

扩展裂纹尖端弹塑性场的仿真模拟*

魏悦广 王自强

(LNM, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘 要

通过对紧凑拉伸试样裂纹扩展实验的有限元仿真模拟以及对中心裂纹试样和三点弯曲试样的精细有限元计算和分析,证实了稳态扩展裂纹尖端附近环形区内应力场三参数 $J-k_2-Q$ 表征的有效性. 研究结果进一步表明:在扩展裂纹尖端附近的环形区域内,因试样几何类型的不同,存在着不同类型的双参数主导区. 对紧凑拉伸试样和弯曲裂纹试样,在裂尖附近环形区内存在着 $J-k_2$ 主导区;而对中心裂纹试样,在裂尖附近环形区内则存在着 $J-Q$ 主导区. 在一般情况下,应由 $J-k_2-Q$ 三参数表征.

关键词 扩展裂纹、三参数表征、弹塑性场仿真模拟

HRR 解^[1,2]的提出,给弹塑性断裂力学的研究和发展奠定了坚实的基础. 紧接着又提出了控制裂纹起裂和小量扩展的单参数准则^[3],控制参数为 HRR 解的系数—— J 积分,它表征该奇异场的强度. 通过早期 Larsson 和 Carlsson^[4] 以至后期 Needleman 和 Tvergaard^[5] 等人的有限元分析可知, J 控制裂纹起裂准则可近似适用于弯曲形裂纹试样(三点弯曲试样和紧凑拉伸试样等),而对于中心裂纹情况,将带来较大的误差. 在此方面, Hutchinson^[6] 给出了一个很好的综述.

双参数控制裂纹起裂准则的提出,又给弹塑性断裂力学的研究和发展注入了新的活力^[7]. Li 和 Wang^[8] 首先推导出了裂纹尖端弹塑性二阶渐近场,提出由一阶及二阶场的系数 (J, k_2) 来表征裂纹尖端场的强弱. O'Dowd 和 Shih^[9] 构造了一种两项解,其中第一项为 HRR 场,第二项的结构由有限元全场解定出,提出 $J-Q$ 控制裂纹起裂的双参数准则. Betegon 和 Hancock^[10] 将修正的边界层解作为远场进行有限元计算,提出了适合小范围屈服的 $J-T$ 双参数表征. Xia 等人^[11] 推导出了裂纹尖端的高阶渐近场(四阶),得到了静止裂纹尖端场的进一步信息.

对于扩展裂纹的情况,魏悦广和王自强^[12] 通过对各类试样几何、各种材料参数和不同屈服程度的大量有限元计算及分析,提出了扩展裂纹尖端弹塑性场的三项解,其中第一项为 HRR 奇异场;第二项为 HRR 场与径向坐标线性项的乘积;第三反映应力三轴张力的强弱,与径向

1993-05-28 收稿, 1994-04-14 收修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目.

坐标无关。大量的有限元结果表明, 扩展裂纹尖端附近环形区内弹塑性场可由三参数 $J-k_2-Q$ 表征, 其中 J , k_2 , Q 分别为三项解的系数。文献[12] 对于材料幂硬化指数 n 分别等于 3, 5, 10 计算了紧凑拉伸试样 (CT)、中心裂纹试样 (CCP) 和弯曲裂纹试样 (BCP) 的扩展裂纹尖端场。文献 [12] 首先在有限元网格的设计上采用了一种新的方案, 即在裂纹尖端的起始位置和扩展的瞬间位置, 网格均设计成密集的中心扇形单元。通过释放裂尖前方 28 个节点力的方式模拟裂纹的连续扩展。由于假设裂纹的扩展量较小, 释放的节点力数目较多, 且每个节点力又经过十步缓慢释放至零, 因此可以有效地模拟裂纹的连续扩展。在释放节点力的过程中, 外载增加与否不影响裂纹尖端环形区内应力场三参数表征的数学结构, 只是对应着不同强弱的应力应变大小。此结论还可通过本文给出的扩展裂纹尖端场仿真模拟结果进一步予以肯定。

本文首先对奥氏体不锈钢紧凑拉伸试样的裂纹扩展实验进行有限元仿真模拟, 其中有关材料参数和 $J-R$ 阻力曲线来源于实验^[3]。由阻力曲线可以确定裂纹扩展量与外载增量的关系。值得指出的是: 虽然有关裂纹扩展的实验数据较多, 但这些数据往往只提供裂纹扩展量 Δa 与 J 的关系, 而缺乏材料力学性能的完整数据 (E , ν , α , n), 因而, 能够进行仿真模拟的实验曲线是非常有限的。我们又进一步对中心裂纹试样和弯曲裂纹试样当裂纹扩展时, 外载按线性规律增加的情况也进行有限元计算。

1 扩展裂纹尖端场的三项解

考虑材料在单向拉伸时的应力应变关系为

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n, \quad (1)$$

其中 n 为应变硬化指数, $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ 为参考应变, E 为杨氏模量, σ_0 为屈服应力。

由 J_2 流动理论, 多轴应力应变的增量关系为

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left\{ \delta_{im}\delta_{jn} + \frac{\nu}{1-\nu} \delta_{ij} \delta_{mn} - \frac{9\mu\Omega}{(6\mu+2H)\sigma_e^2} S_{ij} S_{mn} \right\} \dot{\varepsilon}_{mn}, \quad (2)$$

其中 S_{ij} 为偏应力张量, $\sigma_e = \sqrt{3S_{ij}S_{ij}/2}$ 为等效应力, ν 为 Poisson 比, μ 为剪切模量, H 为塑性切线模量, 按 (1) 式,

$$H = \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon^p} = \frac{\sigma_0}{n\alpha\varepsilon_0} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^{1-n}, \quad (3)$$

其中

$$\Omega = \begin{cases} 1, & \text{在加载面上且 } S_{ij}d\varepsilon_{ij} > 0, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (4)$$

有限元程序基于上述流动理论编制而成。对于扩展裂纹, 基于小变形 J_2 流动理论的有限元结果表明, 裂纹尖端附近的环形区域内应力场可由下列三项解表征^[12]:

$$\frac{\sigma_{ij}(r, \theta)}{\sigma_0} = \left(\frac{J}{\alpha\varepsilon_0\sigma_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n}} \{ \bar{\sigma}_{ij1}(\theta) + k_2(r\sigma_0/J-1) \bar{\sigma}_{ij2}(\theta) \} + Q \hat{\sigma}_{ij1}(\theta), \quad (5)$$

其中 J 为扩展后环绕裂纹尖端(远离裂纹尖端取积分围道)计算的 J 积分值, k_2 和 Q 为待定参数, $\hat{\sigma}_{ij}(\theta)$ 是 HRR 场的角分布函数, $\hat{\sigma}_{ij2}(\theta)$ 和 $\hat{\sigma}_{ij1}(\theta)$ 为待定的角分布函数. k_2 , Q , $\hat{\sigma}_{ij2}(\theta)$ 和 $\hat{\sigma}_{ij1}(\theta)$ 可通过将三项解与有限元解匹配定出. 三项解适用于扩展裂纹尖端附近的环形区域 ($1 < r\sigma_0/J < 6$).

如果定义

$$\sigma_{ij}^* = [\sigma_{ij}/\sigma_0 - Q\hat{\sigma}_{ij1}(\theta)] \left(\frac{J}{\alpha\epsilon_0\sigma_0 I_n r} \right)^{-\frac{1}{1+n}}, \quad (6)$$

则三项解的有效性还可通过比较下列 r 线性表达式与 (6) 式的符合程度予以检验:

$$\sigma_{ij}^* = \tilde{\sigma}_{ij1}(\theta) + k_2(r\sigma_0/J - 1)\tilde{\sigma}_{ij2}(\theta). \quad (7)$$

三项解还可表示为有限元解与 HRR 解之差场的形式

$$(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{\text{diff}} = (\sigma_{ij}/\sigma_0) - (\sigma_{ij}/\sigma_0)_{\text{HRR}} = (\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2} + (\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q, \quad (8)$$

其中

$$(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2} = k_2 \left(\frac{J}{\alpha\epsilon_0\sigma_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{1+n}} (r\sigma_0/J - 1)\tilde{\sigma}_{ij2}(\theta), \quad (9)$$

$$(\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q = Q\hat{\sigma}_{ij1}(\theta) \quad (10)$$

分别为三项解的第二项和第三项.

2 裂纹扩展的仿真模拟

Rousselier 等人^[13]对奥氏体不锈钢进行了实验和分析,测出该材料的力学性能参数以及断裂韧性值和 J - R 阻力曲线. 有关的性能参数为: $\sigma_0 = 128 \text{ Mpa}$, $E = 160\,000 \text{ Mpa}$, $\alpha = 0.0843$, $n = 4.237$, $J_{1c} = 25 \text{ kJ/m}^2$. 对于紧凑拉伸试样,裂纹初始长度 a 与试样宽度 W 的比值为 0.6.

在仿真模拟时所采用的有限元网格如图 1 所示. 图 1(a) 为 CT 试样的总体有限元网格; 图 1(b) 为裂纹扩展前后裂尖附近的网格划分,其中 o 为裂纹扩展前的裂尖位置, o' 为当前的裂尖位置; 图 1(c) 为模拟裂纹连续扩展所要释放的节点约束. 计算时采用自编的平面应变弹塑性有限元程序,程序中采用八节点等参元以及 3×3 的 Gauss 点分布. 该程序已通过严格考核.

文献[13]给出了 J - R 阻力曲线,我们在计算时外载的增量由 J 积分的增量控制. J 积分及

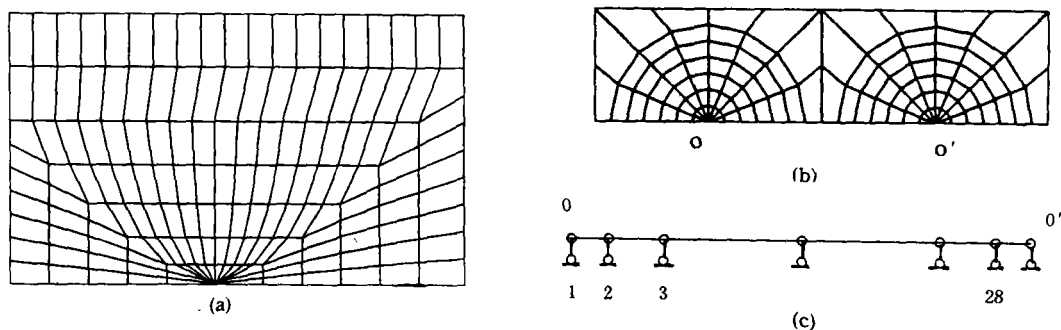


图 1 有限元网格

(a) CT 试样总体有限元网格, (b) 起始和瞬时裂尖网格, (c) 裂纹前方的结点约束

其变化率分别由下列两式计算:

$$J = \int_{\Gamma} \left[\int_{\Gamma} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \right] dy - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} d\Gamma, \quad (11)$$

$$\dot{J} = \int_{\Gamma} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dy - \dot{\sigma}_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} d\Gamma - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x} d\Gamma, \quad (12)$$

其中 Γ 为 J 积分围道, n_j 为围道的外法向矢量, (x, y) 为直角坐标. 仿真模拟的步骤可简述为: 当 J 积分值达到实验测定的临界值 J_{lc} 时, 开始模拟裂纹扩展, 如图 1(c) 所示, 先释放节点 1 的约束, 按 10 步释放, 释放掉该约束后, 裂纹尖端移动到节点 2 处, 此时计算 J 积分值, 随后增加外载, 所加外载的 J 积分增量值应为实验量测的增量值与释放约束引起的增量之差. 完成一个约束的释放和相应的加载过程之后, 进行下一个约束的释放及相应过程, 直到裂纹尖端到达 o' 处.

应该特别强调指出的是 o' 的位置决定了扩展量 Δa 的大小, 对于不同扩展量的情况, 需要从头计算.

为了全面考察裂纹扩展伴随有外载增加情况下三项解的有效性, 我们还计算了中心裂纹试样和弯曲裂纹试样的裂尖场, 在计算时取 $E/\sigma_0 = 300$, $\nu = 0.3$, $\alpha = 1$. 其中对 CCP 试样, $a/W = 0.5$, 当 $n = 3$ 时, $\Delta a/a = 0.2$, 扩展后 $J/(\sigma_0 W) = 0.012$, 扩展前 $J_0/(\sigma_0 W) = 0.0036$; 当 $n = 5$ 时, $\Delta a/a = 0.1$, 扩展后 $J/(\sigma_0 W) = 0.014$, 扩展前 $J_0/(\sigma_0 W) = 0.0039$; 对 BCP 试样, $a/W = 0.5$, $n = 5$, $\Delta a/a = 0.05$, 扩展后 $J/(\sigma_0 W) = 0.0051$, 扩展前 $J_0/(\sigma_0 W) = 0.0024$. CCP 试样和 BCP 试样的外载在裂纹扩展过程中均按线性规律增加, 它们的总体有限元网格见文献[12]的图 1.

3 结果及分析

图 2 给出了奥氏体不锈钢紧凑拉伸试样扩展裂纹尖端前方 ($\theta = 0$) 应力分布的有限元仿真模拟结果和 HRR 解. 图 2(a), (b), (c) 分别对应裂纹在不同扩展量时的应力分布情况. 由图可知, 随着裂纹扩展量的增加, 载荷增加, 即 J 积分值增大, HRR 解与有限元解的偏差也在增大. 两种结果在环形区域 $0.5 < r\sigma_0/J < 2$ 内符合较好. 在裂纹尖端其它方向 (θ 等于其它角度), 也有类似的结论.

图 2(d), (e), (f) 分别对应不同裂纹扩展量和不同载荷时 σ_{ij}^* 的变化规律 (σ_{ij}^* 的定义见 (6) 和 (7) 式), 其中实线和虚线分别对应有限元解 (见 (6) 式) 和三项解 (见 (7) 式). 由图 2 可看出, 三项解是对有限元解的很好近似; 随着裂纹扩展量的增加, 正应力线性拟合的负斜率 ($-k_2$) 在增加, 即三项解中的第二项之值在线性增大.

对于弯曲裂纹试样和中心裂纹试样, 我们也进行了详细的有限元分析, 三项解的有效性得到了进一步体现. 值得指出的是: 弯曲裂纹试样的计算结果与紧凑拉伸试样的结果类似, 即三项解中第二项的大小相对于第三项较重要; 而中心裂纹试样的情形完全相反.

图 3(a) 中给出了 CT 试样扩展裂纹尖端附近应力环向分布的有限元结果. 图 3(b) 中给出了 CCP 试样 $n = 3$ 时扩展裂纹尖端附近应力环向分布的有限元结果. 对比两类试样的计算结果, 由图 3(a) 可知, CT 试样的正应力在整个环向区域均为正值, 而由图 3(b) 知, CCP 试样的 $\sigma_{\theta\theta}$ 在区间 $100^\circ < \theta < 180^\circ$ 内小于零. 可见, CT 试样裂纹在扩展过程中, 裂纹面在裂尖附近趋

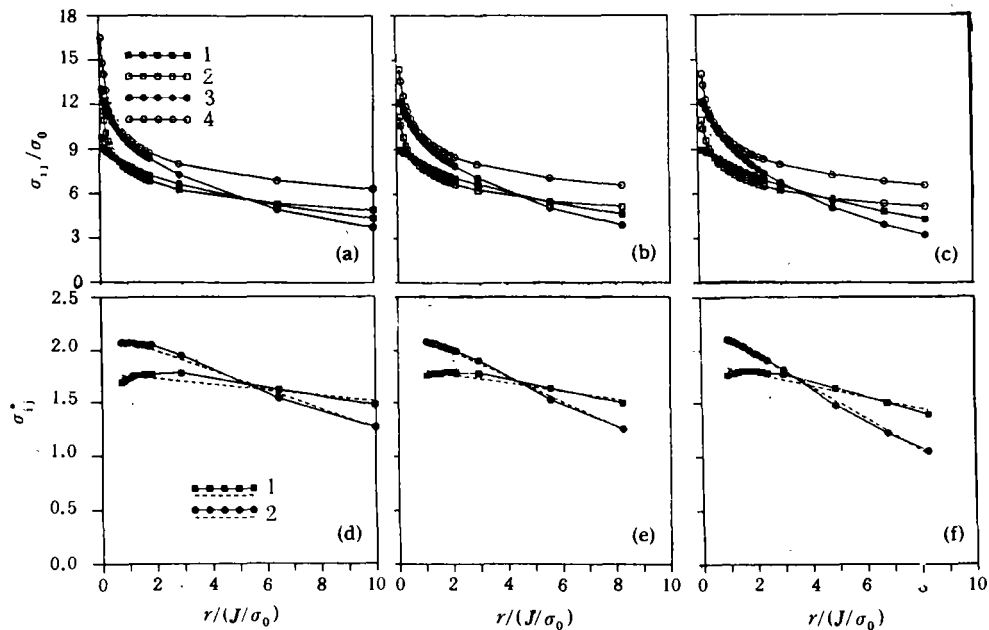


图 2 CT 试样裂纹扩展的有限元模拟解(实线)和三项解(虚线)

(a)–(c) 为不同扩展量的裂纹前方应力场, 1— σ_{rr}/σ_0 (FEM), 2— σ_{rr}/σ_0 (HRR), 3— $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0$ (FEM), 4— $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0$ (HRR); (d)–(f) 为有限元解和三项的比较, $n=4.237$, $\theta=0$; 1— σ_r^* , 2— $\theta\theta$; (a), (d) $\Delta a/a=0.05$, $J=46 \text{ kJ/m}^2$; (b), (e) $\Delta a/a=0.08$, $J=60 \text{ kJ/m}^2$; (c), (f) $\Delta a/a=0.12$, $J=75 \text{ kJ/m}^2$

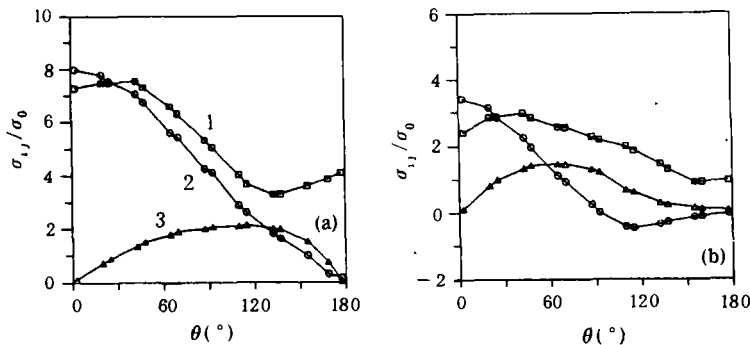


图 3 CT 试样 (a) 和 CCP 试样 (b) 裂尖应力环向分布的比较

(a) $\Delta a/a=0.12$, $J=150 \text{ kJ/m}^2$, $r/(J/\sigma_0)=20$, (b) $n=3$, $\Delta a/a=0.2$, $J/(\sigma_0 w)=0.012$, $r/(J/\sigma_0)=3.2$;
 * 1— σ_{rr}/σ_0 , 2— $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0$, 3— $\sigma_{r,\theta}/\sigma_0$

向闭合。又由图 3(a) 可知, CT 试样裂尖附近的剪应力在 $\theta=120^\circ$ 附近取极大值, 则塑性区沿该方向有较大扩展; 而由图 3(b) 知, CCP 试样的塑性区沿 $\theta=70^\circ$ 方向有较大扩展。这些结论和静止裂纹的情况相似^[9]。

图 4(a),(b) 分别给出了 CCP 试样 $n=3$ 时对应三项解中两个角分布函数的变化规律。从图 4 可知, 在裂纹尖端前方区域 $|\theta| < 30^\circ$ 内, 可将三项解简化为 O'Dowd 和 Shih 形的两项解^[9], 可见, 该情况下裂尖前方扇形区域应力分布为 HRR 场与三轴应力场的复合场。

现在讨论三项解的第二项 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 和第三项 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q$ 在差场中所占的比重。图 5 给出了 $\theta=0$ 时三种试样有限元解与 HRR 解之差场的分布和 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 的分布, 其中 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q$ 为差场解 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{diff}$ 与 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 之差 (见 (8) 式)。由图 5 可知, 对于 CT 试样和 BCP 试样, 在 $r\sigma_0/J=1$ 附近, $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 相对于 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q$ 较小, 在差场中 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q$ 项占优, 随着 $r/(J/\sigma_0)$ 值增加, $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 迅速增大, 当 $r/(J/\sigma_0) > 2$, 在差场中 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 占优。对 CCP 试样, $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_Q$ 始终处于绝对占优的地位。

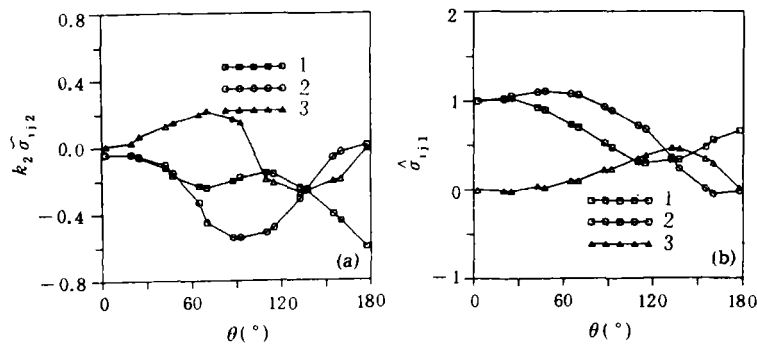


图 4 CCP 试样三项解的第二项 (a) 和第三项 (b) 角分布函数的变化规律
 (a) 1 — $k_2\tilde{\sigma}_{r,r2}$, 2 — $k_2\tilde{\sigma}_{\theta\theta 2}$, 3 — $k_2\tilde{\sigma}_{r,\theta 2}$, (b) 1 — $\hat{\sigma}_{rr1}$, 2 — $\hat{\sigma}_{\theta\theta 1}$, 3 — $\hat{r}_{r\theta 1}$; (a), (b) $n=3$

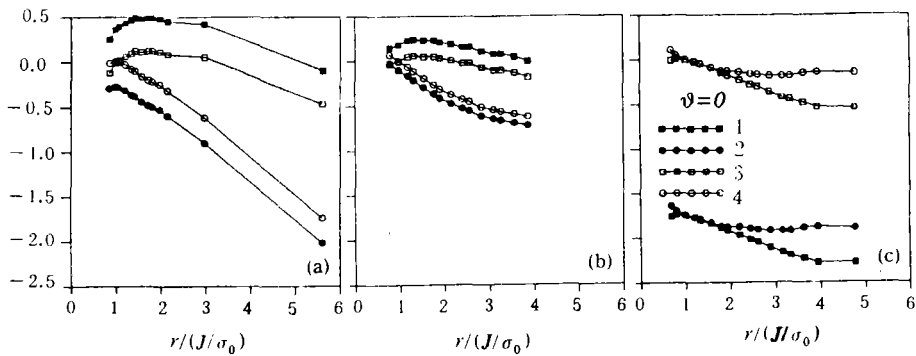


图 5 CT (a), BCP (b) 和 CCP (c) 3 类试样的第二项 $(\sigma_{ij}/\sigma_0)_{k_2}$ 和第三项在差场中所占比重
 (a) 和 (b) 第二项占优, (c) 第三项占优; (a) — (c) 1 — $(\sigma_{rr}/\sigma_0)_{diff}$, 2 — $(\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0)_{diff}$, 3 — $(\sigma_{rr}/\sigma_0)_{k_2}$,
 4 — $(\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0)_{k_2}$; $\theta=0$. (a) $n=4.237$, $\Delta a/a=0.08$, $J=60 \text{ kJ/m}^2$; (b) $n=5$, $\Delta a/a=0.05$, $J(\sigma_0 w)=0.0051$, (c)
 $n=5$, $\Delta a=0.10$, $J(\sigma_0 w)=0.014$

4 结 论

本文通过对紧凑拉伸试样扩展裂纹实验的有限元仿真模拟以及对中心裂纹试样和三点弯

曲试样扩展裂纹的精细有限元计算和分析,从而证实了扩展裂纹尖端附近环形区域内弹塑性场的三参数表征的有效性.此外,还得出如下进一步的结论:

在扩展裂纹尖端附近,因试样几何和类型的不同,存在着不同的双参数主导区.本文的计算结果表明,对紧凑拉伸试样和三点弯曲试样,在裂尖附近存在着 $J-k_2$ 主导区;而对中心裂纹试样,在裂尖附近存在着 $J-Q$ 主导区.在一般情况下,需要由 $J-k_2-Q$ 三参数表征.

参 考 文 献

- [1] Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, 1968, **16**:13.
- [2] Rice, J. R., Rosengren, G. F., *J. Mech. Phys. Solids*, 1968, **16**:1.
- [3] Begley, J. A., Landes, J. D., in *Fracture Toughness*, 1972, ASTM STP514, 1.
- [4] Larsson, S. G., Carlsson, A. J., *J. Mech. Phys. Solids*, 1973, **21**:263.
- [5] Needleman, A., Tvergaard, V., in *Elastic-Plastic Fracture Mechanics*, 1983, ASTM STP803, 80.
- [6] Hutchinson, J. W., *J. Appl. Mech.*, 1983, **50**:1042.
- [7] 黄克智,力学与实践,1993, **15**(1):1.
- [8] Li, Y. C., Wang, T. C., *Scientia Sinica (Series A)*, 1986, **29**:941.
- [9] O'Dowd, N. P., Shih, C. F., *J. Mech. Phys. Solids*, 1991, **39**:989.
- [10] Betegon, C., Hancock, J. W., *J. Appl. Mech.*, 1991, **58**:104.
- [11] Xia, L., Wang, T. C., Shin, C. F., *J. Mech. Phys. Solids*, 1993, **41**:665.
- [12] 魏悦广、王自强,力学学报,1994, **26**(1):39.
- [13] Rousselier, G., Devesa, G., Bethmont, M., ICF7, 1989, **1**:249.