

http://bhxb.buaa.edu.cn jbuua@buaa.edu.cn

DOI: 10.13700/j.bh.1001-5965.2018.0560

# 基于 FEM 研究含孔隙介质中裂纹 矩张量反演精度

孔岳<sup>1</sup>, 李敏<sup>1,\*</sup>, 陈伟民<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘 要:** 基于矩张量理论的动态裂纹扩展监测方法, 利用裂纹开裂产生的声发射信号获取裂纹开裂信息, 而介质中的孔隙结构会影响监测结果的准确性。使用二维平面应变有限单元方法(FEM)建立孔隙分布数值模型, 给出特定裂纹在不同孔隙率介质下的反演结果, 并分析其成因。数值结果表明, 双力偶成分对孔隙率的敏感度最高。对于纯剪切裂纹, 反演结果中双力偶成分的占比随孔隙率的增大而减小; 对于面内各向同性和拉伸裂纹, 双力偶成分的占比随孔隙率的增大而增大。原因是孔隙结构对弹性波的散射导致弹性波幅值的空间分布发生变化, 效果体现在两方面: 一方面, 能量转移作用导致不同传播方向弹性波的幅值趋于接近; 另一方面, 孔隙分布的差异导致临近传播方向的弹性波幅值差异增大。两种影响因素的权重差异导致不同裂纹的反演结果受孔隙的影响不同。

**关键词:** 矩张量; 孔隙; 有限单元方法(FEM); 波散射; 辐射模式

**中图分类号:** O347.4<sup>+</sup>1; P315

**文献标识码:** A **文章编号:** 1001-5965(2019)06-1114-08

基于矩张量理论的裂纹反演方法是一种性能优异的裂纹动态扩展监测方法, 其通过接收、处理裂纹开裂产生的弹性波信号求解矩张量, 再利用相应的矩张量分解方法获取丰富的裂纹信息。当前, 该方法已被广泛应用于多种裂纹监测领域。

矩张量反演方法产生于地球物理学领域, 最初被用来监测地震裂缝的开裂过程。Burrige 和 Knopoff<sup>[1]</sup> 首先提出了使用等效体力表征裂纹的概念, 并给出了裂纹等效体力的表达式。基于裂纹等效力概念, Aki 和 Richards<sup>[2]</sup> 详细推导了裂纹的矩张量表达式, 并借助格林函数给出了裂纹开裂的弹性波位移场表达式。考虑到普通地震的震源深度较深, Ohtsu<sup>[3]</sup> 依据位移场表达式中的远场 P 波成分, 提出了一种简化的矩张量反演方法, 并

验证了其可靠性。在矩张量反演方法的早期应用中, 由于岩石介质的复杂性和技术水平落后等原因, 矩张量反演结果存在不稳定和多解的问题, 考虑到地震裂缝多属于剪切位错, 因此常采用强制矩张量迹为零的方法来稳定反演结果。然而, 进一步的研究表明, 非剪切类型的裂纹是真实存在的<sup>[4-6]</sup>, 强制矩张量迹为零将引入不可预料的反演误差。随着探测设备和计算能力的发展, 反演过程已不再强制矩张量迹为零。通过对裂纹类型的研究, 很多学者提出通过计算裂纹矩张量中 3 种基本成分的占比来判断裂纹的类型, 并发展出了相应的矩张量可视化方法<sup>[7-8]</sup>。当前, 很多学者使用矩张量反演方法开展了多样的、包含裂纹开裂问题的研究<sup>[9-11]</sup>。然而, 为了简化反演过

收稿日期: 2018-09-26; 录用日期: 2018-12-21; 网络出版时间: 2019-01-02 16:50

网络出版地址: [kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20181228.1631.001.html](http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20181228.1631.001.html)

基金项目: 国家自然科学基金(11232012, 11372320)

\* 通信作者. E-mail: limin@buaa.edu.cn

引用格式: 孔岳, 李敏, 陈伟民. 基于 FEM 研究含孔隙介质中裂纹矩张量反演精度[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(6): 1114-1121. KONG Y, LI M, CHEN W M. Precision of crack moment-tensor inversion in porous media using finite element method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(6): 1114-1121 (in Chinese).

程,传统的矩张量反演方法多基于均匀各向同性的材料假定。考虑到真实地质条件的复杂性,弹性波的动力学特征相比理想情况会出现很大的不同,进而影响矩张量的反演精度。很多学者也研究了诸如各向异性、黏弹性等因素对矩张量反演的影响<sup>[12-14]</sup>。

随着页岩气开采技术的发展,矩张量反演方法被引入到岩石压裂监测当中<sup>[15-16]</sup>。通过实时监测岩石的开裂状态,不断调整水力压裂方案,优化裂纹扩展水平,提高页岩气产量。然而,页岩气富集区丰富的孔隙结构会对弹性波的传播产生影响。一方面,孔隙结构会对弹性波造成明显的衰减作用<sup>[17-19]</sup>,该影响可以在均匀各向同性材料假设下,通过在矩张量反演公式中引入弹性波吸收系数来抵消。另一方面,孔隙结构会对弹性波产生明显的散射作用<sup>[20-21]</sup>。目前,工程应用中尚未考虑散射对裂纹矩张量反演结果的影响,相关研究的数量也较少。针对该问题的研究具有很高的工程和学术价值。本文借助有限单元方法(FEM)建立孔隙分布数值模型,进而求解特定裂纹的声发射信号在孔隙介质中的传播特性,计算不同孔隙状态对裂纹矩张量反演精度的影响,为工程应用中矩张量反演结果的判读提供合理的建议和说明。与此同时,根据弹性波场特征,分析孔隙结构对裂纹矩张量反演结果的影响机理,明确矩张量反演误差的来源和成因。

## 1 理论分析及数值模拟

### 1.1 理论分析

通过动力学等效原理,裂纹可以等效成一组载荷的形式,表述形式为<sup>[2]</sup>

$$m_{pq} = \lambda l_k n_k \delta_{pq} + \mu l_p n_q + \mu l_q n_p \quad (1)$$

式中:  $m_{pq}$  为矩张量元素;  $\lambda$  和  $\mu$  为拉梅常数;  $\delta_{pq}$  为克罗内克符号,当  $p = q$  时,符号等于 1,否则为 0;  $l$  为裂纹面位移向量;  $n$  为裂纹面法向量。

由矩张量表述的裂纹弹性波位移场可以借助第二类格林函数给出,具体形式为

$$A_i(\mathbf{x}, t) = G_{ip,q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) m_{pq} * S(t) \quad (2)$$

式中:  $A_i(\mathbf{x}, t)$  为  $x$  处  $t$  时刻位移沿  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 方向的分量;  $G_{ip,q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$  为第二类格林函数,表示  $y$  处的力矩载荷在  $x$  处产生的位移;  $S(t)$  为震源函数,“\*”代表卷积运算。

结合 Aki 和 Richards<sup>[2]</sup> 给出的第二类格林函数表达式及远场假设,矩张量反演公式可表示为<sup>[22]</sup>

$$A_i(\mathbf{x}) = C_s \frac{\text{Ref}(t, \mathbf{r})}{R} \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $A_i(\mathbf{x})$  为传感器记录的弹性波信号的初至波幅值,  $i$  表示坐标分量;  $C_s$  为传感器灵敏系数,工程中通过断铅试验测定;  $\text{Ref}(t, \mathbf{r})$  为传感器位置处的反射修正系数,用于修正地面反射作用造成的弹性波能量损失,  $\mathbf{r}$  为由震源指向传感器的方向余弦向量,  $r_1, r_2, r_3$  为向量的分量;  $R$  为弹性波传播距离。

数值模拟使用平面应变有限元模型,弹性波的空间弥散形式为柱面波形式,并且面内矩张量只包含 4 个元素(3 个独立元素)。因此,矩张量反演公式相应地修改为

$$A_i(\mathbf{x}) = C_s \frac{\text{Ref}(t, \mathbf{r})}{\sqrt{R}} (r_1, r_2) \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由于矩张量计算直接取结点位移且没有反射波产生,为简化计算过程,2 个参数分别取  $C_s = 1$  和  $\text{Ref}(t, \mathbf{r}) = r_i$ 。根据多个传感器接收到的弹性波信号,可以得到多个如式(4)所示形式的线性代数方程,方程联立组成方程组进而求解得到矩张量。

根据平面应变问题的本构方程,除面内元素以外的其他矩张量元素可由以下方法计算得到:与剪切有关的矩张量元素为 0,面外方向对角线元素的取值为  $m_{33} = \nu(m_{11} + m_{22})$ ,  $\nu$  为泊松比。进而得到平面应变问题的矩张量反演结果为

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 \\ m_{12} & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \nu(m_{11} + m_{22}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

虽然不同的矩张量分解方法能够给出裂纹的各种信息,但由于多数场景更关注裂纹的类型,因此常用的矩张量分解方法是将其分解为 3 种基本成分,通过比较 3 种成分的占比判断裂纹的类型<sup>[8]</sup>。先将矩张量对角化,求解 3 个特征值,将 3 个特征值从大到小依次摆放在矩阵的对角线位置上,进而将矩张量表示成 3 种基本形式的线性表达。3 种基本形式包括:各向同性(Isotropic, ISO)成分、双力偶(Double-Couple, DC)成分和补充线性向量偶极子(Compensated Linear Vector Dipole, CLVD)成分,如下:

$$\mathbf{M} = M_{\text{ISO}} \mathbf{E}_{\text{ISO}} + M_{\text{DC}} \mathbf{E}_{\text{DC}} + M_{\text{CLVD}} \mathbf{E}_{\text{CLVD}} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{E}_{\text{ISO}}, \mathbf{E}_{\text{DC}}$  和  $\mathbf{E}_{\text{CLVD}}$  分别为 ISO、DC 和 CLVD 三种成分的矩张量表达式;  $M_{\text{ISO}}, M_{\text{DC}}$  和  $M_{\text{CLVD}}$  分别为三种基本成分的系数,具体形式可参照文

献[8]。进而可以定义3种基本成分的占比大小  $C_{ISO}$ 、 $C_{DC}$  和  $C_{CLVD}$  定义为

$$\begin{bmatrix} C_{ISO} \\ C_{DC} \\ C_{CLVD} \end{bmatrix} = \frac{1}{M} \begin{bmatrix} M_{ISO} \\ M_{DC} \\ M_{CLVD} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:  $M = |M_{ISO}| + |M_{DC}| + |M_{CLVD}|$ 。实际上,由式(7)计算得到的ISO成分和CLVD成分的占比可能是负数(DC成分的占比始终是正数)。考虑到3种成分的占比满足:

$$|C_{ISO}| + |C_{DC}| + |C_{CLVD}| = 100\% \quad (8)$$

为了方便画图和结果分析,本文中分解结果取3种成分占比的绝对值。

### 1.2 数值模拟

数值模拟使用有限单元方法,相比于其他数值模拟方法,有限单元方法能够更好地模拟复杂地质特征,方便开展相关研究。

为了简化模型,避免边界对弹性波的反射作用,选定模型为圆形。综合考虑数值计算精度和反演精度要求,圆形模型半径取400m,震源位于圆心处。使用瞬态等效力载荷代替裂纹动态开裂过程<sup>[22]</sup>。取半径100~250m的环形范围为孔隙分布区域,在半径为300m的圆环上布置传感器。模型示意图如图1所示。

为模拟孔隙结构,根据蒙特卡罗方法在孔隙分布区域随机选取一定数量的单元作为孔隙,并修改相应单元的材料参数。考虑到有限元计算的限制,孔隙单元的弹性模量和密度取1,泊松比取0.01。材料参数取值见表1。基体介质的材料参数取几种常见岩石的平均值<sup>[23]</sup>。

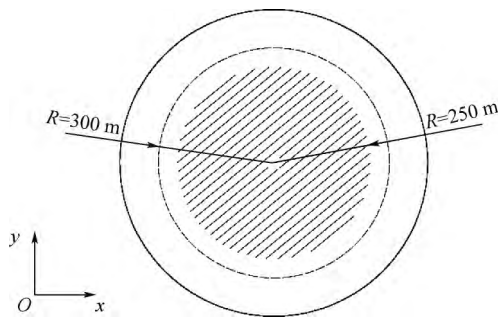


图1 孔隙分布模型

Fig.1 Pore distribution model

表1 材料参数取值

Table 1 Values of material parameters

| 参数  | 基体                   | 孔隙   |
|---|----------------------|------|
| 弹性模量 $E/\text{Pa}$                        | $5.4 \times 10^{10}$ | 1    |
| 泊松比 $\nu$                                 | 0.2                  | 0.01 |
| 密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ | 2300                 | 1    |

裂纹的动态开裂过程由震源函数表征。参考文献[24],震源函数取如下形式:

$$S(t) = \begin{cases} \frac{t}{T_r} - \frac{2}{3\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_r}\right) + \frac{1}{12\pi} \sin\left(\frac{4\pi t}{T_r}\right) & t < T_r \\ \frac{2T_r - t}{T_r} - \frac{2}{3\pi} \sin\left(\frac{2\pi(2T_r - t)}{T_r}\right) + \frac{1}{12\pi} \sin\left(\frac{4\pi(2T_r - t)}{T_r}\right) & T_r \leq t < 2T_r \\ 0 & t \geq 2T_r \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $T_r$  为启裂时间。考虑到结构离散化给有限元计算造成的数值频散问题,选择  $T_r = 0.005 \text{ s}$ ,此时弹性波波长约为50m,单元最大尺寸不超过2m。在以上计算条件下,数值频散现象引起的误差可以忽略<sup>[25]</sup>。计算采用直接积分方法,时间步增量取  $1 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,时间步数取1000。矩张量反演使用的传感器位于半径为300m的圆环上,方位随机选取,反演结果取多次反演的平均值。为避免其他因素的影响,研究不考虑震源定位问题。

## 2 数值结果

工程应用多通过矩张量中3种基本成分的占比来判断裂纹的类型。因此,数值结果的展示直接给出矩张量的分解结果,即3种基本成分的占比随孔隙率的变化情况。参考各类岩石的孔隙率取值,数值计算中孔隙率取值范围为0~50%。为确保算例的代表性,数值计算包括了3种基本类型的裂纹:各向同性裂纹(面内)、剪切裂纹和拉伸裂纹。

### 2.1 各向同性裂纹

各向同性裂纹沿各个方向的裂纹面位移成中心对称特性。不同于三维问题中的周向对称特征,二维问题中的各向同性裂纹是一种面内形式。当  $\nu = 0.2$  时,裂纹真实矩张量形式为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

相应理论分解结果为:  $C_{ISO} = 66.7\%$ ,  $C_{DC} = 0$ ,  $C_{CLVD} = 33.3\%$ 。当孔隙率变化时,反演结果中3种成分的占比也发生变化。图2为相应的变化情况。

由图2可知,对于各向同性裂纹,在真实震源形式不变(即真实矩张量形式不变)的情况下,根据数值弹性波场反演得到的矩张量中,3种基本

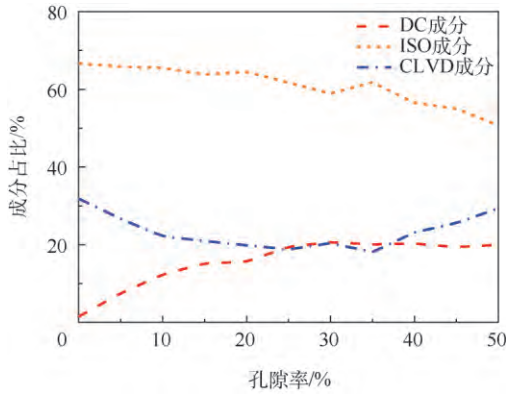


图 2 各向同性裂纹 3 种成分占比随孔隙率的变化  
Fig. 2 Change of proportion of three components in isotropic crack with poriness

成分的占比随孔隙率变化明显。当孔隙率为 0 时, 3 种基本成分的占比与理论分解结果相同, 证明计算模型和数值计算结果的可靠性。当孔隙率由 0 提高到 50% 时, ISO 成分的占比下降, 降幅约为 16%; DC 成分的占比提高, 增幅约为 20%; CLVD 成分的占比小幅下降。

### 2.2 剪切裂纹

剪切裂纹是一种常见的裂纹形态, 地震裂纹多属于剪切裂纹类型。假设裂纹的剪切错动方向位于面内, 取裂纹面法向向量  $n = (1, 0)$ , 裂纹面位移向量  $l = (0, 1)$  相应的真实矩张量为

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

对应的理论矩张量分解结果为:  $C_{ISO} = 0$ ,  $C_{DC} = 100\%$ ,  $C_{CLVD} = 0$ 。随着介质孔隙率的变化, 数值反演结果中 3 种基本成分占比的变化情况如图 3 所示。

对于剪切裂纹, 随着孔隙率的增大, DC 成分

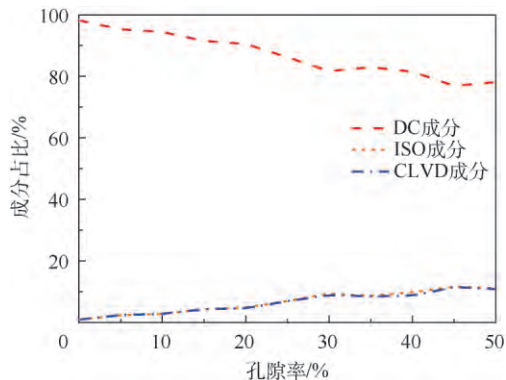


图 3 剪切裂纹 3 种成分占比随孔隙率的变化  
Fig. 3 Change of proportions of three components in shear crack with poriness

的占比持续减小, 降幅超过 20%; ISO 成分和 CLVD 成分的占比提高, 增幅超过 10%。由此可见, DC 成分对孔隙率的敏感度最高。

### 2.3 拉伸裂纹

拉伸裂纹也是一种基本裂纹类型, 常见于水力压裂和人为活动产生的(微)地震事件当中。取裂纹面法向向量  $n = (1, 0)$ , 裂纹面位移向量  $l = (1, 0)$ , 当  $\nu = 0.2$  时, 拉伸裂纹的真实矩张量取值为

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix} \quad (11)$$

对应的理论矩张量分解结果为:  $C_{ISO} = 50\%$ ,  $C_{DC} = 0$ ,  $C_{CLVD} = 50\%$ 。图 4 为数值反演计算中, 矩张量分解结果随介质孔隙率的变化情况。

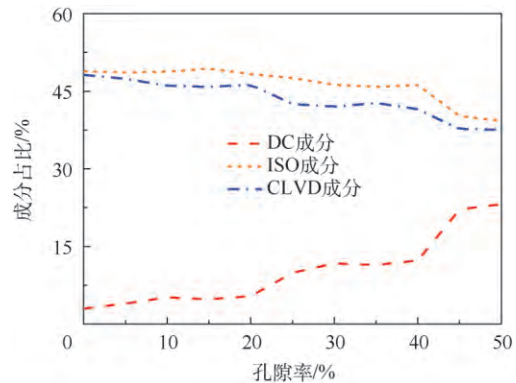


图 4 拉伸裂纹 3 种成分占比随孔隙率的变化  
Fig. 4 Change of proportions of three components in tensile crack with poriness

由图 4 可知, 在拉伸裂纹的矩张量分解结果中, 随着孔隙率的提高, DC 成分的占比不断上升, 最大增幅超过 20%。其他 2 种成分的占比则不断下降。

## 3 成因分析

数值结果表明, 当介质孔隙率变化时, 由弹性波场反演得到的矩张量, 其中 3 种成分的占比会发生明显的变化。但是, 对于不同的裂纹类型, 变化规律不同。为进一步研究孔隙结构对矩张量反演的影响机理, 设置如下数值计算模型(见图 5): 取所有孔隙集中分布, 并排列成一条连续的裂纹, 震源取面内各向同性裂纹源形式, 此时裂纹延伸方向与波传播方向相同。

数值计算结果显示, 弹性波在通过裂纹时会产生散射波。图 6 为含裂纹模型(图 5 虚线框内部分)在 0.4 s 时的波动位移场, 不同亮度代表不同的位移幅值。

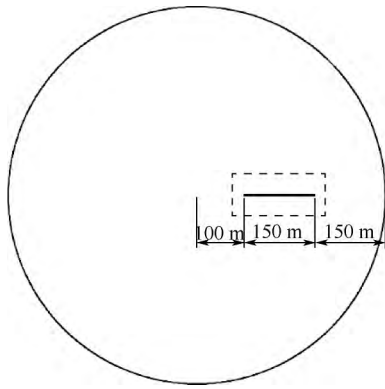


图5 集中孔隙(裂纹)模型

Fig. 5 Pore-central-distribution (crack) model

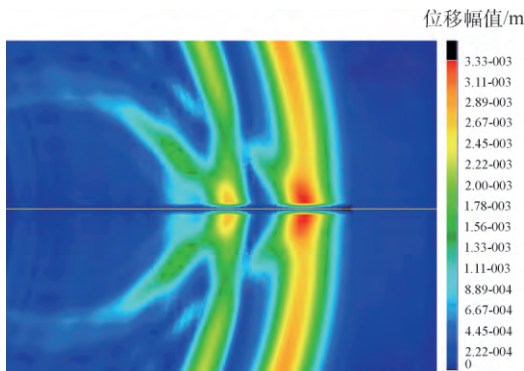


图6 弹性波散射示意图

Fig. 6 Scattering schematic diagram of elastic wave

由图6可知,弹性波通过裂纹区域时,会向周围产生一系列散射波,散射波传播方向约与弹性波原传播方向成 $45^\circ$ 夹角。散射波将原传播方向弹性波中的部分能量转移到其他区域,导致原传播方向上的弹性波幅值减小,而临近传播方向上的弹性波幅值增大。对于裂纹开裂发出的弹性波,当沿各个方向传播的初始弹性波幅值(即还未受到孔隙结构作用的弹性波的幅值)不同时,这种能量转移作用会导致沿不同方向传播的弹性波的幅值趋于接近。另外,当各个传播方向上初始弹性波幅值相同时,由于孔隙结构分布的局部差异性,沿不同方向传播的、初始幅值相同的弹性波受到的散射作用存在差异,造成局部小范围内的、沿不同方向传播的弹性波幅值差别增大。

综合来看,孔隙结构对裂纹弹性波幅值存在两方面的影响:①当沿不同方向传播的初始弹性波幅值不同时,孔隙结构的存在会导致沿不同方向传播的弹性波幅值趋于接近;②当沿不同方向传播的初始弹性波幅值相同时,孔隙结构的存在会造成临近小范围内、不同传播方向的弹性波幅值的差异增大。

关于以上2种影响导致3种基本成分占比变

化的原因,先来看面内ISO成分(见图7)和DC成分(见图8)的辐射模式。需要说明的是,辐射模式是指弹性波幅值随相应的传播方位的分布情况。辐射模式是在三维空间中的分布,为了方便展示和对比,下文中的辐射模式取完整辐射模式中的面内部分,平面指裂纹面位移向量 $l$ 和法向量 $n$ 决定的平面。图中,角度代表方位,半径代表相应的位移幅值。为方便对照,对幅值进行了归一化处理。

关于孔隙结构对裂纹弹性波的第1种影响,对于裂纹产生的弹性波,在其经过孔隙结构散射后,沿各个方向上的弹性波幅值趋于接近,辐射模式会趋于如图7所示的形状。图9为孔隙率取30%时剪切裂纹的弹性波辐射模式。图中,星号代表有限元计算得到的、经孔隙散射后的裂纹弹性波辐射模式,实线代表不考虑孔隙散射的理论弹性波辐射模式。对比可知,经过孔隙散射后,剪切裂纹辐射模式中的最大位移普遍减小,且与其他方向上弹性波的幅值趋于接近。此时,使用

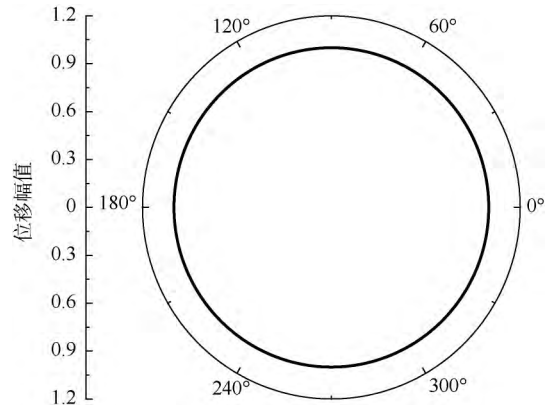


图7 各向同性成分理论辐射模式

Fig. 7 Theoretical radiation pattern of isotropic component

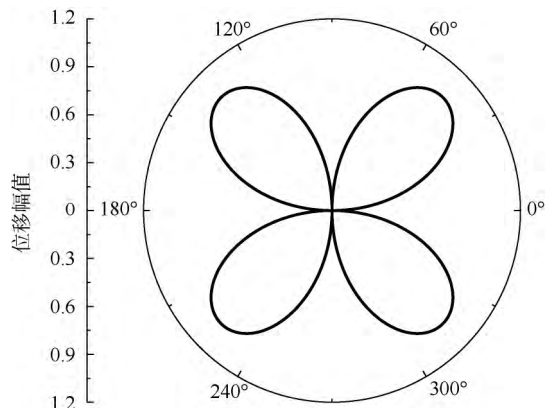


图8 双力偶成分理论辐射模式

Fig. 8 Theoretical radiation pattern of double-couple component



散射后的弹性波反演得到的矩张量,其中 ISO 成分的占比会增大,DC 成分的占比会减小。这一现象符合图 3 中表现出的规律。

对于孔隙结构对弹性波的第 2 种影响,孔隙分布在局部范围内的差异性导致弹性波受到的散射效果也存在差异。图 10 为孔隙率取 30% 时面内 ISO 裂纹的辐射模式。

由图 10 可以看出,当初始弹性波的幅值在各个方向上均相同时,由于孔隙分布的差异,经孔隙散射后,在小范围内、临近传播方向上的弹性波的幅值出现了明显的差别。体现在辐射模式中,即辐射模式随方位角出现明显的波动,而这种波动形态与 DC 成分的辐射模式类似。此时,利用散射后的弹性波反演得到的矩张量,其中 DC 成分的占比会增大。这一现象符合图 2 中表现出的规律。

对于拉伸裂纹,其理论辐射模式介于剪切裂纹和面内各向同性裂纹之间,即沿各个方向上

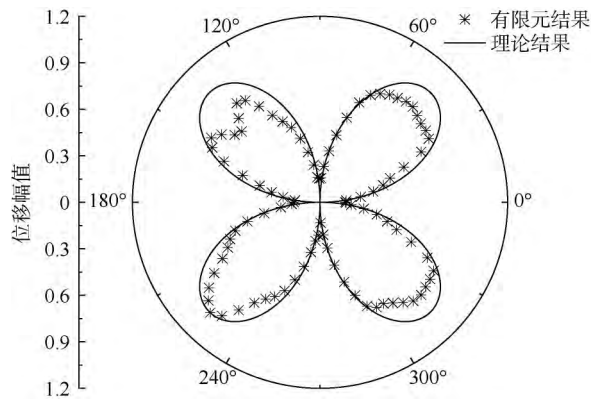


图 9 孔隙率为 30% 时剪切裂纹的弹性波辐射模式  
Fig. 9 Elastic wave radiation pattern of shear crack with poriness of 30%

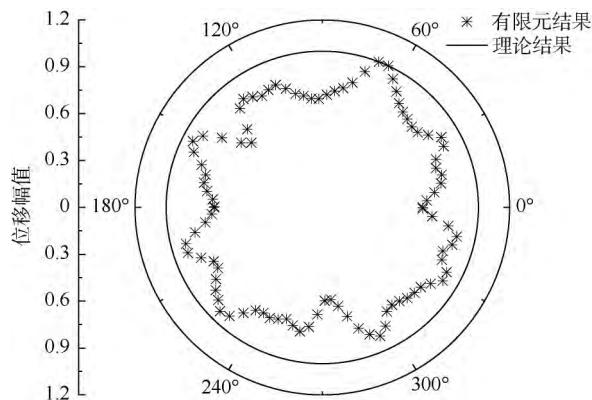


图 10 孔隙率为 30% 时面内各向同性裂纹的弹性波辐射模式  
Fig. 10 Elastic wave radiation pattern of in-plane isotropic crack with poriness of 30%

的弹性波幅值既不相同,差异也小于剪切裂纹的情况。因此,散射作用对辐射模式的 2 种影响都存在。图 11 为孔隙率为 30% 时拉伸裂纹的辐射模式。

由图 11 可以看出,经散射后,裂纹弹性波辐射模式既出现了整体上位移趋于接近的现象,也出现了局部位移波动的现象。由于 2 种现象对矩张量反演结果的影响完全相反,因此通过辐射模式无法判断 3 种基本成分占比的变化情况。参考图 4,DC 成分的占比随孔隙率的提高而增大,ISO 成分的占比则减小。由此可知,孔隙散射对弹性波幅值的第 2 种影响,即辐射模式的局部波动加剧这一现象的影响权重更大。

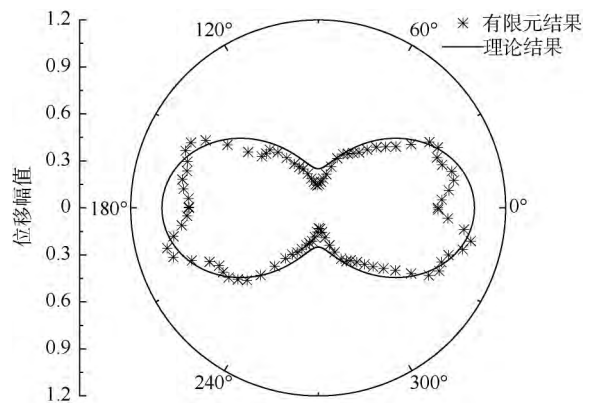


图 11 孔隙率为 30% 时拉伸裂纹的弹性波辐射模式  
Fig. 11 Elastic wave radiation pattern of tensile crack with poriness of 30%

### 4 结 论

本文使用有限单元方法建立了孔隙分布数值模型,并考虑了 3 种基本裂纹类型。针对每一种裂纹类型,在保持震源形式即理论矩张量不变的情况下,求解了不同孔隙率条件下的裂纹弹性波场。利用弹性波信号反演矩张量,将其分解为 3 种基本成分。研究考察了 3 种基本成分的占比随孔隙率的变化情况,并分析了相关结果的成因,得到了以下结论:

- 1) 矩张量分解涉及的 3 种基本成分中,DC 成分对孔隙率最为敏感,随着孔隙率的变化,DC 成分的占比会发生明显的改变。
- 2) 不同类型裂纹的矩张量反演结果中,3 种基本成分的占比随孔隙率的变化情况不同。在剪切裂纹中,DC 成分的占比随着孔隙率的提高而减小,ISO 成分和 CLVD 成分的占比则增大;在面内各向同性和纯拉伸裂纹中,DC 成分的占比随孔隙率的提高而增大。

3) 矩张量分解结果随孔隙率变化的原因是孔隙对裂纹弹性波的散射作用,包括两方面的影响:一方面,当沿不同方位传播的初始弹性波(即还未受到散射作用影响的弹性波)的幅值不同时,经孔隙散射后,弹性波幅值趋于接近,进而导致分解结果中ISO成分占比上升,DC成分占比下降;另一方面,当沿不同方位传播的初始弹性波的幅值相同时,局部孔隙分布的差异引起散射作用的差异,导致局部范围内、临近传播方向上的弹性波幅值差异增大,裂纹弹性波辐射模式出现波动,最终导致矩张量分解结果中ISO成分占比下降,DC成分占比上升。2种影响因素同时存在,对于不同类型的裂纹,2种影响因素的权重不同,导致矩张量分解结果随孔隙率的变化情况不同。

### 参考文献 (References)

- [1] BURRIDGE R, KNOPOFF L. Body force equivalents for seismic dislocations [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1964, 54(6A): 1875-1888.
- [2] AKI K, RICHARDS P G. Quantitative seismology [M]. San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1980.
- [3] OHTSU M. Acoustic emission theory for moment tensor analysis [J]. Research in Nondestructive Evaluation, 1995, 6(3): 169-184.
- [4] KNOPOFF L, RANDALL M J. The compensated linear-vector dipole: A possible mechanism for deep earthquakes [J]. Journal of Geophysical Research, 1970, 75(26): 4957-4963.
- [5] SIPKIN S A. Interpretation of non-double-couple earthquake mechanisms derived from moment tensor inversion [J]. Journal of Geophysical Research, 1986, 91(B1): 531-547.
- [6] JULIAN B R, MILLER A D, FOULGER G R. Non-double-couple earthquakes 1. Theory [J]. Reviews of Geophysics, 1998, 36(4): 525-549.
- [7] HUDSON J A, PEARCE R G, ROGERS R M. Source type plot for inversion of the moment tensor [J]. Journal of Geophysical Research, 1989, 94(B1): 765-774.
- [8] VAVRYČUK V. Moment tensor decompositions revisited [J]. Journal of Seismology, 2014, 19(1): 231-252.
- [9] 吴微微, 杨建思, 苏金蓉, 等. 2013年吉林前郭-乾安震源区中强地震矩张量反演与区域孕震环境研究 [J]. 地球物理学报, 2014, 57(8): 2541-2554.  
WU W W, YANG J S, SU J R, et al. Moment inversion of moderate earthquakes and seismogenic environment in Qianguo-Qian'an source region 2013, Jilin province [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2014, 57(8): 2541-2554 (in Chinese).
- [10] 柴金飞, 金爱兵, 高永涛, 等. 基于矩张量反演的矿山突水孕育过程 [J]. 工程科学学报, 2015, 37(3): 267-274.  
CHAI J F, JIN A B, GAO Y T, et al. Water inrush inoculation process in mines based on moment tensor inversion [J]. Chinese Journal of Engineering, 2015, 37(3): 267-274 (in Chinese).
- [11] 康清清, 缪发军, 刘桂桂, 等. 利用矩张量反演法研究江苏高邮-宝应  $M_s 4.9$  级地震震源机制解和震源深度 [J]. 地球物理学报, 2015, 58(1): 204-215.  
KANG Q Q, MIAO F J, LIU H G, et al. Focal mechanism and focal depth of the Gaoyou-Baoying, Jiangsu, China  $M_s 4.9$  earthquake on 20 July 2012 derived from moment tensor inversion [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(1): 204-215 (in Chinese).
- [12] RÖSSLER D, RÜMPKER G, KRÜGER F. Ambiguous moment tensors and radiation patterns in anisotropic media with applications to the modeling of earthquake mechanisms in W-Bohemia [J]. Studia Geophysica et Geodaetica, 2004, 48(1): 233-250.
- [13] VAVRYČUK V. Focal mechanisms in anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 2005, 161(2): 334-346.
- [14] CHAPMAN C H, LEANEY W S. A new moment-tensor decomposition for seismic events in anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 2012, 188(1): 343-370.
- [15] BAIG A, URBANCIC T. Microseismic moment tensors: A path to understanding frac growth [J]. The Leading Edge, 2010, 29(3): 320-324.
- [16] BAIG A, URBANCIC T I, PRINCE M. Microseismic moment tensors: A path to understanding growth of hydraulic fractures [C] // Canadian Unconventional Resources and International Petroleum Conference: Society of Petroleum Engineers, 2010: 137771.
- [17] CARCIONE J M, HELLE H B, PHAM N H. White's model for wave propagation in partially saturated rocks: Comparison with poroelastic numerical experiments [J]. Geophysics, 2003, 68(4): 1389-1398.
- [18] WHITE J E. Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation [J]. Geophysics, 1975, 40(2): 224-232.
- [19] 刘宁, 李敏, 陈伟民. 基于 EMT 采用 FEM 研究含裂纹介质中弹性波传播机制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(9): 1686-1692.  
LIU N, LI M, CHEN W M. Wave propagation in cracked elastic media based on EMT using FEM [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1686-1692 (in Chinese).
- [20] 谭子翰, 徐松林, 刘永贵, 等. 含多种尺寸缺陷岩体中的弹性波散射 [J]. 应用数学和力学, 2013, 34(1): 38-48.  
TAN Z H, XU S L, LIU Y G, et al. Scattering of elastic waves by multi-size defects in rock mass [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2013, 34(1): 38-48 (in Chinese).
- [21] 郑阳, 周进节. 兰姆波在裂纹处的模式转换及散射特性研究 [J]. 工程力学, 2014, 31(6): 21-29.  
ZHENG Y, ZHOU J J. Mode conversion and scattering properties of Lamb waves near localized cracking [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(6): 21-29 (in Chinese).
- [22] OHTSU M, OHNO K, HAMSTAD M A. Moment tensors of in-plane-waves analyzed by SIGMA-2D [J]. Journal of Acoustic Emission, 2005, 23: 47-63.
- [23] 孙成禹, 李振春. 地震波动力学基础 [M]. 北京: 石油工业出版社, 2011: 46.  
SUN C Y, LI Z C. Foundation of seismic wave dynamics [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2011: 46 (in Chinese).

- [24] OHTSU M. Source inversion of acoustic emission waveform [J]. Doboku Gakkai Ronbunshu ,1988 ,398: 71-79.
- [25] 曹丹平 ,周建科 ,印兴耀. 三角网格有限元法波动模拟的数值频散及稳定性研究 [J]. 地球物理学报 ,2015 ,58( 5) : 1717-1730.
- CAO D P ,ZHOU J K ,YIN X Y. The study for numerical dispersion and stability of wave motion with triangle-based finite element algorithm [J]. Chinese Journal of Geophysics 2015 ,58

( 5) : 1717-1730( in Chinese) .

作者简介:

孔岳 男 ,博士研究生。主要研究方向: 矩张量反演方法的工程应用和弹性波的数值模拟。

李敏 男 ,博士 ,教授 ,博士生导师。主要研究方向: 结构动力学。

## Precision of crack moment-tensor inversion in porous media using finite element method

KONG Yue<sup>1</sup> , LI Min<sup>1,\*</sup> , CHEN Weimin<sup>2</sup>

( 1. School of Aeronautic Science and Engineering , Beihang University , Beijing 100083 , China;

2. Institute of Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100190 , China)

**Abstract:** The monitoring method for the dynamic growth of cracks , which is based on the moment-tensor theory , utilizes the acoustic-emission signal of crack opening to obtain the information of cracks. The pore in media has an effect on the accuracy of monitoring results. The two-dimensional plane strain finite element method ( FEM) was applied to build the numerical model with pore involved. The inversion results for specific cracks in media with different poriness were provided and the mechanism was analyzed. The numerical results show that the double-couple component is more sensitive to poriness than the other two components. For pure shear cracks , the proportion of double-couple component decreases with the increase of the poriness. For isotropic and pure tensile cracks , the proportion of double-couple component increases with the increase of the poriness. The reason is the wave scattering of pore changes the spatial distribution of elastic-wave amplitude and the effect contains the two aspects. The energy transfer results in the fact that the wave amplitudes of different directions become closer to each other. Meanwhile , the difference of pore distribution increases the difference between the wave amplitudes of different directions. The effect of pore on inversion results varies for different cracks , because the weight of the two aspects is different.

**Keywords:** moment tensor; pore; finite element method ( FEM) ; wave scattering; radiation pattern

**Received:** 2018-09-26; **Accepted:** 2018-12-21; **Published online:** 2019-01-02 16:50

**URL:** [kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20181228.1631.001.html](http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2625.V.20181228.1631.001.html)

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China ( 11232012 , 11372320)

\* **Corresponding author.** E-mail: limin@buaa.edu.cn