

微裂纹串级连接及临界破坏*

卢春生 白以龙 凌中 夏蒙禁 柯孚久

(中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放实验室)

提 要

对一铝合金材料层裂过程的实验研究发现,当损伤累积到一定程度时,受损材料的残余强度突然丧失,表现出临界破坏现象。层裂表面具有分形特征,其分形断面的形成归因于大量微裂纹的串级连接。据此提出了一重正化群弱面模型,并对损伤演化后期的临界破坏现象进行了初步的分析和探讨。

关键词:层裂,微裂纹串级连接,分形,临界破坏,重正化群。

0 引言

在冲击载荷作用下,材料的损伤破坏是一极其复杂的非线性演化过程,涉及到大量微裂纹的成核、扩展和连接^[1]。微裂纹的数密度约为 $10^2 \sim 10^3 / \text{mm}^2$ 。对于大量微裂纹在损伤演化过程中的群体效应,特别是演化后期的损伤局部化造成的破坏一直是人们最为关心的问题之一。1986年,沈乐天等设计了一组实验,较为系统地研究了一种铝合金材料的层裂损伤演化过程^[2]。首先,将平板撞击后的受损靶板剖分成两半。然后,用其一半进行微观统计观测,并且将损伤程度定义为

$$P = \frac{l}{L} \quad (1)$$

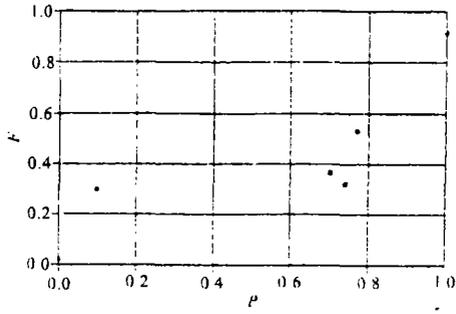
式中: $l = \sum c_i$ 表示微裂纹的累积长度; L 为试样的剖面长度。同时,将另一半做成小的拉伸试样,测定其残余强度,这里,将损伤函数定义为

$$F = 1 - \frac{\sigma_r}{\sigma_b} \quad (2)$$

式中: σ_b , σ_r 分别为材料的拉伸强度和残余强度。实验结果发现,当损伤累积到一定程度时($P \approx 0.7$),受损材料的残余强度迅速丧失,表现为一种临界破坏现象(图1)。本文结合对

本文收到日期:1994年6月27日

* 攀登计划《非线性科学》和国家自然科学基金资助项目。



层裂表面的形貌观测，提出了一重正化群弱面模型，并对实验中发现的临界破坏现象进行了初步的理论分析。

1 层裂表面的分形特征

近几年来，越来越多的实验结果表明，断口形貌具有分形特征^[3, 4]。从分形几何学的观点来看，在一定的尺度范围内，断口形貌局部放大后应与整体具有某种统计自相似性。为

图1 宏观损伤函数与微观统计损伤的实验结果^[2]

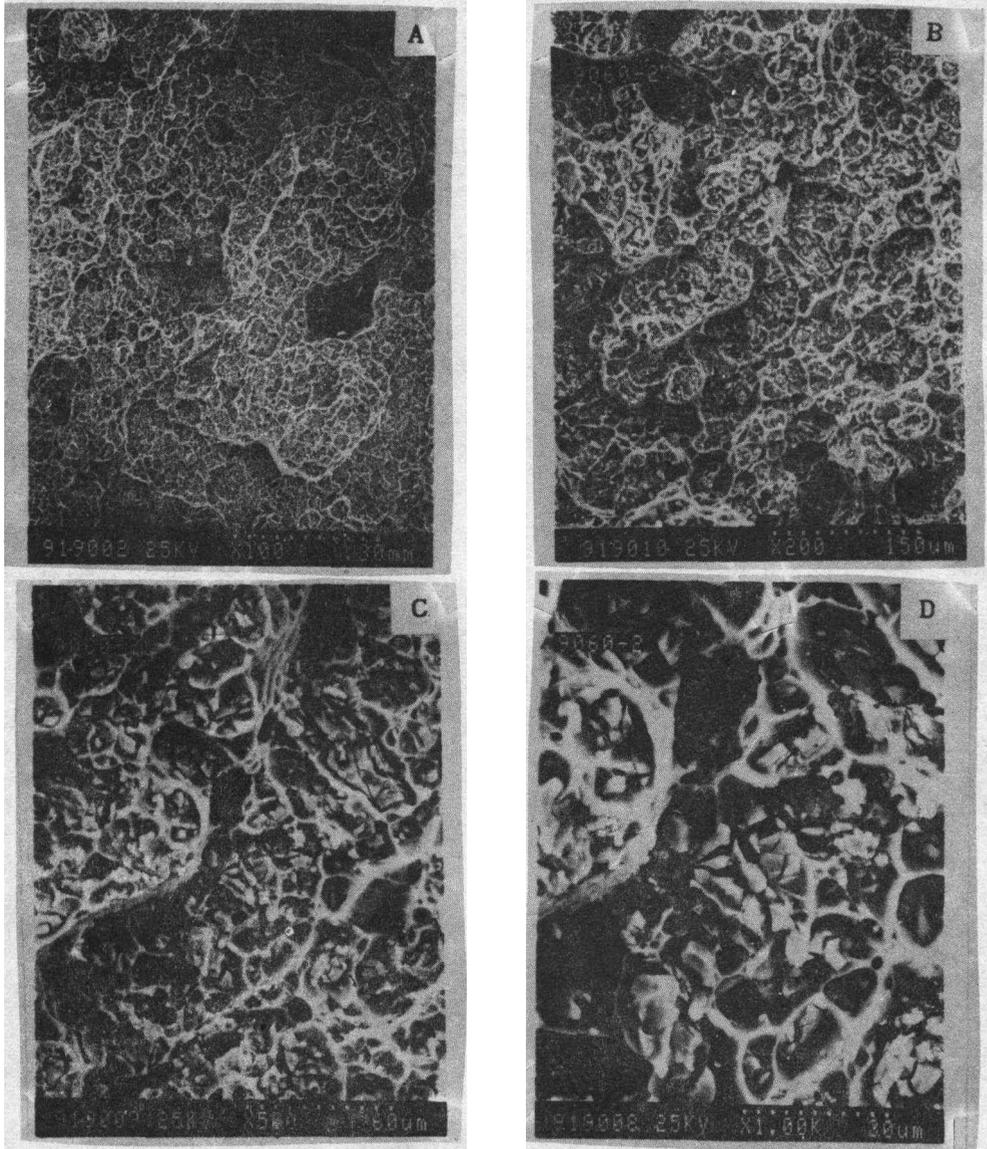


图2 不同的放大倍数下的层裂表面形貌

此,我们在层裂表面上任选一点,逐渐增大观察倍数,发现大约在 $10\sim 1000\mu\text{m}$ 的尺度范围内,层裂表面具有相似的网络状图案(图2)。为了证实这一直观观察,我们进一步对不同载荷幅值或脉宽下的层裂剖面线做了定量测量和分析。

对一具有分形特征的曲线,有

$$L(r) = N(r)r = r\left(\frac{R}{r}\right)^D \quad (3)$$

式中: r 为测量码尺; R 为待测曲线的特征尺度(如两端点间的直线距离); $N(r)$, $L(r)$ 分别为相应的测量次数和测量长度; D 为该分形曲线的分维。

图3给出了一典型的层裂剖面形貌及其分维计算结果。不难看出,约在 $10\sim 1000\mu\text{m}$ 的尺度范围内,数据点 (N_i, r_i) 具有很好的线性关系。对此进行线性回归拟合,其分维值 $D=1.09\pm 0.01$ 。对7个取自不同试样的剖面线的分析结果发现,分维值相当稳定,但存在分形特征的尺度范围略有变化,这和上述的直观观察一致。由此可见,层裂表面的分维 $D > 2.09 \pm 0.01$ ^[5]。

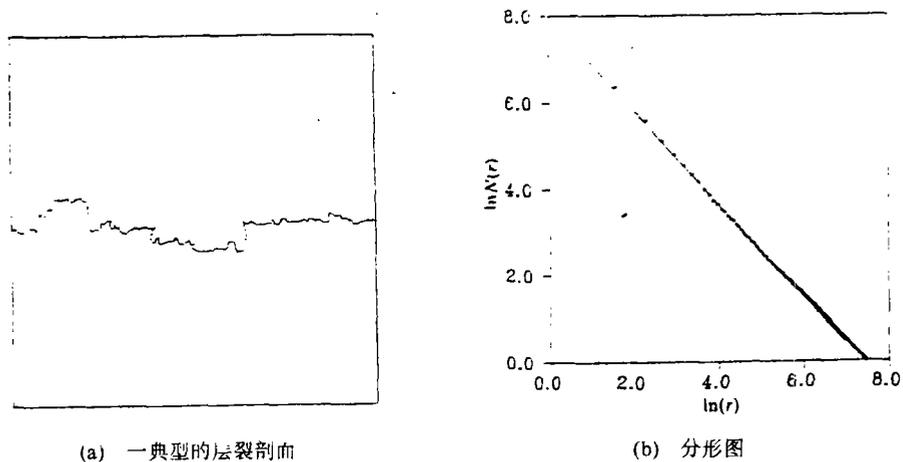


图3

进一步对铝合金材料内部微结构(二相、晶粒)尺度分布的统计观测表明,存在分形特征的尺度范围远大于微结构的尺度分布。由此可以推断,层裂分形断面的形成与损伤演化过程,即微裂纹连接过程密切相关^[6]。

2 微裂纹连接机理

铝合金材料损伤演化过程的实验研究表明,成核于二相粒子中的微裂纹垂直于拉应力且大致平行分布,位于不同平面内的微裂纹相互连接最终形成台阶状不规则的分形断面(图4)。

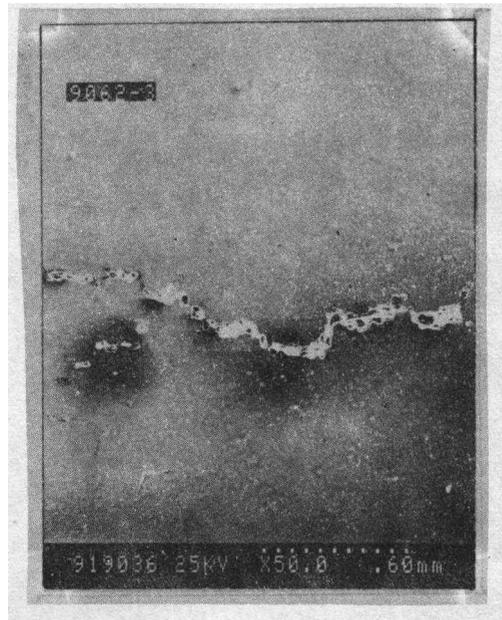
层裂表面分形特征的发现说明,微裂纹连接过程具有标度不变性,也就是说,连接过程具有一定的嵌套层次。图5给出了这一串级连接过程的示意图。假设发生各种角度的连接在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是均匀分布的,则最终形成的剖面线的分维^[6]

$$D = \frac{\ln(2 + L_c / 2)}{\ln(2 + L_c / \pi)} \quad (4)$$

式中: $L_c = d / c$ 为临界连接条件。

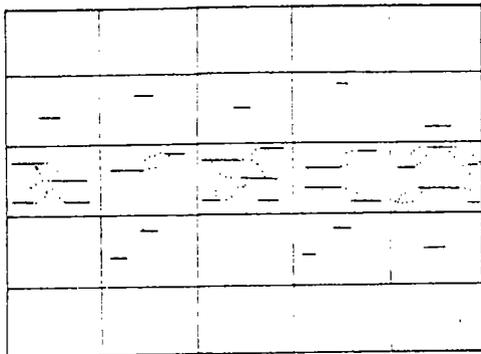


(a) 微裂纹成核

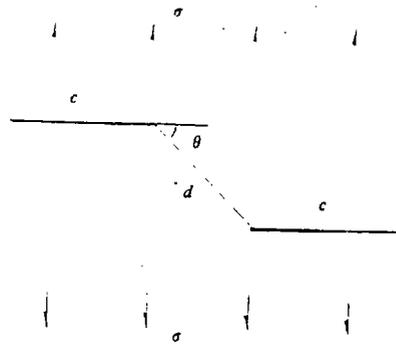


(b) 连接

图 4



(a)



(b)

图 5 微裂纹连接过程示意图

在文献[7, 8]中, 我们对连接过程进行了简单的力学分析。对于铝合金材料层裂, 临界连接条件 $L_c \approx 1$ 。代入上式有

$$D = \frac{\ln(2 + 1/2)}{\ln(2 + 1/\pi)} = 1.09 \quad (5)$$

与实测结果相当。

这里, 具有分形特征的层裂表面的形成在某种意义上预示着层裂破坏应具有某种临界现象的特征。由此可见, 微裂纹的串级连接导致了层裂后期的临界破坏。

3 重正化群弱面模型

重正化群理论已经成为处理临界现象强有力的工具, 其基本思想是通过改变粗视化程度来定量地获得物理量的变化。将岩石破碎看作为一临界现象, Turcotte 提出了描述岩石破碎的重正化群模型, 并且研究了分维与破碎过程的关系^[9]。

采用相似的观点, 下面我们利用重正化群理论分析层裂临界破坏现象。这里, 考虑到层裂过程的受力特点, 只有当在垂直于拉应力的方向上形成一破坏面, 即弱面, 相应的元胞破坏。图 6 给出了一典型的构形所对应的两种不同的状态。这里, 以一由 8 个正方体单元组成的元胞为例, 其标度因子 $r=2$ 。通过简单的分析可知, 该元胞共有 $2^8=256$ 种状态, 而其中仅有 22 种拓扑不变的构形。

根据上述的弱面模型, 重正化变换后相应的元胞破坏情况如表 1 所示。假设破坏前后单元和元胞的破坏概率分别为 P_n 和 P_{n+1} , 由表 1 有^[10]

$$P_{n+1} = 16P_n^4(1-P_n)^4 + 32P_n^5(1-P_n)^3 + 24P_n^6(1-P_n)^2 + 8P_n^7(1-P_n) + P_n^8 \quad (6)$$

表 1 重正化群弱面模型分析结果

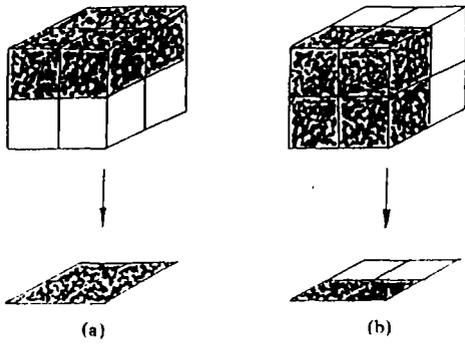
单元破坏数	0	1	2	3	4	5	6	7	8
构形数	1	1	3	3	6	3	3	1	1
总状态数	1	8	28	56	70	56	28	8	1
元胞破坏数	0	0	0	0	16	32	24	8	1

这里, 我们关心的是经过重正化群变换后的临界值, 即不稳定不动点 P_c 。在方程 (6) 中, 令 $P_{n+1}=P_n=P_c$, 即可求得 $P_c \approx 0.72$ (图 7)。

同样, 可以估算出分维

$$D = \frac{\ln \langle N \rangle}{\ln 2} = \frac{\ln 8P_c}{\ln 2} = 2.53 \quad (7)$$

应该指出, 尽管由重正化群弱面模型计算出的临界值与实验结果十分接近, 但两者在具体定义上是有明显差别的。此外, 由模型计算出的分维并不直接对应层裂表面的分维。特别是这里, 如何在模型中考虑层裂过程的非平衡效应, 还有待于进一步研究^[8]。但在定性方面, 重正化群理论提供了一种研究临界破坏现象的可能途径。



(a) 相应的元胞破坏 (b) 相应的元胞完整

图6 弱面模型

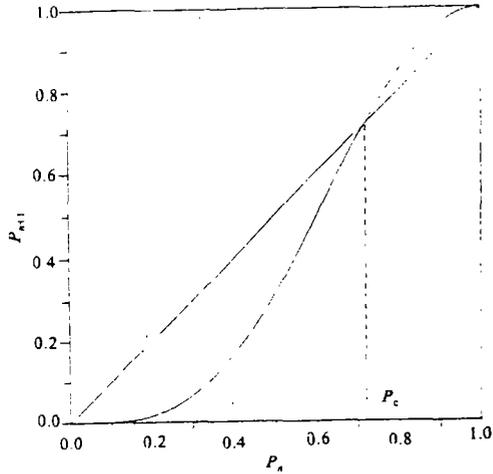


图7 重正化群变换的流向图

4 结语

本文的实验研究和理论分析结果表明，层裂表面的分形特征及损伤后期的临界破坏现象是由大量微裂纹串级连接引起的，并且这一连接过程具有统计意义下的标度不变性。这一结果证实，将分形、重正化群概念引入断裂研究可能有助于我们对复杂的损伤演化过程的内在机理的认识。

参 考 文 献

- [1] Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic failure of solids. *Phys Rep*, 1987, 147: 253~388
- [2] Shen Letian, Bai Yilong, Zhao Shida. Experimental study of spall damage in an aluminium alloy. *Proc of the Int Symp On Intense Dynamic Loading*. Beijing: Science Press, 1986, 753~758
- [3] Mandelbrot B B, Passoja D E, Paullay A J. Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature*, 1984, 308: 721~722
- [4] 卢春生, 白以龙. 材料损伤断裂中的分形行为. *力学进展*, 1990, 20: 468~477
- [5] 白以龙, 夏蒙芬, 柯孚久, 郭文海, 凌中. 无序细观结构在体积中与截面上尺度分布函数之间的关系的统计诠释. *物理学报*, 1993, 43: 351~359
- [6] 卢春生, 韩闻生, 白以龙, 夏蒙芬, 柯孚久. 层裂分形机理及分维和连接阈值的认识. *力学学报*, 待发表
- [7] Bai Yilong, Xia Mengfen, Ke Fujiu, Lu Chunsheng, Ling Zhong. Analysis and simulation of evolution induced catastrophe. *Chin Phys Lett*, 1993, 10: 155~158
- [8] Bai Yilong, Lu Chunsheng, Ke Fujiu, Xia Mengfen. Evolution induced catastrophe. *Phys Lett A*, 1994, 185: 196~200
- [9] Turcotte D L. Fractals and fragmentation. *J Geophys Res*, 1986, 91: 1921~1926
- [10] 卢春生. 层裂表面的分形特征及临界破坏的计算机模拟: [学位论文]. 北京: 中国科学院力学研究所, 1992

CASCADE COALESCENCE OF MICROCRACKS AND CRITICAL FAILURE

Lu Chunsheng Bai Yilong Ling Zhong Xia Mengfen Ke Fujiu

(Laboratory for Nonlinear Mechanics of Continuous Media,
Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

—Abstract—

Experimental tests on an aluminium alloy reveal that the residual strength of the alloy, subjected to planar impact, shows a critical transition to complete failure at a certain level of accumulative damage. Microscopic observations and fractography of the spalled surface unveil fractal feature in a certain range of length scale. It shows that critical failure in spallation results from a cascade of coalescence of microcracks. In view of this fact, a renormalization group model of weak surfaces in combination with mechanical analysis is used to understand the physical mechanism underlying the coalescence of microcracks to critical failure of the material.

Keywords: Spallation, Cascade coalescence of microcracks, Fractal, Critical failure, Renormalization group.