discontinuous highly stressed regions. The predicted results are in agreement with the experimental data.

**Key words** EA4T 钢, 尺寸效应, 缺口效应, 加载类型, 疲劳强度, 控制体积方法

## 引言

材料的强度与疲劳性能研究对于结构件的安全和可靠服役具有重要的意义<sup>[1-4]</sup>。一般地,随着试样尺寸的增加,材料的疲劳性能会降低<sup>[5-7]</sup>,并且不同加载方式下的实验结果往往也有较大差别<sup>[8-10]</sup>。对于缺口试样,由于缺口根部的应力集中,相同载荷下,缺口试样往往具有较低的疲劳寿命<sup>[11-12]</sup>。因此,研究试样尺度、缺口和加载方式对材料疲劳性能的影响具有重要的科学意义和工程应用价值。

关于试样尺度、缺口和加载方式对材料疲劳性能的影响已有大量的研究工作<sup>[13-16]</sup>。如 Neuber<sup>[17]</sup>和 Peterson<sup>[18]</sup>采用临界距离方法研究了缺口试样的疲劳强度,并给出疲劳缺口系数  $K_f$ 、应力集中系数  $K_t$  和缺口根部半径  $r$  之间的关系。Kuguel<sup>[19]</sup>提出高应力体积方法来预测缺口试样的疲劳强度,即  $K_f/K_t = (V_n/V_s)^a$ , 其中  $V_n$  和  $V_s$  分别是缺口试样和光滑试样的高应力体积(即控制体积),  $a$  是材料常数。Murakami 等<sup>[20]</sup>通过控制体积中最大夹杂物尺寸来解释高强钢在轴向加载下的疲劳强度低于旋转弯曲加载下的疲劳强度。Lanning 等<sup>[21]</sup>采用最弱链模型对含缺口 Ti-6Al-4V 试样的高周疲劳强度进行预测。Naik 等<sup>[22]</sup>借助临界平面损伤参数和缺口处的应力梯度发展了一种临界平面梯度方法预测 Ti-6Al-4V 高周疲劳寿命。Berto 等<sup>[23]</sup>采用应变能密度方法研究了 Ti-6Al-4V 合金缺口试样在多轴加载下的疲劳强度。Härkegård 和 Halleraker<sup>[24]</sup>基于 26 种不同几何形状光滑试样和缺口试样的疲劳极限数据对 Neuber 和 Peterson 方法、峰值应力法、临界距离法、应力梯度法、高应力体积法和弱链方法进行了对比。结果表明,应力梯度法、弱链方法和高应力体积法给出

最好的预测结果。最近, Sun 等<sup>[25]</sup>将控制体积概念与概率统计理论结合起来,发展了一种概率控制体积方法来预测试样几何形状和加载方式对疲劳强度的影响,并较好地用于高强钢、钛合金以及全尺寸车轴的疲劳强度预测。该方法可看作是高应力体积或控制体积方法的发展。

本文以 EA4T 车轴钢为材料,研究了概率控制体积方法在关联试样尺度、缺口和加载方式对疲劳强度影响中的应用。首先采用旋转弯曲加载和轴向加载方式对不同几何形状 EA4T 车轴钢试样进行了疲劳实验。然后,采用概率控制体积方法对试样尺度、缺口和加载方式对疲劳强度的影响进行关联,并与临界距离和应变能密度方法进行了比较。最后,提出一种基于控制体积的结构件疲劳强度预测方法,并用于具有不连续高应力区域试样的疲劳强度预测。

## 1 实验材料与方法

### 1.1 实验材料

本文的实验材料取自 EA4T 车轴,其化学成分如表 1 所示。屈服强度和拉伸强度分别为 519 MPa 和 674 MPa。杨氏模量为 206 GPa, 泊松比为 0.29。疲劳试样的形状和尺寸如图 1 所示。狗骨+沙漏形试样截取自 EA4T 车轴外圈部位,其余均取自 EA4T 车轴 0.5R 附近。

表 1 EA4T 材料化学成分的质量分数

Table 1 The chemical compositions of EA4T material

C	Si	Mn	Cr	Mo	S	P	Fe
0.25%	0.30%	0.65%	0.95%	0.20%	0.010%	0.012%	97.628%

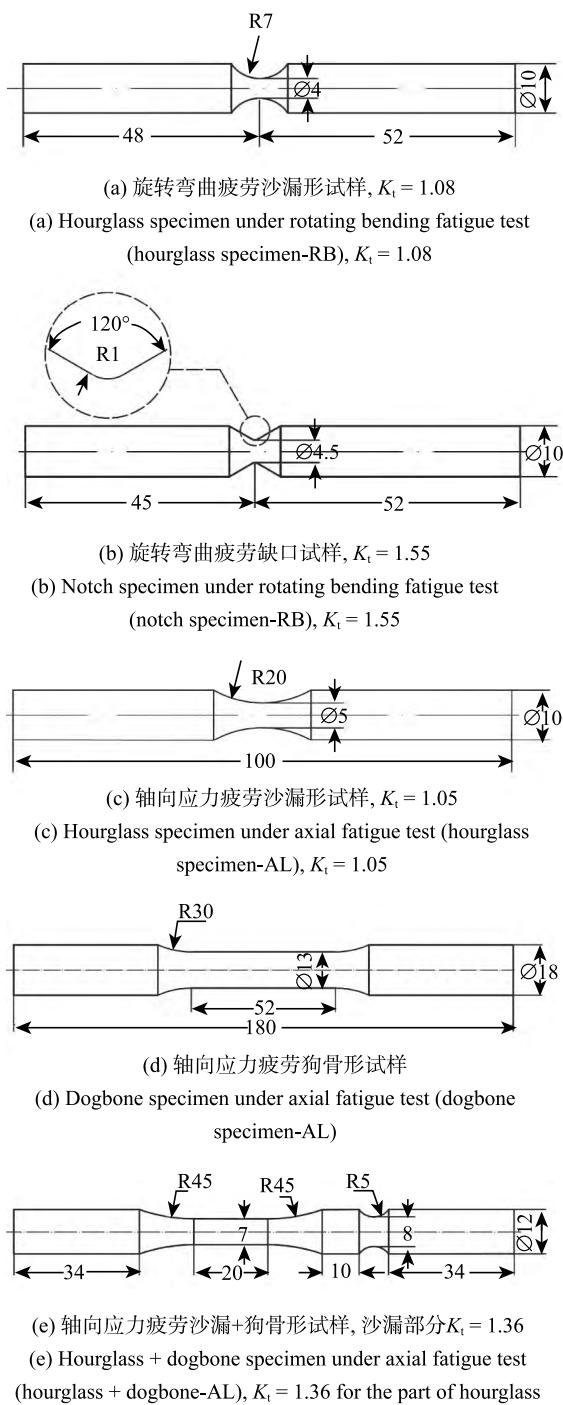


图 1 疲劳试样几何形状和尺寸 (单位: mm)

Fig. 1 Shape and dimensions (in mm) of specimens for fatigue test

## 1.2 实验方法

拉伸实验采用液压伺服试验机进行, 应变速率为  $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 。疲劳实验采用旋转弯曲疲劳试验机 (频率  $f = 50 \sim 80 \text{ Hz}$ ) 和液压伺服试验机 (频率  $f = 5 \sim 35 \text{ Hz}$ ) 2 种方式进行, 应力比  $R$  均为 -1。实验前, 所有试样的实验段均进行抛光处理。疲劳试样断口采用扫描电子显微镜进行观察。

## 2 实验结果

### 2.1 S-N 数据

图 2 给出旋转弯曲疲劳沙漏形试样<sup>[13]</sup>、旋转弯曲疲劳缺口试样、轴向应力疲劳沙漏形试样和轴向应力疲劳狗骨形试样 S-N 数据。从图 2 可以看出, 试样尺度、缺口和加载方式对 EA4T 车轴材料的疲劳性能具有重要影响。相同疲劳寿命下, 大尺度试样(狗骨形试样)的疲劳强度明显低于小尺度试样(沙漏形试样), 见图 2(b); 缺口显著降低 EA4T 车轴材料的疲劳强度(以名义应力表示), 见图 2(a)。

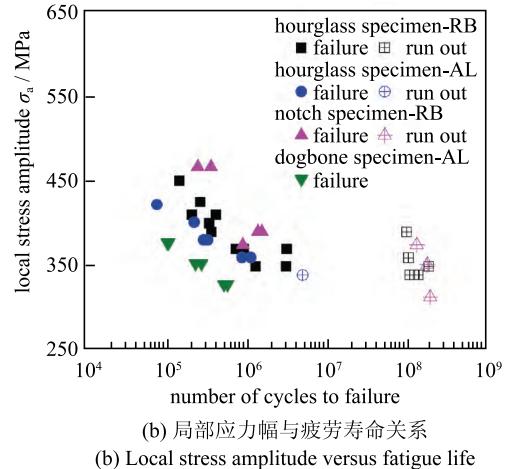
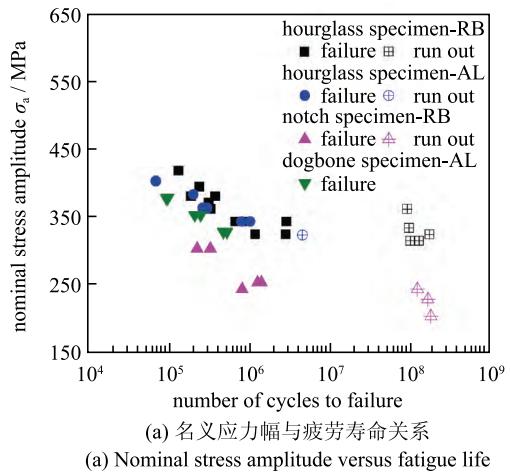


图 2 S-N 数据

Fig. 2 S-N data

### 2.2 疲劳断口

疲劳断口扫描电镜观测结果表明, 疲劳裂纹均起源于试样表面。沙漏形试样和狗骨形试样疲劳断口大多起源于单个裂纹源, 而缺口试样均起源于多个裂纹源。图 3~图 5 分别给出部分轴向应力疲劳沙

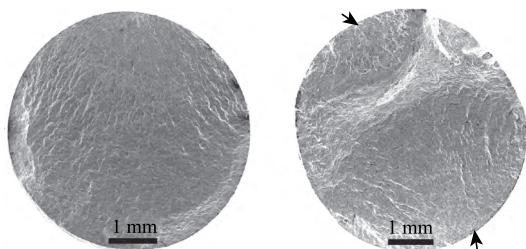


图3 轴向应力疲劳沙漏形试样疲劳断口扫描电镜照片,箭头指向为裂纹萌生区域  
 Fig. 3 Scanning electron microscope pictures of hourglass specimens under axial fatigue test, in which the arrows point to denote the crack initiation regions

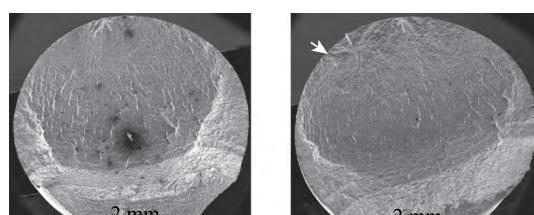


图4 轴向应力疲劳狗骨形试样疲劳断口扫描电镜照片,箭头指向为裂纹萌生区域  
 Fig. 4 Scanning electron microscope pictures of dogbone specimens under axial fatigue test, in which the arrows point to denote the crack initiation regions

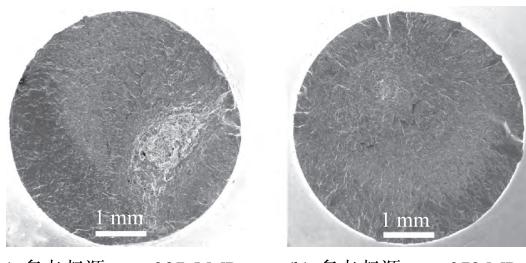


图5 旋转弯曲疲劳缺口试样疲劳断口扫描电镜照片  
 Fig. 5 Scanning electron microscope pictures of notch specimen under rotating bending fatigue test

漏形试样、轴向应力疲劳狗骨形试样和旋转弯曲疲劳缺口试样的疲劳断口扫描电镜照片. 图3~图5中应力幅均为局部应力幅.

### 3 概率控制体积方法

该方法假定试样A和B通过高应力区域(即控制体积)可以看作相同加工工艺和热处理下多个具有相对小控制体积参考试样疲劳强度的最小值, 并且参考试样的疲劳强度服从韦布尔分布, 那么相同存活率下, 试样A的疲劳强度 $\sigma_A$ 与试样B的疲劳强度 $\sigma_B$ 满足如下关系<sup>[25]</sup>

$$\frac{\sigma_A - \gamma}{\sigma_B - \gamma} = \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{-\frac{1}{k}} \quad (1)$$

其中,  $V_A$ 和 $V_B$ 分别是试样A和B的控制体积, 基于材料的疲劳破坏机理确定, 通常可取为大于等于90%最大主应力区域;  $k > 0$ 和 $\gamma \geq 0$ 分别是疲劳强度韦布尔分布的形状参数和位置参数.

对于表面起源的疲劳破坏, 式(1)可写为

$$\frac{\sigma_A - \gamma}{\sigma_B - \gamma} = \left( \frac{S_A}{S_B} \right)^{-\frac{1}{k}} \quad (2)$$

其中,  $S_A$ 和 $S_B$ 分别表示试样A和B的高应力区域表面积(即控制表面积).

特别地, 如果疲劳强度服从双参数韦布尔分布, 试样A和B的疲劳强度满足如下关系

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{-\frac{1}{k}} \quad (3)$$

或

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \left( \frac{S_A}{S_B} \right)^{-\frac{1}{k}} \quad (4)$$

通过式(1)~式(4), 可以采用某一种试样的疲劳强度数据对其他几何形状和加载方式下试样的疲劳强度进行预测, 也可以将具有不同控制体积试样的疲劳强度转换成某一给定控制体积对应的疲劳强度, 这里称为等效疲劳强度.

### 4 预测结果与实验结果比较

#### 4.1 P-S-N曲线预测结果与实验结果比较

在应用概率控制体积方法时, 需先确定试样的控制体积和疲劳强度的韦布尔分布参数. 这里, 假定疲劳强度服从双参数韦布尔分布, 采用实验数据点较多的旋转弯曲加载下沙漏形试样的实验数据和文

献 [25] 中的方法来获得疲劳强度韦布尔分布的参数和 P-S-N 曲线。图 6 给出预测的 P-S-N 曲线与实验结果的比较。表 2 给出一些给定疲劳寿命下, 疲劳强度韦布尔分布的尺度参数  $\lambda$  和形状参数  $k$ , 以及在 5%, 50% 和 95% 存活率下预测的疲劳强度。可以看出, 预测的 50% 存活率 S-N 曲线在实验数据中间, 并且几乎所有的实验数据点都在 5% 和 95% 存活率 S-N 曲线之间。这表明, 预测结果与实验结果吻合。

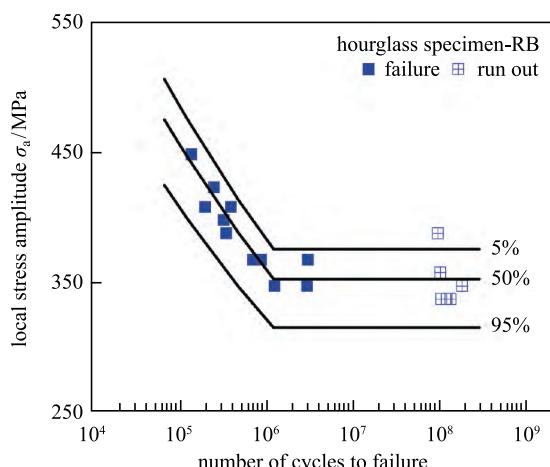


图 6 旋转弯曲疲劳沙漏形试样实验数据预测的 P-S-N 曲线与实验结果的比较

Fig. 6 Comparison of predicted P-S-N curves with experimental data for hourglass specimen-RB

表 2 某些给定疲劳寿命下, 疲劳强度韦布尔分布参数以及在 5%, 50% 和 95% 存活率下预测的疲劳强度

Table 2 Weibull distribution parameters of fatigue strength, and the predicted fatigue strength at 5%, 50% and 90% survival probabilities for some given fatigue lives

fatigue life $N_f$	Scale parameter	Fatigue strength at survival probability/MPa		
		5%	50%	95%
$7.0 \times 10^4$	483.109	23.055	506.54	475.38
$1.0 \times 10^5$	465.517	23.055	488.21	458.17
$1.3 \times 10^5$	452.986	23.055	475.07	445.84
$5.0 \times 10^5$	393.770	23.055	412.96	387.56
$1.26 \times 10^6$	357.711	23.055	375.15	352.07

## 4.2 疲劳强度预测结果与实验结果比较

### 4.2.1 概率控制体积方法

考虑到所有试样均起源于试样表面, 采用控制表面积(大于等于 90% 最大主应力区域)来关联试样尺度、缺口和加载方式对 EA4T 车轴材料疲劳强度的影响。不同加载方式下试样的控制表面积均通过

有限元计算得到, 具体如表 3 所示。

表 3 不同加载方式下试样的控制表面积

Table 3 Control surfaces of specimens under different loading types

Specimen type	Hourglass specimen-RB	Notch specimen-RB	Hourglass specimen-AL	Dogbone specimen-AL
control surface/mm <sup>2</sup>	22.60	7.93	73.91	2498.58

图 7 为采用概率控制体积方法(式(4))给出的等效疲劳强度与疲劳寿命之间的关系, 对应的控制表面积大小为旋转弯曲疲劳沙漏形试样的控制表面积。从图 7 可以看出, 不同几何形状试样在旋转弯曲加载或轴向加载下的等效疲劳强度与疲劳寿命数据点在同一个分散带内, 并且总体分布在采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样实验数据预测的 5% 存活率 S-N 曲线两侧, 绝大多数数据点都在 5% 和 95% 存活率 S-N 曲线之间。这表明, 概率控制体积方法能够较好地关联试样尺度、缺口和加载方式对 EA4T 车轴材料疲劳强度的影响。

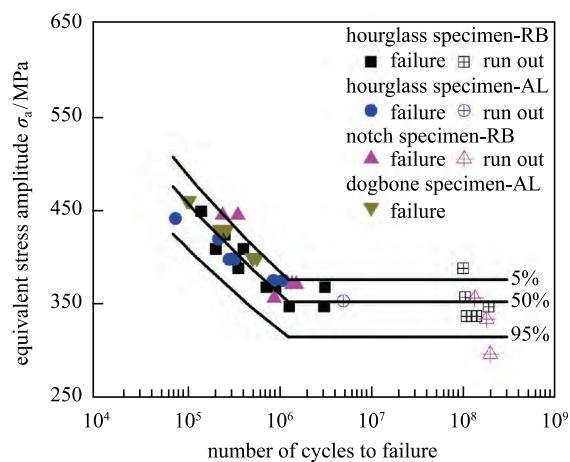


图 7 等效疲劳强度与疲劳寿命关系, 线条为采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样实验数据预测的 P-S-N 曲线

Fig. 7 Relation of equivalent stress amplitude and fatigue life, the lines denote the predicted P-S-N curves by the experimental data of hourglass specimen-RB

### 4.2.2 临界距离方法

临界距离方法认为, 疲劳损伤依赖于应力集中部位峰值应力附近一定区域的平均应力(即等效应力)[26-27]。当等效应力超过光滑试样的疲劳极限时, 发生破坏。这里考虑临界距离中的点方法, 即

$$\Delta\sigma_{\text{eff}} = \Delta\sigma_1 \left( r = \frac{L}{2} \right) = \Delta\sigma_0 \quad (5)$$

其中,  $\Delta\sigma_{\text{eff}}$  是等效应力范围,  $\Delta\sigma_1$  是最大主应力范围,  $\Delta\sigma_0$  是光滑试样疲劳极限范围,  $r$  是距离缺口根部的长度,  $L$  是材料的特征长度, 由下式计算

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{\text{th}}}{\Delta\sigma_0} \right)^2 \quad (6)$$

其中,  $\Delta K_{\text{th}}$  是裂纹传播门槛值.

图 8 为采用临界距离方法给出的等效疲劳强度与疲劳寿命之间的关系, 线条为运用文献 [25] 中的方法采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样的等效疲劳强度与疲劳寿命数据预测的 P-S-N 曲线. 本文中, 裂纹传播门槛值取<sup>[28]</sup>  $\Delta K_{\text{th}} = 13 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ , 疲劳极限取旋转弯曲疲劳沙漏形试样预测的 50% 存活率下的疲劳极限, 即  $\Delta\sigma_0 = 2\sigma_a = 2 \times 352 = 704 \text{ MPa}$ . 图 8 表明, 采用临界距离方法给出的不同几何形状试样在旋转弯曲加载或轴向加载下的等效疲劳强度与疲劳寿命数据点并没有很好地分布在同一个分散带内. 若以旋转弯曲疲劳沙漏形试样的等效疲劳强度与疲劳寿命数据作为参考, 临界距离方法给出的轴向应力疲劳狗骨形试样的等效疲劳强度偏低.

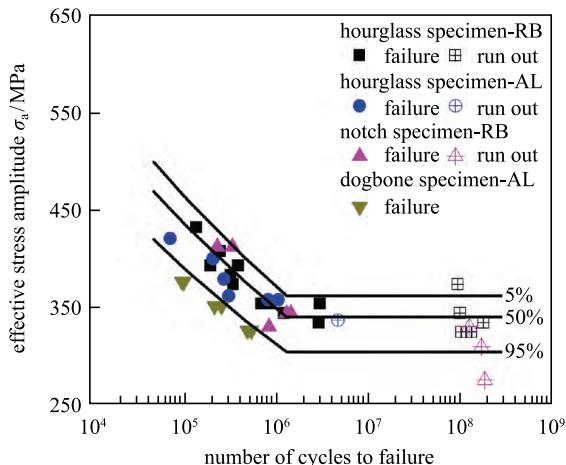


图 8 等效疲劳强度与疲劳寿命关系, 线条为采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样的等效疲劳强度与疲劳寿命数据预测的 P-S-N 曲线

Fig. 8 Relation of equivalent stress amplitude and fatigue life, the lines denote the predicted P-S-N curves by the data of equivalent stress amplitude and fatigue life of hourglass specimen-RB

#### 4.2.3 应变能密度方法

应变能密度方法认为, 当临界体积内的平均应变能密度达到临界值时, 试样发生失效<sup>[29-30]</sup>. 应

变能密度方法的关键是临界体积的确定. 对于 I 型载荷下的钝型缺口, 临界体积如图 9 中阴影部分所示<sup>[30]</sup>, 其中  $r = \rho(\pi - 2\theta)/(2\pi - 2\theta)$ .

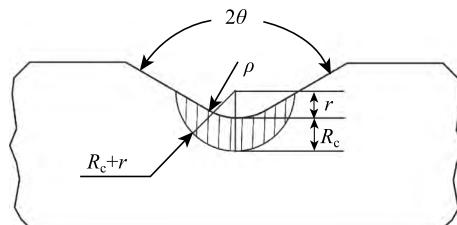


图 9 I 型载荷下钝型缺口临界体积<sup>[30]</sup>

Fig. 9 Critical volume for blunt V-notch under mode I loading<sup>[30]</sup>

对于(高周)疲劳载荷, 临界半径  $R_c$  可通过下式进行估计<sup>[30]</sup>

$$R_c = \frac{(1 + \nu)(5 - 8\nu)}{4\pi} \left( \frac{\Delta K_{\text{th}}}{\Delta\sigma_0} \right)^2 \quad (7)$$

其中,  $\nu$  是泊松比,  $\Delta K_{\text{th}}$  是裂纹传播门槛值,  $\Delta\sigma_0$  是光滑试样疲劳极限范围.

图 10 为采用应变能密度方法给出的平均应变能密度与疲劳寿命之间的关系, 线条为运用文献 [25] 中方法采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样的平均应变能密度与疲劳寿命数据预测的 P-S-N 曲线. 这里, 旋转弯曲加载下试样的临界体积取图 9 所示阴影区域(最大主应力与加载力所在平面内)沿圆周方向顺时针和反时针各旋转一个很小的角度( $3^\circ$ )形成的区域; 轴向加载下试样的临界体积取图 9 所示阴影区域沿圆周方向旋转形成的环形区域, 其中狗骨形试样的阴影区域取在实验段的中间位置. 可以看出, 应变能密度方法与临界距离方法给出的结果类似. 若以旋转弯曲疲劳沙漏形试样的平均应变能密度与疲劳寿命数据作为参考, 应变能密度方法给出的轴向应力疲劳狗骨形试样的平均应变能密度偏低.

图 7、图 8 和图 10 表明, 概率控制体积方法较临界距离方法和应变能密度方法更好地关联试样尺度、缺口和加载方式对 EA4T 车轴材料疲劳强度的影响. 需要指出的是, 试样尺度往往对疲劳性能具有重要影响. 比如, 相同寿命下大尺度狗骨形试样的疲劳强度低于小尺度狗骨形试样<sup>[6]</sup>. 这种情况下, 如采用临界距离方法或应变能密度方法, 在相同寿命下, 不同尺度试样应具有相同的疲劳强度或应变能密度, 即疲劳强度或应变能密度不依赖于试样尺度. 因此, 临界距离方法和应变能密度方法通常不能有效地用

于试样的尺度效应<sup>[11,31]</sup>, 这与图 8 中临界距离方法和图 10 中应变能密度方法给出的尺度相对较大的轴向应力疲劳狗骨形试样的等效疲劳强度和平均应变能密度偏低是一致的。

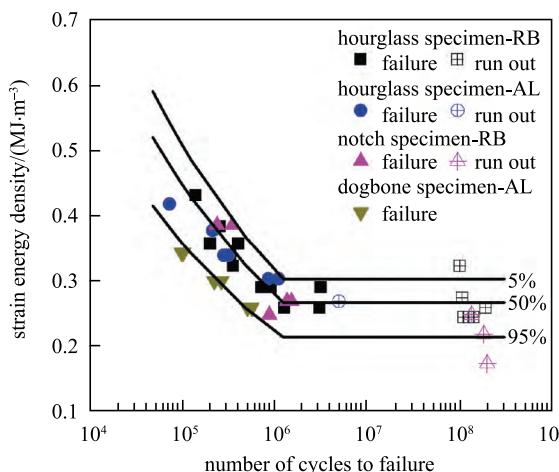


图 10 平均应变能密度与疲劳寿命关系, 线条为采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样的平均应变能密度与疲劳寿命数据预测的 P-S-N 曲线  
Fig. 10 Relation of averaged strain energy density and fatigue life, the lines denote the predicted P-S-N curves by the data of averaged strain energy density and fatigue life of hourglass specimen-RB

## 5 基于控制体积的结构件疲劳强度预测方法

概率控制体积方法表明, 试样的疲劳强度与其控制体积成反比, 控制体积较大的试样具有较低的疲劳强度。实际结构件形状和受载复杂, 可能存在多个高应力区域。因此, 需要对可能发生疲劳破坏的高应力区域的疲劳强度分别进行计算, 然后选取这些高应力区域中疲劳强度的最小值作为结构件的疲劳强度。这里在概率控制体积方法基础上, 提出一种基于控制体积的结构件疲劳强度预测方法。具体步骤如下:

- (1) 获得某一小试样疲劳实验数据, 确定其疲劳破坏机理以及疲劳强度韦布尔分布参数。
- (2) 基于概率控制体积方法, 对可能发生疲劳破坏的高应力区域进行疲劳强度计算。如存在多个高应力区域, 分别对其进行疲劳强度计算。
- (3) 对于只有一个高应力区域的结构件, 该区域的疲劳强度即为结构件的疲劳强度。如存在多个高应力区域, 选取这些高应力区域中疲劳强度的最小值作为结构件的疲劳强度。

该方法不但可以对给定疲劳寿命下结构件的疲

劳强度进行预测, 也可以对结构件发生疲劳破坏的区域进行预测。下面以图 1(e) 中的沙漏+狗骨形试样为例, 采用上述方法预测其发生疲劳破坏的区域。在轴向应力疲劳载荷下, 图 1(e) 中所示试样有沙漏部分和狗骨部分两个不连续的高应力区域。沙漏部分最大局部应力  $\sigma_H$  比狗骨部分最大局部应力  $\sigma_D$  稍大, 二者比值是 1.01。沙漏部分控制表面积  $S_H = 64.77 \text{ mm}^2$ , 狗骨部分控制表面积  $S_D = 629.83 \text{ mm}^2$ 。这里取第 4.1 节中采用旋转弯曲疲劳沙漏形试样实验数据得到的疲劳强度韦布尔分布形状参数  $k = 23.055$ 。采用概率控制体积方法, 即将沙漏部分和狗骨部分的控制表面积代入式(4), 得

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_D} = \left( \frac{S_H}{S_D} \right)^{-\frac{1}{k}} = 1.10 \quad (8)$$

式(8)表明, 相同寿命下, 沙漏部分的疲劳强度是狗骨部分的 1.10 倍, 大于沙漏部分最大局部应力与狗骨部分最大局部应力的比值 1.01。因此, 图 1(e) 中的沙漏+狗骨形试样疲劳破坏应发生在狗骨部分。这与实验结果测试的 5 件沙漏+狗骨形试样疲劳破坏区域均发生在狗骨部分是吻合的(图 11)。图 1(e) 中试样的疲劳破坏部位也表明, 疲劳裂纹并不一定萌生于试样或结构件的应力最大部位。



图 11 轴向应力疲劳沙漏+狗骨形试样疲劳破坏照片  
Fig. 11 Pictures of failed hourglass + dogbone specimens under axial fatigue test

## 6 结 论

关联试样尺度、缺口和加载方式对疲劳寿命或疲劳强度影响的方法是材料疲劳性能到结构件疲劳性能之间的“桥梁”。本文在不同几何形状 EA4T 车轴钢试样的旋转弯曲疲劳或轴向应力疲劳实验基础上, 研究了概率控制体积方法在关联试样尺度、缺口和加载方式对疲劳强度影响方面的效果。结果表明, 基于概率统计理论和控制体积概念建立起来的概率

控制体积方法能够有效地反映试样尺度、缺口和加载方式对 EA4T 车轴钢疲劳强度的影响。与临界距离方法和应变能密度方法相比, 概率控制体积方法更好地符合实验数据。在概率控制体积方法基础上, 提出一种基于控制体积的结构件疲劳强度预测方法, 并用于具有不连续高应力区域 EA4T 车轴钢试样的疲劳强度预测, 预测结果与实验结果吻合。可见, 概率控制体积方法有望在合理解释材料疲劳实验数据差异, 以及在结构件的疲劳性能预测方面发挥重要作用。但需指出, 实际结构件受载复杂, 概率控制体积方法能否有效应用于复杂载荷状态下试样尺度和缺口对疲劳强度的影响, 以及复杂载荷状态下结构件的疲劳强度预测, 需要更多的实验结果进行检验。

## 参 考 文 献

- 1 高江平, 杨华, 蒋宇飞等. 三剪应力统一强度理论研究. 力学学报, 2017, 49(6): 1322-1334 (Gao Jiangping, Yang Hua, Jiang Yufei, et al. Study of three-shear stress unified strength theory. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(6): 1322-1334 (in Chinese))
- 2 万征, 宋琛琛, 赵晓光. 一种横观各向同性强度准则及变换应力空间. 力学学报, 2018, 50(5): 1168-1184 (Wan Zheng, Song Chenchen, Zhao Xiaoguang. One kind of transverse isotropic strength criterion and the transformation stress space. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 1168-1184 (in Chinese))
- 3 Xu W, Yang X, Zhong B, et al. Failure criterion of titanium alloy irregular sheet specimens for vibration-based bending fatigue testing. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018, 195: 44-56
- 4 文龙飞, 王理想, 田荣. 动载下裂纹应力强度因子计算的改进型扩展有限元法. 力学学报, 2018, 50(3): 599-610 (Wen Longfei, Wang Lixiang, Tian Rong. Accurate computation on dynamic SIFs using improved XFEM. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(3): 599-610 (in Chinese))
- 5 Furuya Y. Specimen size effects on gigacycle fatigue properties of high-strength steel under ultrasonic fatigue testing. *Scripta Materialia*, 2008, 58: 1014-1017
- 6 Shirani M, Härkegård G. Fatigue life distribution and size effect in ductile cast iron for wind turbine components. *Engineering Failure Analysis*, 2011, 18: 12-24
- 7 Beretta S, Regazzi D. Probabilistic fatigue assessment for railway axles and derivation of a simple format for damage calculations. *International Journal of Fatigue*, 2016, 86: 13-23
- 8 Chen S, Li Y, Liu Y, et al. Fatigue strengths of the 54SiCr6 steel under different cyclic loading conditions. *Acta Metallurgica Sinica*, 2009, 45: 428-433
- 9 Nakajima M, Tokaji K, Itoga H, et al. Effect of loading condition on very high cycle fatigue behavior in a high strength steel. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32: 475-480
- 10 Hu Y, Sun C, Xie J, et al. Effects of loading frequency and loading type on high-cycle and very-high-cycle fatigue of a high-strength steel. *Materials*, 2018, 11: 1456
- 11 Lanning DB, Nicholas T, Haritos GK. On the use of critical distance theories for the prediction of the high cycle fatigue limit stress in notched Ti-6Al-4V. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27: 45-57
- 12 Akiniwa Y, Miyamoto N, Tsuru H, et al. Notch effect on fatigue strength reduction of bearing steel in the very high cycle regime. *International Journal of Fatigue*, 2006, 28: 1555-1565
- 13 Sun C, Zhang X, Liu X, et al. Effects of specimen size on fatigue life of metallic materials in high-cycle and very-high-cycle fatigue regimes. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2016, 39: 770-779
- 14 Wang R, Li D, Hu D, et al. A combined critical distance and highly-stressed-volume model to evaluate the statistical size effect of the stress concentrator on low cycle fatigue of TA19 plate. *International Journal of Fatigue*, 2017, 95: 8-17
- 15 Leitner M, Vormwald M, Remes H. Statistical size effect on multiaxial fatigue strength of notched steel components. *International Journal of Fatigue*, 2017, 104: 322-333
- 16 Sun C, Song Q. A method for evaluating the effects of specimen geometry and loading condition on fatigue life of metallic materials. *Materials Research Express*, 2019, 6: 046536
- 17 Neuber H. Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural Form and Material. 2nd Ed. Berlin: Springer Verlag, 1958
- 18 Peterson RE. Notch sensitivity // Sines G, Waisman JL, eds. *Metal Fatigue*. New York: McGraw Hill, 1959: 293-306
- 19 Kuguel RA. A relation between theoretical stress concentration factor and fatigue notch factor deduced from the concept of highly stressed volume. *ASTM Proc.*, 1961, 61: 732-748
- 20 Murakami Y, Yokoyama NN, Nagata J. Mechanism of fatigue failure in ultralong life regime. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2002, 25: 735-746
- 21 Lanning DB, Nicholas T, Palazotto A. HCF notch predictions based on weakest-link failure models. *International Journal of Fatigue*, 2003, 25: 835-841
- 22 Naik RA, Lanning DB, Nicholas T, et al. A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27: 481-492
- 23 Berto F, Campagnolo A, Lazzarin P. Fatigue strength of severely notched specimens made of Ti-6Al-4V under multiaxial loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2015, 38: 503-517
- 24 Härkegård G, Halleraker G. Assessment of methods for prediction of notch and size effects at the fatigue limit based on test data by Böhm and Magin. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32: 1701-1709
- 25 Sun C, Song Q. A method for predicting the effects of specimen geometry and loading condition on fatigue strength. *Metals*, 2018, 8: 811
- 26 Taylor D. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model. *International Journal of Fatigue*, 1999, 21: 413-420
- 27 Susmel L. The theory of critical distances: A review of its applications in fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75: 1706-1724

- 28 Varfolomeev I, Luke M, Burdack M. Effect of specimen geometry on fatigue crack growth rates for the railway axle material EA4T. *Engineering Fracture Mechanics*, 2011, 78: 742-753
- 29 Berto F, Lazzarin P. A review of the volume-based strain energy density approach applied to V-notches and welded structures. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2009, 52: 183-194
- 30 Gallo P, Berto F, Lazzarin P. High temperature fatigue tests of notched specimens made of titanium Grade 2. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2015, 76: 27-34
- 31 Wang J, Yang X. HCF strength estimation of notched Ti-6Al-4V specimens considering the critical distance size effect. *International Journal of Fatigue*, 2012, 40: 97-104