

DOI: 10.16239/j.cnki.0468-155x.2019.03.003

漫顶溃坝过程的水土耦合数值模型研究

刘青泉¹, 安翼²

(1.北京理工大学 宇航学院力学系, 北京 100081; 2.中国科学院 力学研究所 流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘要: 针对溃坝过程中水流与溃口变化快、相互作用强烈耦合的特点, 采用无网格基于 Lagrange 描述的光滑粒子动力学 (Smoothed Particle Hydrodynamics-SPH) 方法, 引入土体的弹塑性本构关系, 构建了土体变形破坏的三维力学模型、水土耦合界面作用模型和一种新的水土耦合冲刷模式, 建立了能够较为完整地描述土石坝漫顶溃决过程的水土耦合数值模型。算例模拟表明, 该模型能够合理地描述水流对土体的冲刷发展过程。

关键词: 漫顶溃坝; 水-土耦合; SPH 方法; 数值模拟

中图分类号: O242.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0468-155X(2019)03-0013-06

堤坝溃决往往带来严重的洪水灾害, 其中土石坝漫顶溃决是最常见的一种溃坝模式, 长期受到人们的关注。漫顶溃决时, 溃口的发展过程直接决定了洪水过程, 因此, 如何合理地预测溃口发展过程成为其中的关键科学难题。过去几十年中, 国内外学者分别从理论分析、物理试验、数值模拟等方面对溃坝问题开展了大量研究工作。早期的研究主要基于溃坝实际资料, 建立了一些基于经验参数的溃坝模型, 能够粗略地预测溃口洪水过程。随着要求的提高, 许多学者从物理概念出发, 结合试验观测, 提出了一些基于物理过程的溃坝模型^[1, 2], 可以近似地描述溃口发展的主要过程。近年来, 一些学者建立了基于水沙耦合动力学的溃坝模型^[3, 4], 能更好地反映溃坝过程中的水沙相互作用和冲刷过程。然而, 现有模型中普遍存在着两方面的问题, 一是对溃口发展过程中的边壁坍塌过程主要采取了经验简化模式, 难以合理地描述边壁的自然坍塌过程; 二是目前的水沙耦合模型大多采用了二维浅水方程描述水流运动, 显然并不十分适合溃口处的复杂三维水流特性。事实上, 漫顶溃决的溃口发展过程是一个十分复杂的水-土耦合过程, 即包含洪水对坝体的冲刷过程, 也存在坝体自身的结构破坏, 需要发展能够同时模拟这两个物理过程的三维水土耦合模型。近年来, 基于 Lagrange 描述的光滑粒子动力学 (Smoothed Particle Hydrodynamics-SPH) 方法^[5] 在处理自由表面、动态交界面、大变形等问题时表现出明显的优势, 为水土耦合问题的合理模拟提供了有利的研究手段和数值方法。但由于同时涉及到土体变形破坏和水流运动统一描述的复杂性, 至今还没有完整的基于该方法的溃坝模型。为此, 本文试图从复杂的水土耦合作用机制出发, 利用 SPH 方法的优点, 建立漫顶溃坝的三维水土耦合数值模型, 以更加合理地描述溃口的复杂发展过程。

1 数值模型

针对溃坝中存在的自由水面和水流与坝体的复杂界面作用过程, 本文采用基于拉格朗日描述的无网格光滑粒子动力学方法建立模型。模型主要包括三个部分: 基于 N-S 方程的水流运动模型、基于弹塑性本构关系的土体变形破坏模型, 以及水土界面作用和冲刷模型。

收稿日期: 2017-08-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(11872117; 11432015)

作者简介: 刘青泉(1965-), 男, 山西新绛人, 教授, 博士, 主要从事环境流体力学方面研究。E-mail: liuqq@bit.edu.cn

1.1 水流运动的 SPH 模型

溃坝洪水流态复杂,浅水方程难以反映溃口处的流动特性沿水深的变化,为此本文采用完整的 N-S 方程来描述溃坝洪水的流动,其基于 SPH 方法描述的具体形式如下^[6]

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{Dv_i^\alpha}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \cdot \nabla_i W_{ij} + g^\alpha \quad (2)$$

式中 α 为张量指标,代表坐标方向; N 为支持域中的总粒子数; m 和 ρ 分别为粒子的质量和密度; \mathbf{v}^α 为流速矢量; g^α 为重力加速度; P 为压力; W 为核函数,其形式为

$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (3)$$

式中 $q=r/h$ r 为粒子 i 和粒子 j 之间的距离; h 光滑长度; $\alpha_D = 1/(\pi h^3)$ 。

本文采用 Monaghan 提出的人工黏性项^[6],其表达式为

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} -\frac{\alpha c_{ij} \overline{\mu}_{ij}}{\rho_{ij}} & \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} < 0 \\ 0 & \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\mu_{ij} = h \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} / (r_{ij}^2 + \eta^2)$ $\eta = 0.1 h$ $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$ $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ $\rho_{ij} = (\rho_i + \rho_j) / 2$ $c_{ij} = (c_i + c_j) / 2$; \mathbf{v}_k 、 \mathbf{r}_k 、 ρ_k 和 c_k 分别为粒子速度、位置、密度和声速。

采用弱可压条件,压力可有下列状态方程求得

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\chi - 1 \right] \quad (5)$$

式中 $\chi = 7$; $B = c_0^2 \rho_0 \chi$; ρ_0 为水的密度; c_0 为声速。

1.2 土体变形破坏的 SPH 模型

采用描述土体弹塑性力学行为的控制方程描述土体大变形和破坏过程,其基于 SPH 方法的表达形式为^[6,7]

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j (v_i^\alpha - v_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \quad (6)$$

$$\frac{Dv_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta} + \sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_i \rho_j} - \Pi_{ij} \delta^{\alpha\beta} + F_{ij}^n R_{ij}^{\alpha\beta} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + g^\alpha \quad (7)$$

式中 $F_{ij}^n R_{ij}^{\alpha\beta}$ 为人工应力项 $F_{ij}^n = W_{ij} / W(\Delta x, h)$ $n = 2.55$; $R_{ij}^{\alpha\beta} = R_i^{\alpha\beta} + R_j^{\alpha\beta}$ $R_i^{\alpha\beta}$ 和 $R_j^{\alpha\beta}$ 分别为人工应力张量在粒子 i 和 j 处的分量; $\sigma^{\alpha\beta}$ 为总应力张量,可由弹塑性应力应变关系求得

$$\frac{D\sigma_i^{\alpha\beta}}{Dt} = \sigma_i^{\alpha\gamma} \dot{\omega}^{\beta\gamma} + \sigma_i^{\gamma\beta} \dot{\omega}_i^{\alpha\gamma} + 2G \dot{\epsilon}_i^{\alpha\beta} + K \epsilon_i^{\gamma\gamma} \delta_i^{\alpha\beta} - \dot{\lambda}_i \left[3\alpha_\psi K \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} S_i^{\alpha\beta} \right] \quad (8)$$

式中 $\dot{\omega}^{\alpha\beta}$ 为自旋率张量; $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$ 为偏剪切应变率张量; $\dot{\epsilon}^{\alpha\beta}$ 为弹性应变率张量; $S^{\alpha\beta}$ 为偏剪切应力率张量; $\delta^{\alpha\beta}$ 为 Kronecker' delta 函数; $\dot{\lambda}$ 为塑性因子变化率,取决于应力状态和加载历史; K 和 G 分别是体积模量和剪切模量。其中

$$\dot{\omega}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\alpha - v_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\beta - v_i^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \right] \quad (9)$$

$$\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\alpha - v_i^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j^\beta - v_i^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \right] \quad (10)$$

$$\dot{\lambda}_i = \begin{cases} \frac{3\alpha_\varphi K \dot{\varepsilon}_i^{\gamma\gamma} + (G/\sqrt{J_2}) s_i^{\alpha\beta} \dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}}{9\alpha_\varphi \alpha_\psi K + G} & f(I_1, J_2) = 0 \\ 0 & f(I_1, J_2) < 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (12)$$

式中 $f(I_1, J_2)$ 为屈服函数; I_1 和 J_2 分别为第一和第二应力不变量; α_φ 和 k_c 为 Drucker-Prager 常量, 与黏聚力 c 和内摩擦角 φ 有关; α_ψ 与材料的剪胀角 ψ 有关; E 和 ν 分别为土体的杨氏模量和泊松比。

1.3 水土耦合界面冲刷模型

在水流运动和土体变形模型中, 采用相同的控制方程, 其不同主要是水和土分别采用相应的本构方程。水的压力通过人工状态方程求得, 土的压力直接从本构关系获得。在处理水土耦合问题时, 在界面处需要考虑两相粒子属性的差别。我们采用背景粒子信息解决界面处的属性差别问题^[7]。如图 1 所示, 当计算水粒子信息时, 把可变形土体当作水体的动边界, 先对附近的土粒子插值, 得到土粒子的背景水信息, 包括密度和速度等。同理, 当计算土粒子信息时, 把可变形水体当作土体的动边界, 先得到水粒子的背景土信息。不同的是除了密度、速度和声速外, 还要对应力张量进行插值。假设水粒子上计算得到的加速度为 $a_i^w = \sum_{w \in SP_w} a_{iw} + \sum_{s \in SP_s} a_{is}$ (SP_w 和 SP_s 分别代表支持域内所有的水粒子和土粒子) 则 $m_s a_j^s = m_w a_i^w$, 可得相应土粒子的运动加速度。

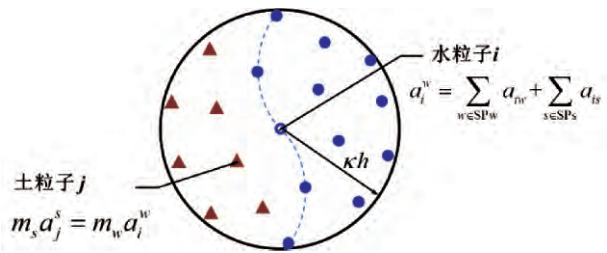


图 1 水土界面耦合作用示意

Fig.1 Sketch of soil-water interface coupling

为了模拟洪水对坝体的冲刷过程, 我们认为洪水冲刷坝体形成一层泥浆, 根据泥浆的速度分布能更准确地估算坝体壁面剪切力, 从而与侵蚀率建立关系计算侵蚀量。为此, 引入一个简单的侵蚀模型: 定义洪水对坝体侵蚀的临界剪切力 τ_{cs} , 当流体粒子或浆体粒子的剪切力超过相应的临界剪切力后, 其支持域内土体粒子的质量发生变化, 即侵蚀发生。洪水对坝体的侵蚀率可以用下式计算

$$\varepsilon = k_\varepsilon (\tau - \tau_{cs}) \quad (13)$$

式中剪切力 $\tau = k\dot{\gamma}$; 剪切率 $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij}/2}$; k 为常数; $k_\varepsilon = (13.9 + 133e_r)/\tau_c$ 为水流侵蚀强度; e_r 为黏性土自由孔隙比。临界剪切力 τ_{cs} 采用莫国仁公式

$$\tau_{cs} = k^2 \rho \left(\frac{d'}{d_*} \right)^{\frac{1}{3}} \left[3.6 \frac{\rho_s - \rho}{\rho} g d + \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_{0*}} \right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{\varepsilon_0 + gh\delta\sqrt{\delta/d}}{d} \right) \right] \quad (14)$$

当侵蚀发生时, 土粒子的质量减小, 当质量减小到零的时候, 表示该土粒子被完全侵蚀掉, 并将该土粒子变成泥浆粒子。同理, 泥浆对土体的侵蚀也采用相同的办法, 当侵蚀量超过土粒子的质量时, 该土粒子被侵蚀掉变成泥浆粒子。与此同时, 该土粒子周围附近的一部分水粒子也要变成泥浆。基于对侵蚀物理过程的认识, 给定水、土粒子的混合比例, 便可以定量的形成一层泥浆。我们定义泥浆最小含沙浓度 $C_{s\min}$ 和最大含沙浓度 $C_{s\max}$, 假定泥浆层的泥沙从上到下按线性分布, 由此便可以定量确定多少水参与形成泥浆, 表达式为

$$V_w = \frac{M_s/\rho_s}{(C_{s\min} + C_{s\max})/2} - M_s/\rho_s = \frac{M_s}{\rho_s} \left(\frac{2}{C_{s\min} + C_{s\max}} - 1 \right) \quad (15)$$

式中 V_w 为参与形成泥浆的水粒子的体积; M_s 为土体侵蚀量。

采用宾汉模型描述泥浆的运动

$$\tau = \tau_{cm} + K\dot{\gamma} \tag{16}$$

式中 τ_{cm} 为泥浆屈服应力; K 为泥浆稠度指标。可根据费祥俊提出的公式计算屈服应力和黏滞系数

$$\tau_{cm} = \exp\left(\frac{\phi - \phi_0}{\phi_m}\right) \tag{17}$$

$$\mu_r = \left(1 - k \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2.5} \tag{18}$$

$$k = 1 + 2.0 \left(\frac{\phi}{\phi_m}\right)^{0.3} \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^4 \tag{19}$$

式中 μ_r 为黏滞系数; ϕ 和 ϕ_m 分别为颗粒体积浓度和极限体积浓度; $\phi_0 = 1.26\phi_m^{3.2}$ 为悬浮液由牛顿体转变为非牛顿体的临界浓度。极限体积浓度 ϕ_m 可采用费祥俊建立的经验公式

$$\phi_m = 0.92 - 0.2 \cdot \lg \sum \frac{\Delta p_i}{d_i} \tag{20}$$

式中 d_i 和 Δp_i 分别为颗粒级配曲线中某一粒径组的平均粒径及相应这一级颗粒占全部颗粒的百分比。

由上述建立的三个子模型联合求解,即可对溃坝口的发展过程进行耦合模拟。

2 算例模拟计算

采用本文建立的数值模型,对黏性土坝体模型的漫顶溃决过程进行模拟计算。图 2 显示了模型坝体的几何形态和尺寸,模拟计算长度为 200 m,坝体上下游各 100 m。坝体长 40 m,断面为等腰梯形,上底 10 m,下底 30 m,高 10 m。初始溃口位于坝体中间,呈等腰倒梯形,上底 6 m,下底 2 m,高 2 m。坝体材料为黏性土,密度约 2 000 kg/m³,弹性模量 50 Mpa,泊松比为 0.30,内摩擦角 25°,剪胀角 9°,黏聚力 12 kPa。坝体上游水位是 11 m,超过坝顶 1 m,但为了主要验证模型对溃口发展过程的模拟能力,在模拟计算中限制了坝顶过流,主要模拟计算了溃口的冲刷发展过程。

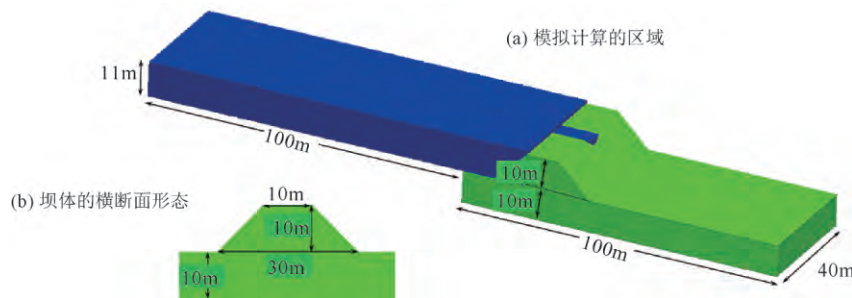


图 2 模拟计算的区域及坝体形态示意

Fig.2 Computational domain and dam cross section

图 3-图 5 分别为溃坝过程、溃口发展过程和沿溃口中心线冲刷过程的模拟结果(图中,深色表示水体,浅色表示土体;图 4 和图 5 中的纵坐标为高程,横坐标分别为横断面宽度和纵剖面长度,单位均为 m)。结果清楚地显示了漫顶水流从初始溃口溢出,沿着冲沟流向下游坝脚,并很快向四周扩散。水流冲蚀下游坡面的同时也在纵向侵蚀溃口,下游坡面的冲沟越变越粗,溃口也越来越深,两侧的边坡开始崩塌滑动,并很快被洪水带走。溃口开始变宽,溃口处的流量变大,使得洪水对坝体的冲刷作用更加剧烈,洪水迅速向下游演进。数值模拟的结果与试验观测溃坝过程的认识基本一致。说明本文建立的土石坝漫顶溃决的水土耦合模型能够合理模拟漫顶溃坝的较完整过程,即不仅能够较好地描述溃口的复杂水流运动和冲刷过程,而且能够较合理地描述溃口在不断被冲刷过程中边壁的坍塌过程,克服了以往模型需要对溃口发展过程进行经验处理的缺点。

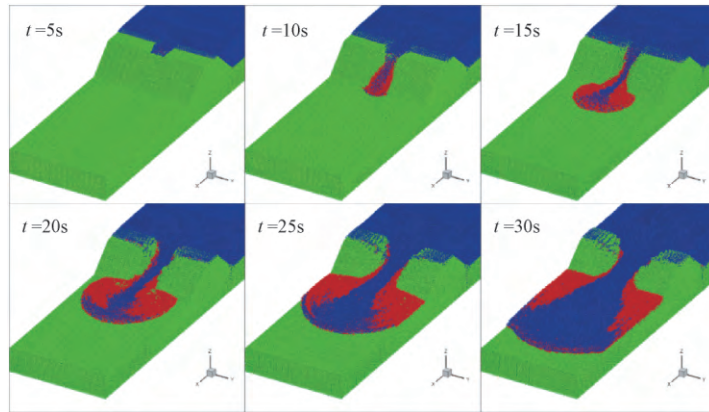


图 3 溃坝过程的模拟计算结果
Fig.3 Simulated results of dam failure process

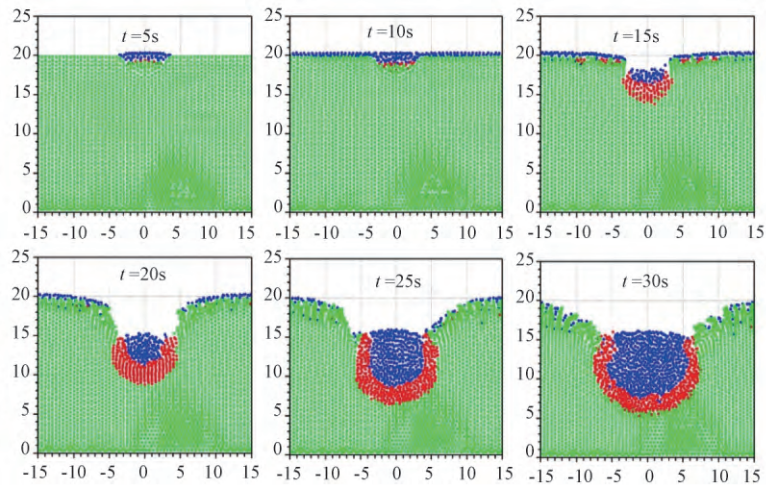


图 4 溃口演变过程模拟计算结果
Fig.4 Simulated results of dam breach evolution process

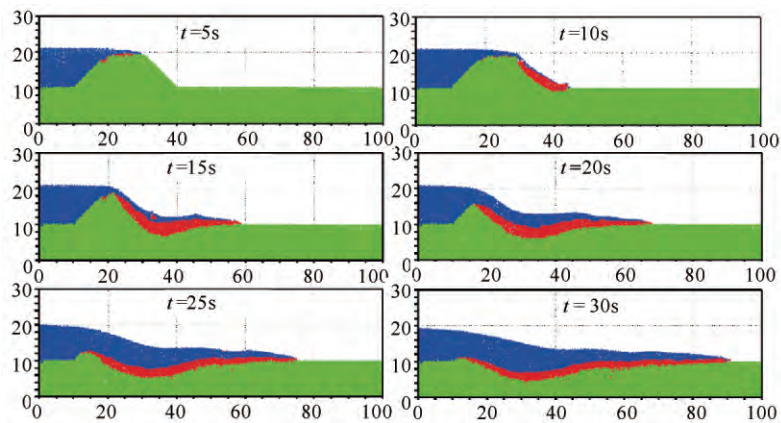


图 5 中心线纵剖面冲刷过程的模拟计算结果
Fig.5 Modeling results of profile scouring process in centerline of dam

3 结论

土石坝的漫顶溃决是一个典型的水土耦合相互作用过程,而且溃口发展快、水流运动复杂。本文基于无网格的 SPH 方法,采用水流运动 N-S 方程和土体弹塑性本构模型,建立了漫顶溃坝过程的三维水土耦合数值模型。数值模拟计算表明,该模型不仅能够模拟溃坝水流的复杂流动和对坝体的冲刷过程,而且能够较为合理地模拟坝体的坍塌过程,显示了本文建立的模型对漫顶溃坝中复杂过程的合理模拟。

参考文献:

- [1] Alonso C V , Bennett S J , Stein O R. Predicting headcut erosion and migration in concentrated flows typical of upland areas [J]. *Water Resources Research* , 2002 , 38(12) : 1303.
- [2] Zhu Y H , Visser P J , Vrijling J K. Soil headcut erosion: process and mathematical modeling [M]. in: Kusuda , Yamashita , Spearman and Gailani (Eds) , *Sediment and Ecohydraulics* , Amsterdam , the Netherlands , 2008: 125-136.
- [3] Xia J , Lin B , Falconer R A. Modelling dam-break flows over mobile beds using a 2D coupled approach [J]. *Advances in Water Resources* , 2010 , 33(2) : 171-183.
- [4] Cao Z , Yue Z , Pender G. Landslide dam failure and flood hydraulics. Part II: Coupled Mathematical Modelling [J]. *Natural Hazards* , 2011 , 59(2) : 1021-1045.
- [5] Liu G R , Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method [M]. *World Scientific Publishing Company* , 2003.
- [6] Monaghan J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. *Journal of Computational Physics* , 1994 , 110(2) : 399-406.
- [7] Shi C Q , An Y , Liu Q Q , Cao Z X. Numerical simulation of landslide generated waves using soil-water coupling SPH model [J]. *Advances in Water Resources* , 2016 , 92: 130-141.
- [8] An Y , Wu Q , Shi C Q , Liu Q Q. 3D SPH Simulations for large deformation of slope failure [J]. *Geotechnique* , 2016 , 66(8) : 670-680.

Soil-water coupling numerical model for overtopping failure process of earth dam

LIU Qing-quan¹ , AN Yi²

(1. Department of Mechanics , School of Aerospace Engineering , Beijing Institute of Technology , Beijing 100081 , China ;

2. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems , Institute of Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100190 , China)

Abstract: The shape of dam breach section evolves rapidly because of the rapid erosion , bank collapse and interaction between them in the overtopping induced earth dam failure process. A new developed soil-water coupling model is introduced to simulate the dam breach process. The method is developed in the framework of the Lagrangian meshfree Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method , includes three sub-models as the Navier-Stokes equation based water flow model , the elasto-plastic model for the soil , and the interaction model for soil and water interface and erosion model. With the ability of the dam break flow simulation , the erosion process and the embankment collapse , the model could simulate the whole process of breach formation and evolution due to overtopping. A simple three dimensional test case of the overtopping failure of an earth dam with a prescribed breach is studied by this model. The simulation results indicate that the model could soundly represent key features of the breach evolution and the entire dam failure process.

Key words: overtopping dam failure; soil-water coupling; Smoothed Particle Hydrodynamics method; numerical simulation

(责任编辑: 刘 峡)