

# 随机缺陷下结构疲劳寿命及其尺寸效应的概率建模与评估

艾阳<sup>1</sup>, 朱顺鹏<sup>1,2,3,\*</sup>, 钱桂安<sup>2</sup>

<sup>1</sup> (电子科技大学, 机械与电气工程学院, 成都 611731)

<sup>2</sup> (中国科学院力学研究所, 非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

<sup>3</sup> (电子科技大学, 系统可靠性与安全性研究中心, 成都 611731)

**摘要:** 通常球墨铸铁和铝合金制成的工程部件的疲劳寿命由制造过程中产生的制造缺陷所决定。因此, 本文基于制造缺陷的尺寸和位置, 提出了考虑制造缺陷对疲劳寿命影响的概率模型。具体而言, 就是将 CT 扫描获得的缺陷近似作为圆形裂纹进行裂纹扩展分析, 并结合威布尔分布对试件的疲劳寿命建模。基于此, 提出一个基于表面初始裂纹损伤机理的表面缺陷修正系数, 并利用三组铸铁和铝合金的实验数据对模型进行验证和比较。此外, 还探讨了等幅载荷作用下统计尺寸效应对疲劳寿命分布的影响。最后, 分别对三种不同尺寸材料的疲劳寿命进行预测, 预测的  $P-S-N$  图表明所提出模型进行预测的结果与概率分散带吻合一致, 具有较好的预测效果。

**关键词:** 缺陷; 威布尔分布; 疲劳; 寿命预测; 尺寸效应

## 引言

针对金属疲劳失效分析, 如何对缺陷引起的损伤机理进行建模是一个被广泛探讨于结构完整性评价和工程构件可靠性评价中的问题。结构缺陷 (如气孔和缩孔) 常常因为引发过早失效和增加性能变异性, 对铸造合金的疲劳寿命产生重要影响<sup>[1]</sup>。从断口分析中同样发现结构缺陷往往是疲劳裂纹萌生的主要起因之一<sup>[2]</sup>。并且, 缺陷削弱疲劳强度的现象会导致理想性能与实验性能之间的差异, 缺陷分布的变化往往会导致疲劳寿命产生显著分散<sup>[3]</sup>。因此, 对尺寸效应下疲劳寿命分布的概率建模已成为工程构件结构完整性评估的主要关注点之一。

迄今为止, 疲劳设计策略主要分为无限寿命设计、安全寿命设计、损伤容限设计和耐久性设计<sup>[4]</sup>。在安全寿命设计中, 应力寿命 ( $S-N$ ) 主曲线是通过进行一定数量的相关疲劳实验而绘制的, 但其忽略了有限实验次数而导致的材料变异性 and 统计不确定性<sup>[5]</sup>。因此, 确定性分析一般不足以进行疲劳分析<sup>[6]</sup>。考虑到材料不确定性<sup>[7]</sup>, 为确保结构/部件设计的完整性, 通常将安全系数的概念与上述确定性分析结合起来。然而, 使用经验系数不能很好地解释这些分散性的来源, 进而限制了可能的最佳设计<sup>[8]</sup>。与确定性分析相比, 疲劳分析和概率方法相结合是为了量化载荷变化、材料特性和模型参数对疲劳寿命的影响<sup>[7]</sup>。因此, 目前仍旧缺乏一个将分散性/不确定性与疲劳寿命分布联系起来的疲劳寿命概率建模方法。

考虑到缺陷对疲劳强度的影响, 研究缺陷引起的尺寸效应对研究实际部件的疲劳行为至关重要<sup>[9]</sup>, 即材料或部件的疲劳强度往往随试件尺寸的增加而降低<sup>[10]</sup>。Hertel 等人<sup>[11]</sup>将尺寸效应概括为: (i) 统计尺寸效应; (ii) 几何尺寸效应; (iii) 工艺尺寸效应; (iv) 表面尺寸效应。由于全尺寸测试的高耗时和高成本, 通常实际实验中会采用小尺寸试件进行测试, 再通过对尺寸效应建模, 建立起小尺寸试件与全尺寸构件之间的关系。在相关研究中, 威布尔分布常用于疲劳强度的统计分析和  $P-$

基金项目: 国家自然科学基金 (项目号 11672070); 四川省重点研发计划 (项目号 2019YFG0348); 非线性力学国家重点实验室开放基金资助项目; 通讯作者. E-mail: [zspeng2007@uestc.edu.cn](mailto:zspeng2007@uestc.edu.cn)

$S-N$  图的绘制<sup>[12]</sup>。Castillo 等人<sup>[13]</sup>利用实验数据支持的威布尔模型来研究统计尺寸效应。Shirani 等人<sup>[14, 15]</sup>则研究了工艺尺寸对 EN-GJS-400-18-LT 球墨铸铁疲劳强度的影响,并将高应力体积法与最弱链理论相结合用来预测 $\phi 50$  试件和大截面  $120\text{mm} \times 140\text{mm}$  试件的  $P-S-N$  曲线。此外,基于威布尔模型和缺陷分布,Rafsanjani 等人<sup>[16]</sup>提出一个用于疲劳失效概率估计的随机模型,但是,该模型尚未使用相关的缺陷实验数据进行验证。

本文试图基于缺陷(内部和表面)在临界体积内的数量、尺寸和位置等信息,建立基于金属材料缺陷信息的概率模型。本文的主要内容如下。第 1 节介绍疲劳失效分析的双区域假设疲劳模型和缺陷失效概率模型。第 2 节提出一个表面位置修正系数来量化表面缺陷对失效概率的影响,并基于缺陷信息建立了一个尺寸效应的概率模型。第 3 节利用三种铸铁和铝合金材料的实验数据进行模型验证。验证结果表明,通过对不同尺寸试件的疲劳寿命进行模拟建立的  $P-S-N$  图与实验获得的疲劳寿命分布有较好的一致性。最后给出了本文结论和总结。

## 1 缺陷的疲劳失效

### 1.1 双区域假设疲劳模型

对于金属部件,裂纹起源通常出现在部件表面或次表面的区域<sup>[17]</sup>。对于这种现象的解释是,表面或次表面通常比其他部分承受更高的应力水平,并且表面往往直接与物理/化学环境接触。换言之,若部件存在表面缺陷,其将先于内部缺陷在外部载荷和环境因素下引发疲劳裂纹<sup>[18]</sup>。因此,基于上述损伤机制,Rafsanjani 等人<sup>[19]</sup>提出一个双区域模型,将试件体积分为内部区域和表面边缘区域。如图 1 所示,内部区域  $A$  定义为所显示试件的内部横截面积,表面边缘区域  $dA$  定义为围绕  $A$  一定宽度的表层区域,则试件的整个横截面积为  $A_T = A + dA$ 。Chandran 等人<sup>[17]</sup>通过从实验结果总结出  $A_T$  与  $dA$  的关系:  $0.12A_T = dA$ , 其定义表面边缘区域的宽度是表面裂纹起始于试件内的最大深度。

为确定给定试件的临界体积,本文把试件分解成长度均为  $dl$  部分,并将预测最危险的部分定义为临界体积。也就是说,临界体积是经历相同加载循环次数时的最大失效概率部分。其中,每个部分的失效概率可使用第 2.2 节中介绍的模型进行计算。

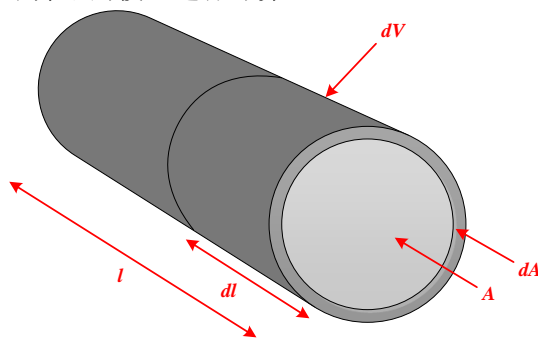


图 1 试件模型

Fig. 1 Scheme of specimen volume

### 1.2 基于缺陷的疲劳失效概率分布函数

在临界体积内,根据缺陷的尺寸、位置和局部最大拉伸应力来对每个缺陷进行疲劳分析。缺陷  $l$  由疲劳失效加载循环次数的累积分布函数  $F_{N,l}(n, R, \sigma)$  定义,它表示缺陷在局部最大拉伸应力  $\sigma$  和应力比  $R$  下未发生失效的概率。特别地,假设每个缺陷的疲劳裂纹的形核起裂行为是独立的,即一个缺陷的疲劳裂纹不受其它缺陷的影响<sup>[19]</sup>。值得注意的是,每个缺陷的疲劳寿命都遵循累积分布函数  $F_{N,l}(n, R, \sigma)$ 。如上所述,假设基于缺陷的疲劳失效累积分布函数  $F_{N,l}(n, R, \sigma)$  遵循威布尔分布<sup>[20]</sup>:

$$F_{N,l}(n, R, \sigma) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{n}{N_l(R, \sigma)} \right)^{b_n} \right] \quad (1)$$

其中,  $n$ 是在应力幅 $\sigma$ 和应力比 $R$ 下的加载循环次数。 $b_n$ 是威布尔分布的尺度参数, 通常通过极大似然或 Bootstrapping 法等统计方法进行计算, 以减少统计不确定性的影响<sup>[16]</sup>。 $N_I(R, \sigma)$ 是威布尔分布的形状参数, 详细计算过程参考文献<sup>[21]</sup>, 假定缺陷均为圆形缺陷进而计算出不同缺陷的预测寿命 $N_I(R, \sigma)$ 。

## 2 疲劳失效概率模型

### 2.1 表面缺陷分析

相同疲劳裂纹扩展条件下, 试件内部缺陷的位置会直接影响试件寿命。可通过 XCT 技术获取缺陷的位置信息, 然后导入有限元后处理器 P •AT 进行分析<sup>[21]</sup>。此外, 表面缺陷更容易成为初始裂纹, 发生疲劳失效; 若将其排除在裂纹扩展分析之外, 通常会导致过高估计试件的疲劳寿命<sup>[21]</sup>。因此, 基于表面初始裂纹的损伤机理和式 (1) 提出了表面位置修正系数 $W_{suf}$ , 以描述表面缺陷导致失效的优先性:

$$W_{suf} = \frac{N_S}{N_C} \quad (2)$$

其中, 每个表面缺陷对应一个 $W_{suf}$ 。

如图 2 所示, 为表征表面缺陷对疲劳寿命的影响, 本文定义了两个特殊的裂纹起裂位置。图 2 (a) 显示定义在试件横截面积中心处的一个位置,  $N_C$ 是裂纹从初始裂纹长度 $a_i = a$ 扩展到临界裂纹长度 $a_f = H$ 的时间间隔, 其中 $H$ 是试件的半径。图 2 (b) 显示定义在与表面边缘区域相切的另一个位置;  $N_S$ 是裂纹由初始裂纹长度 $a_i = a$ 增长到临界裂纹长度 $a_f = a + h$ 所需的疲劳寿命, 其中 $h$ 是表面边缘层的宽度。

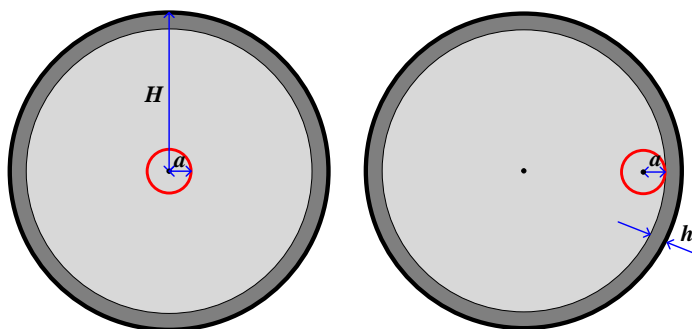


图 2 定义的两个特殊缺陷位置: (a) 在试件横截面积中心; (b) 在与表面边缘区域相切的位置

**Fig. 2** Cases of two special defects locations: (a) In the center of cross-sectional area of the specimen; (b) In the position tangent to the surface rim region

假设缺陷的预测寿命被修正为 $W_{suf}N_I(R, \sigma)$ , 表面缺陷的累积分布函数可改写为:

$$F_{N_I, s_{uf}}(n, R, \sigma) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{n}{W_{suf}N_I(R, \sigma)} \right)^{b_n} \right] \quad (3)$$

### 2.2 考虑尺寸效应的缺陷概率模型

在第 1.2 节中已经说明, 可基于缺陷信息使用威布尔分布函数对材料疲劳寿命的累积分布函数进行建模。一般来说, 临界体积破坏会导致试件失效, 因此可用临界体积中的缺陷来预测试件整体的失效概率。

假设 $M$ 个已知缺陷存在于临界体积内，且可以预测每一个缺陷失效概率， $1 - F_{N,i}(n, R, \sigma)$ 表示临界体积内的现有缺陷对应的疲劳寿命超过 $n$ 个循环的概率。因此，临界体积的生存概率为 $P_N$ ，即定义“临界体积的疲劳寿命将超过 $n$ 个循环的概率”为：

$$P_N(n, R, \sigma) = \prod_{i=1}^M [1 - F_{N,i}(n, R, \sigma)] \quad (4)$$

当式（4）同时考虑内部和表面缺陷时，假设其中 $m$ 个缺陷是内部缺陷，则 $M - m$ 个缺陷是表面缺陷。基于此，式（4）可表达为：

$$P_N(n, R, \sigma) = \prod_{i=1}^m [1 - F_{N,i,int}(n, R, \sigma)] \times \prod_{j=1}^{M-m} [1 - F_{N,j,suf}(n, R, \sigma)] \quad (5)$$

通过式（5），可知临界体积的疲劳失效概率为：

$$F_N(n, R, \sigma) = 1 - P_N(n, R, \sigma) = 1 - \left[ \prod_{i=1}^m [1 - F_{N,i,int}(n, R, \sigma)] \times \prod_{j=1}^{M-m} [1 - F_{N,j,suf}(n, R, \sigma)] \right] \quad (6)$$

其中 $F_N(n, R, \sigma)$ 为临界体积的循环次数为 $n$ 时失效概率。值得注意的是，研究对象的疲劳强度通常随尺寸增加而降低，这是由于尺寸效应造成的，因为体积较大的构件含有更多更大的缺陷。统计尺寸效应意味着较大的构件比较小的构件更有可能含有更多导致临界裂纹的裂纹萌生点，进而导致较低的疲劳强度<sup>[15]</sup>。因此，研究尺寸效应有利于量化小尺寸试件与全尺寸构件之间的关系，值得进一步探讨。结合式（6），本文提出一个考虑尺寸效应的疲劳寿命预测模型：

$$F_N(n, R, \sigma) = 1 - \left[ \prod_{i=1}^m [1 - F_{N,i,int}(n, R, \sigma)] \times \prod_{j=1}^{M-m} [1 - F_{N,j,suf}(n, R, \sigma)] \right]^{\left( \theta + (1-\theta) \left( \frac{V}{V_0} \right) \right)} \quad (7)$$

其中， $V_0$ 是被测试件的体积（即参考体积）， $V$ 是预测试件的体积。具体来说，指数 $\left( \theta + (1-\theta) \left( \frac{V}{V_0} \right) \right)$ 建立起一个试件体积和缺陷数量之间的比例关系。在相同的名义应力下，随着试件尺寸的增大，失效概率会增大，寿命会缩短。模型系数 $\theta$ 可视为材料的固有参数，它在同一材料之间建立不同体积的关系，可以由不同尺寸试件的实验结果确定这个系数。为了获得给定应力水平下相对准确的 $\theta$ ，先从不同尺寸试件的两组实验寿命分布结果计算出它们的平均寿命 $(\bar{n}_1, \bar{n}_2)$ ，然后结合第 3.2 节中的临界缺陷假设，将 $\bar{n}_1$ 输入式（7），并使 $\theta$ 在每个迭代中循环更新，直到预测的疲劳寿命收敛到 $\bar{n}_2$ 。

### 3 模型的验证和比较

#### 3.1 比较预测与实验结果

在本节中，使用文献[21]中 CT 扫描试件实验数据对第 2.2 节中提出的概率模型进行验证，其中试件的几何结构和坐标系如图 3 所示。

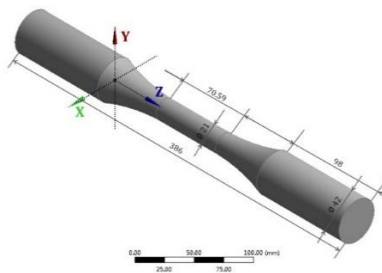


图 3 试件几何结构和坐标系

Fig. 3 Geometry of the specimens and the coordinate system

可根据试样所含缺陷的数量和尺寸沿 Z 轴确定试件的临界体积，每个小段长度  $dl$  取 2mm。文献 [21] 中用疲劳裂纹扩展分析法估算 6 个试件扫描缺陷的预测寿命  $N_j(R, \sigma)$ ，本文采用  $N_j(R, \sigma)$  值为威布尔分布的形状参数， $b_n$  根据经验取值为 1.5<sup>[19]</sup>。根据式 (7) 将失效概率为 50% 时的加载循环次数  $n$  作为试件的预测疲劳寿命。

表 1 列出六个 CT 扫描样本临界体积的详细信息，表 2 所示为试件试验寿命和不同方法预测寿命的对比。值得一提的是，除 58 号试件经历 400 万次循环（耗尽）外，其他试件的预测临界体积位置与真实疲劳断裂的观察位置吻合良好，这证明了试件的疲劳断裂与临界体积密切相关。因此，说明可通过模拟试件临界体积内的缺陷来估计试件的疲劳寿命。此外，根据假设的缺陷区域位置划分，其中试件 45 和 50 含有表面缺陷。其缺陷半径分别为  $a_{45,1} = 3.26$  mm ( $X = 7.73$  mm,  $SX = 10.35$  mm and  $PZ = 33.4$  mm<sup>2</sup>),  $a_{50,1} = 2.4142$  mm ( $Y = -7.32$  mm and  $SY = 5.98$  mm  $PZ = 18.31$  mm<sup>2</sup>)。通过式 (2) 和裂纹扩展分析确定表面位置修正系数，得到  $W_{suf,45,1} = 0.2596$  和  $W_{suf,50,1} = 0.3$ 。

表 1 CT 扫描试样的临界体积

Table 1 Details of the critical volume for the CT scanned specimens

Specimen No.	The critical volume altitude Z (mm)	Defect number in critical volume	Fracture surface altitude Z (mm) [21]	Surface defect number
		1, 2, and 8		
45	97-98	3, 4, and 10	98	1
49	139-141	1, 3, 6, 7, 9, and	138	N/A
50	53.5-55.5	10	53	1
51	97-99	1, 2, 4, 8, 9 and	96	N/A
52	114-116	10	115	N/A
58	73-75	2 and 8	N/A	N/A
		4, 6, and 9		

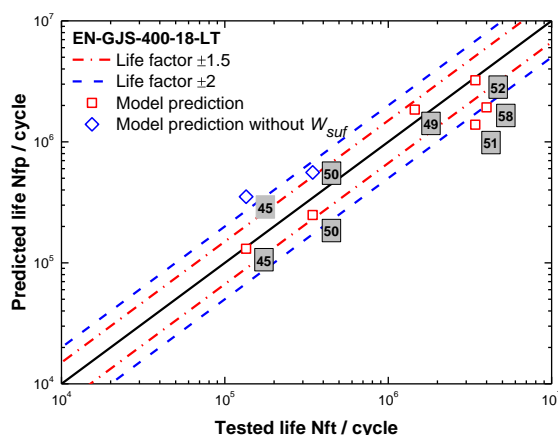
如上文所述，通过 XCT 技术获得的单个缺陷信息被导入到有限元后处理器 P • AT 中，根据 XCT 结果预测疲劳寿命<sup>[21]</sup>。如表 2 所示，基于 XCT 的直接预测方法只考虑单个缺陷的裂纹扩展模拟，这导致非常保守的估计。而断面分析法是在断裂面上描绘出每个缺陷的投影区域尺寸，并通过裂纹扩展分析获得预测疲劳寿命。然而，断面分析法无法处理由多个缺陷共同作用导致的疲劳断裂<sup>[21]</sup>，这会极大限制断面分析法的应用，如试件 45 和 52 就无法通过断面分析法进行分析。

表 2 比较 CT 扫描试样预测结果与实验结果

Table 2 Comparison of predicted results with experiments for CT scanned specimens [21]

Specimen No.	Experimental fatigue life	Lowest predicted fatigue life based on XCT results	Predicted fatigue life based on fractography analysis	Predicted fatigue life based on proposed model
45	135,038	690,134	N/A	130,600
49	1,454,557	2,811,521	1,378,154	1,847,600
50	345,038	1,174,747	383,981	248,500
51	3,413,989	3,901,121	2,904,162	1,385,000
52	3,418,873	4,312,266	N/A	3,228,000
58	Run out at 4,000,000	1,721,450	N/A	1,926,000

如图 4 所示,对于有表面缺陷的试件 45 和 50,采用没有  $W_{suf}$  修正的模型会高估试件疲劳寿命,而通过结合表面位置修正系数  $W_{suf}$  实现的预测会更为准确。图 4 给出了实验结果与所提模型预测结果的比较,其中本文提出的模型倾向于低估试件的疲劳寿命,略有保守。EN-GJS-400-18-LT 球墨铸铁的 45、49、50 和 52 号试件的预测结果均在  $\pm 1.5$  寿命系数范围内,模型能合理预测几乎所有试件的寿命。值得注意的是 58 号试件的预测与实验结果有较大误差,误差来源于 CT 后处理软件对缺陷的定义过程。其将多个相邻的小缺陷视为一个过大的缺陷,导致预测疲劳寿命相对较小。

图 4 EN-GJS-400-18-LT 球墨铸铁试件实验寿命与有/无  $W_{suf}$  修正的预测寿命比较Fig. 4 Comparison between tested lives and predicted lives by using models with/without  $W_{suf}$  correction for EN-GJS-400-18-LT ductile cast irons

### 3.2 尺寸效应分析

由于扫描试件的数据有限,假设每个试件中只存在一个已知临界缺陷(作为疲劳失效主要原因),以验证所提出的模型。将  $F_{N,I}(n, R, \sigma)$  和  $b_n$  定义为常数时,根据式(8)可知临界缺陷寿命  $N_{C,I}(R, \sigma)$  和预测加载循环数  $n$  之间存在对应关系。当取每个试件失效概率 50% 时失效加载循环次数为  $n$  时,可利用相应的临界缺陷寿命  $N_{C,I}(R, \sigma)$  来模拟尺寸效应。因此,可基于小样本的实验数据对大样本的  $P-S-N$  曲线进行预测,或者基于大样本的实验数据对小样本的  $P-S-N$  曲线进行预测。

$$F_{N,i}(n, R, \sigma) = 50\% = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{n}{N_{C,i}(R, \sigma)} \right)^{1.5} \right] \quad (8)$$

为量化模型预测误差，引入式 (9) 进行效果验证。

$$P_{error} = \log_{10}(N_{fp}) - \log_{10}(N_{ft}) \quad (9)$$

式中， $N_{fp}$ 为预测寿命； $N_{ft}$ 为实验寿命。误差 $P_{error}$ 的负平均值意味着保守的预测寿命，而正平均值意味着高估预测寿命。

为建立不同体积之间的关系，需要由两个不同尺寸的试件数据确定式 (7) 中的模型系数 $\theta$ 。在这种情况下，由 80%尺寸和 100%尺寸的中心圆孔板 (CHP) 试件在一定应力水平下的实验数据可确定 $\theta = 0.4$ ， $\theta$ 确认后可用 100%尺寸的 CHP 试件分别预测 80%尺寸、60%尺寸和 40%尺寸 CHP 试件 (TA19<sup>[22]</sup>) 的疲劳寿命。图 5-6 显示了模型预测误差的比较，其中较小的误差 $P_{error}$ 表示更精确的模型预测。表 3 表明对于所提模型与尺寸效应下组合临界距离和高应力体积 (LNV) 的模型<sup>[22]</sup>相比，它提供的 60%尺寸和 40%尺寸 CHP 试件寿命预测更准确。此外，可以看出 LNV 模型的预测误差随尺度的减小而增大，LNV 模型对 40%尺寸的 CHP 试件提供了明显高估的预测，而本文提出的模型可以更好地预测 CHP 试件的尺寸效应。

表 3 新模型与 LNV 模型的误差对比

**Table 3** Mean  $P_{error}$  of the proposed and LNV models

Scale of CHP specimen ( $\frac{V}{V_0}$ )	Mean $P_{error}$ by LNV model	Mean $P_{error}$ by proposed model
1.0	-0.1708	-0.1311
0.8	-0.0079	-0.0081
0.6	0.0805	0.0296
0.4	0.1026	-0.0203

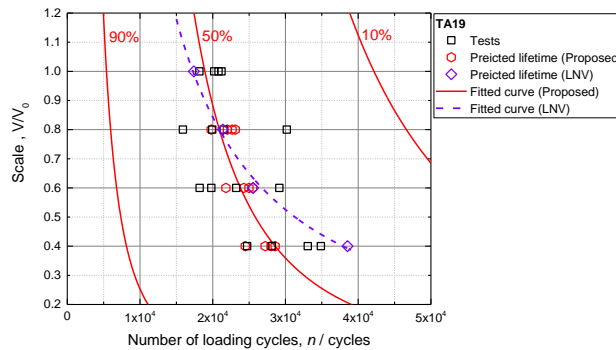


图 5 比较新模型与 LNV 模型对 536.54MPa 下 TA19 钛合金试件的预测效果

**Fig. 5** Comparison of model predictions by the proposed and LNV models at 536.54 MPa for TA19 titanium alloy

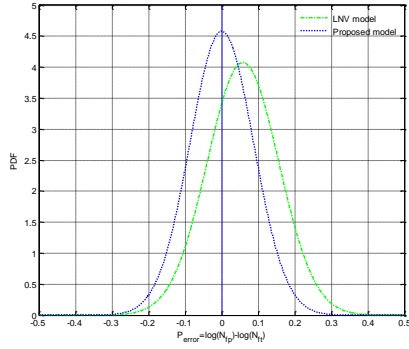


图 6 比较不同模型对 TA19 钛合金试件的预测误差

Fig. 6 Comparison of model prediction errors for TA19 titanium alloy

高应力体积法是进行疲劳强度评估时考虑尺寸效应的常用方法之一<sup>[22]</sup>。在图 7-8 中，定义承受最大应力 90%以上的区域作为控制体积 $V(V_{d3} = 32 \text{ mm}^3, V_{d8} = 2212 \text{ mm}^3, V_{d22} = 113104 \text{ mm}^3)$ ，由 240MPa 应力幅下 $\phi 3$  和 $\phi 8$  试件的实验数据确定 $\theta = 0.99995$ 。图 7 分别比较了 AlMgSi1 6082-T6 铝合金<sup>[23]</sup> $\phi 8$  和 $\phi 22$  试件的预测  $P-S-N$  曲线与实验数据，而图 8 比较的是模型预测误差。值得注意的是，在预测直径 22 的试件时，本文提出的模型无论平均值还是标准偏差均比 Przybilla 的模型预测效果更好<sup>[23]</sup>。

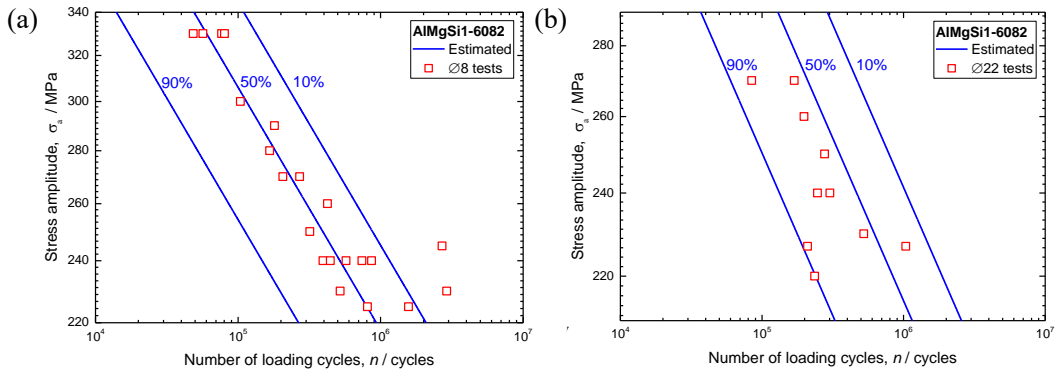


图 7 AlMgSi1 6082-T6 铝合金(a) $\phi 8$  试件(b) $\phi 22$  试件的  $P-S-N$  预测曲线

Fig. 7 Comparison of predicted  $P-S-N$  curves from  $\phi 3$  specimens of AlMgSi1 6082-T6 aluminum alloy (a)  $\phi 8$  specimens (b)  $\phi 22$  specimens

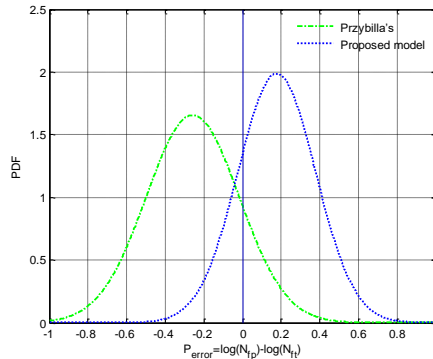


图 8 比较不同模型对 AlMgSi1 6082-T6 铝合金 $\phi 22$  试件的预测误差

Fig. 8 Comparison of model prediction errors for  $\phi 22$  specimens of AlMgSi1 6082-T6 aluminum alloy



同样由高应力体积法得到图 9-10 中的控制体积 $V(V_{\phi 21} = 24450mm^3, V_{\phi 50} = 349500mm^3, V_{120 \times 140} = 6400000mm^3)$ ，而应力幅度为 260MPa 时的 $\phi 21$  和 $\phi 50$  试件实验数据可确定 $\theta = 0.825$ 。图 9 显示基于 EN-GJS-400-18-LT 球墨铸铁 $\phi 21$  试件的预测  $P-S-N$  曲线与 $\phi 50$  和  $120mm \times 140mm$  试件实验数据的比较<sup>[14, 15]</sup>。由图 10 可知，新模型的预测比 Shirani 模型更准确。

通过三种铸铁和铝合金的实验数据对模型进行验证， $P-S-N$  图表明所提模型预测与概率散射带吻合良好，与文献[15, 22, 23]中的其他三种模型相比，本文提出的模型更好的模拟了尺寸效应对铸造合金疲劳行为的影响。然而，在实际部件疲劳评估过程中需要将尺寸效应与缺口效应相结合。因此，下一步将进一步探究一种同时考虑缺口效应和尺寸效应的有效疲劳评估方法。

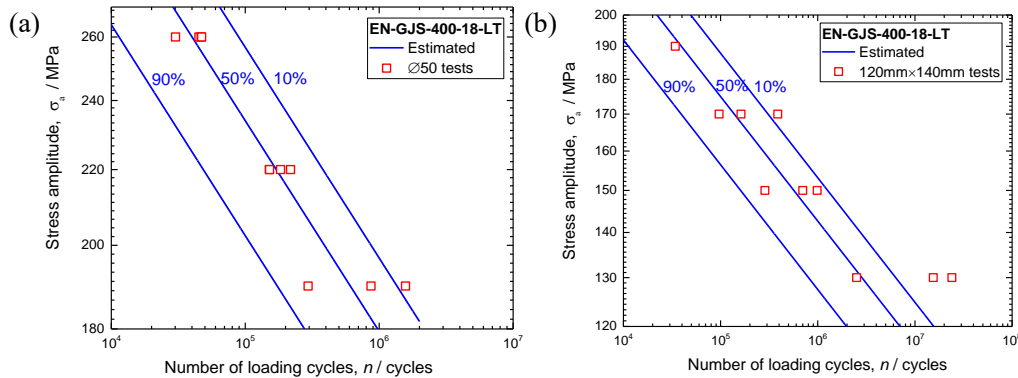


图 9 EN-GJS-400-18-LT 球墨铸铁(a)  $\phi 50$  (b)  $120mm \times 140mm$  试件的  $P-S-N$  预测曲线

Fig. 9 Comparison of predicted  $P-S-N$  curves from  $\phi 21$  specimens of EN-GJS-400-18-LT ductile cast irons (a)  $\phi 50$  specimens (b)  $120mm \times 140mm$  specimens

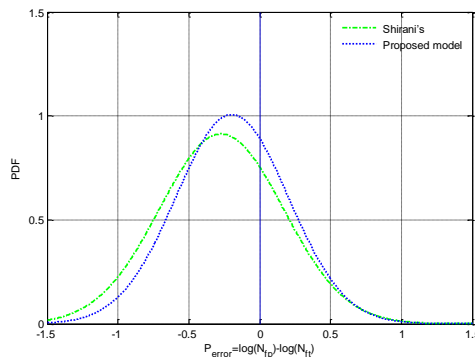


图 10 比较不同模型对 EN-GJS-400-18-LT 球墨铸铁  $120mm \times 140mm$  试件的预测误差

Fig. 10 Comparison of model prediction errors for  $120mm \times 140mm$  specimens of EN-GJS-400-18-LT ductile cast irons

#### 4 结论

本文建立了考虑统计尺寸效应的概率模型，用于评估铸铁和铝合金中由制造缺陷引起的疲劳失效概率。目前工作可得出以下结论：

- (1) 在疲劳失效分析中，引入一个双区域假设疲劳模型，即内部区域和表面边缘区域，并将失效概率最高的体积定义为临界体积。在此基础上，提出一个基于表面初始裂纹损伤机理的表面位置修正系数来表征表面缺陷对疲劳寿命的影响。此外，假设缺陷数量随着体积的增加而增加，通过将指数耦合到概率疲劳寿命预测中以模拟尺寸效应。

- (2) 采用三种铸铁和铝合金的实验结果以验证模型预测效果。结果表明,该模型在表面位置修正系数下能得到比传统模型更为满意的预测结果。基于小尺寸试件的得到的大尺寸试件预测  $P-S-N$  曲线与实验数据具有较高的吻合度,这表明本文提出的模型能较好的描述统计尺寸效应。

### 参考文献

- [1] M. Tiryakioğlu, "Relationship between defect size and fatigue life distributions in Al-7 Pct Si-Mg alloy castings," *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.*, vol. 40, no. 7, pp. 1623–1630, 2009.
- [2] J. Z. Yi, Y. X. Gao, P. D. Lee, H. M. Flower, and T. C. Lindley, "Scatter in fatigue life due to effects of porosity in cast A356-T6 aluminum-silicon alloys," *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.*, vol. 34 A, no. 9, pp. 1879–1890, 2003.
- [3] M. Tiryakioğlu and J. Campbell, "Weibull analysis of mechanical data for castings: A guide to the interpretation of probability plots," *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.*, vol. 41, no. 12, pp. 3121–3129, 2010.
- [4] N. E. Dowling, "Mechanical Behavior of Materials Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue," Pearson Education, 2012.
- [5] M. Shirani and G. Härkegård, "Casting defects and fatigue behaviour of ductile cast iron for wind turbine components: A comprehensive study," *Materwiss. Werksttech.*, vol. 42, no. 12, pp. 1059–1074, 2011.
- [6] L. K. Song, G. C. Bai, and C. W. Fei, "Probabilistic LCF life assessment for turbine discs with DC strategy-based wavelet neural network regression," *Int. J. Fatigue*, vol. 119, pp. 204–219, 2019.
- [7] S. P. Zhu, H. Z. Huang, R. Smith, V. Ontiveros, L. P. He, and M. Modarres, "Bayesian framework for probabilistic low cycle fatigue life prediction and uncertainty modeling of aircraft turbine disk alloys," *Probabilistic Eng. Mech.*, vol. 34, pp. 114–122, 2013.
- [8] S. P. Zhu, S. Foletti, and S. Beretta, "Probabilistic framework for multiaxial LCF assessment under material variability," *Int. J. Fatigue*, vol. 103, pp. 371–385, 2017.
- [9] M. Muniz-Calvente, A. M. P. de Jesus, J. A. F. O. Correia, and A. Fernández-Canteli, "A methodology for probabilistic prediction of fatigue crack initiation taking into account the scale effect," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 185, pp. 101–113, 2017.
- [10] M. Shirani, G. Härkegård, and N. Morin, "Fatigue life prediction of components made of spheroidal graphite cast iron," *Procedia Eng.*, vol. 2, no. 1, pp. 1125–1130, 2010.
- [11] K. H. Kloos, "Einfluss des Oberflächenzustandes und der Probengröße auf die Schwingfestigkeitseigenschaften," *VDI. Ber.*, vol. 268, no. 268, pp. 63–76, 1976.
- [12] A. Wormsen, B. Sjödin, G. Härkegård, and A. Fjeldstad, "Non-local stress approach for fatigue assessment based on weakest-link theory and statistics of extremes," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 30, no. 12, pp. 1214–1227, 2007.
- [13] C. Przybilla, A. Fernández-Canteli, and E. Castillo, "An iterative method to obtain the specimen-independent three-parameter Weibull distribution of strength from bending tests," *Procedia Eng.*, vol. 10, pp. 1414–1419, 2011.
- [14] M. Shirani and G. Härkegård, "Large scale axial fatigue testing of ductile cast iron for heavy section wind turbine components," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 18, no. 6, pp. 1496–1510, 2011.
- [15] M. Shirani and G. Härkegård, "Fatigue life distribution and size effect in ductile cast iron for wind turbine components," *Eng. Fail. Anal.*, vol. 18, no. 1, pp. 12–24, 2011.
- [16] H. M. Rafsanjani and J. D. Sørensen, "Stochastic models of defects in wind turbine drivetrain components," in *Multiscale Modeling and Uncertainty Quantification of Materials and Structures*, 2014, pp. 287–298.
- [17] K. S. Ravi Chandran and S. K. Jha, "Duality of the S-N fatigue curve caused by competing failure modes in a titanium alloy and the role of Poisson defect statistics," *Acta Mater.*, vol. 53, no. 7, pp. 1867–1881, 2005.
- [18] S. K. Jha and K. S. R. Chandran, "An unusual fatigue phenomenon: Duality of the S-N fatigue curve in the  $\beta$ -titanium alloy Ti-10V-2Fe-

- 3A1,” *Scr. Mater.*, vol. 48, no. 8, pp. 1207–1212, 2003.
- [19] H. M. Rafsanjani and J. D. Sørensen, “Fatigue Reliability of Casted Wind Turbine Components Due to Defects,” Vancouver, Jun. 2015.
- [20] A. Fjeldstad, A. Wormsen, and G. Härkegård, “Simulation of fatigue crack growth in components with random defects,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 75, no. 5, pp. 1184–1203, 2008.
- [21] M. Shirani and G. Härkegård, “Damage tolerant design of cast components based on defects detected by 3D X-ray computed tomography,” *Int. J. Fatigue J.*, vol. 41, pp. 188–198, 2012.
- [22] R. Wang, D. Li, D. Hu, F. Meng, H. Liu, and Q. Ma, “A combined critical distance and highly-stressed-volume model to evaluate the statistical size effect of the stress concentrator on low cycle fatigue of TA19 plate,” *Int. J. Fatigue*, vol. 95, pp. 8–17, 2017.
- [23] C. Przybilla, R. Koller, A. Fernández-Canteli, and E. Castillo, “A model allowing for the influence of geometry and stress in the assessment of fatigue data,” in *13th International Conference on Fracture 2013, ICF 2013*, 2013, vol. 3.

# Probabilistic modeling of fatigue life distribution and size effect of components with random defects

Yang Ai<sup>1</sup>, Shun-Peng Zhu<sup>1,2,3,\*</sup>, Guian Qian<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*School of Mechanical and Electrical Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China*

<sup>2</sup>*State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics (LNM), Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

<sup>3</sup>*Center for System Reliability & Safety, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China*

**Abstract:** Engineering components made of ductile cast irons and aluminum alloys, show fatigue lives which are normally dominated by crack initiation from defects raised by manufacturing processes. This study presents a probabilistic model to account for the influence of manufacturing defects on fatigue life, based on size and position of those defects. Specifically, a correction factor considering the influence of defect surface position is developed by modeling the damage mechanism of surface initial crack with Weibull distribution. Experimental data of three cast irons and aluminum alloys are used for model validation and comparison. Moreover, the statistical size effect influence on fatigue life distribution under constant amplitude loading is explored. Fatigue lives of three materials with different sizes are evaluated respectively, and P-S-N diagrams show that proposed model predictions agree well with the probabilistic scatter band.

**Keywords:** defects, Weibull distribution, fatigue, life prediction, size effect