

一种铝合金层裂破坏的分形  
形貌与微结构的相关性0347.3  
TG146.21

凌中 白以龙

(中国科学院力学研究所 LNM 开放研究实验室 北京 100080)

**摘要** 针对高速冲击下材料的层裂破坏,用盒子计数法和码尺法计算了一种铝合金的层裂剖面的分形维。结合层裂破坏形貌的微观观测讨论了分形标度区范围。测定了材料的微结构分布,对材料中的二相粒子尺寸,晶粒尺寸以及相邻的二相粒子间距的分布,层裂破坏形貌展示的自相似范围和计算分形维数时的标度区范围进行比较,发现相邻的二相粒子间距的分布范围和层裂破坏形貌的自相似范围以及分形维的标度区范围是相当的。

**关键词** 层裂破坏形貌 分形 微结构 损伤演化

铝合金

高速冲击

层裂是高速撞击时材料的一种破坏形式。这是由于压应力脉冲在材料自由面反射形成拉应力,从而造成材料内部分离。实验表明,层裂是材料内部大量微损伤(微裂纹、微孔洞)在极短的时间内经历了成核、长大、连接这一演化过程的最终结果<sup>[1]</sup>。层裂破坏形貌是该演化过程终态的几何表征。定量描述其破坏形貌是理解层裂损伤演化过程的途径之一,近年发展的分形几何学为之提供了颇具吸引力的方法<sup>[2]</sup>。

分形几何学的创始人 Mandelbrot 首先研究了材料的断口形貌<sup>[3]</sup>。近几年在确定材料断口的分数维,寻求分数维与材料宏观、微观力学性能之间的关系等方面涌现了大量的工作<sup>[4,5,6]</sup>。一个值得注意的基本问题是,材料断口形貌这样的分形结构究竟是怎样与材料损伤演化直至破坏的全过程联系在一起的呢?与之相关的另一问题是如何无歧义地确定其分数维。

本文针对材料的层裂破坏,用盒子法和码尺法计算了一种铝合金材料层裂剖面的维数,并结合层裂面形貌的微观观测讨论了分形标度区范围。最后讨论了材料的微结构与损伤演化过程以及分形标度区的关系。

## 1 实验与观测结果

### 1.1 材料及实验数据

层裂实验材料是一种铝合金轧制板材。在板面上,晶粒分布是等轴的,即在板面上沿任一方向晶粒尺寸相当。图1表明在板面上过任一定点的单位射线上的晶粒数与该射线转角 $\theta$ 无关。图2是板材侧面(厚度)晶粒分布形式,其中深色的块状是第二相粒子,基体是

\* 本工作由国家自然科学基金部分资助。

1993年1月30日收到原稿,8月28日收到修改稿。

铝。该铝合金材料的力学、物理性能由表1给出。

平面撞击实验是在101毫米口径轻气炮上进行的<sup>[7-9]</sup>。本文采用的一维应变层裂样品的实验数据见表2。

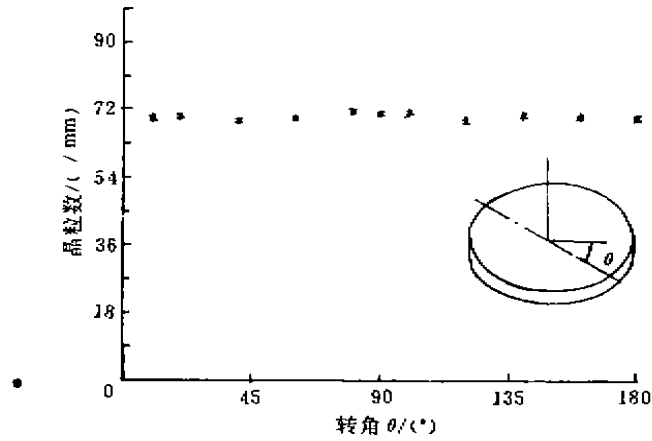


图1 铝合金板面上穿过单位射线上的晶粒数与单位射线转角 $\theta$ 的关系

Fig. 1 Relation between the number of grains on a line and the orientation of the line  $\theta$  of an Al alloy plate

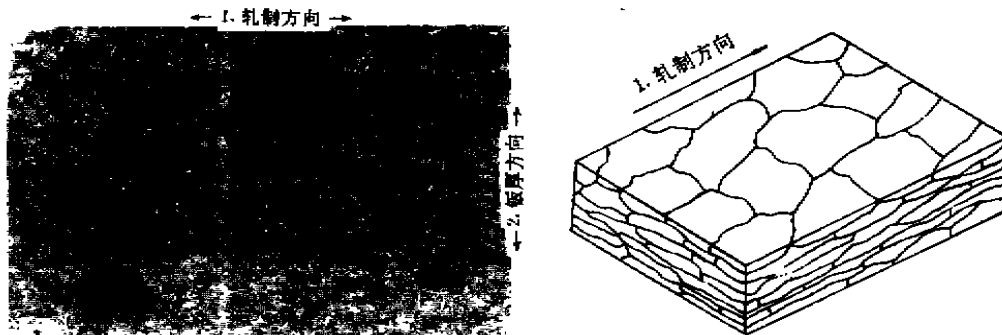


图2 铝合金板侧面上晶粒形式,其中深色块状为第二相粒子

Fig. 2 Grain configuration on a sectional surface, dark areas show second phase particles

1. Rolling direction, 2. Vertical to plate

表1

Table 1

材料	密度 $\rho_0/(g/cm^3)$	拉伸屈服强度 $\sigma_s/(MPa)$	拉伸破坏强度 $\sigma_b/(MPa)$	弹性模量 $E/(GPa)$	弹性声速 $c/(m/s)$
L147 铝	2.83	333	449	81	$5.8 \cdot 10^3$

表 2

Table 2

炮 号	撞击速度 $v_p/(m/s)$	最大拉应力 $\sigma_m/(MPa)$	拉应力持续时间 $\Delta T/(\mu s)$
90602	$0.37 \cdot 10^3$	$3.27 \cdot 10^2$	0.68
90603	$0.37 \cdot 10^3$	$3.27 \cdot 10^2$	0.53
90604	$0.37 \cdot 10^3$	$3.27 \cdot 10^2$	0.71

## 1.2 层裂面形貌观测

由层裂样品的宏观观测可知,层裂发生在与加载方向正交,与试件自由面几乎平行的

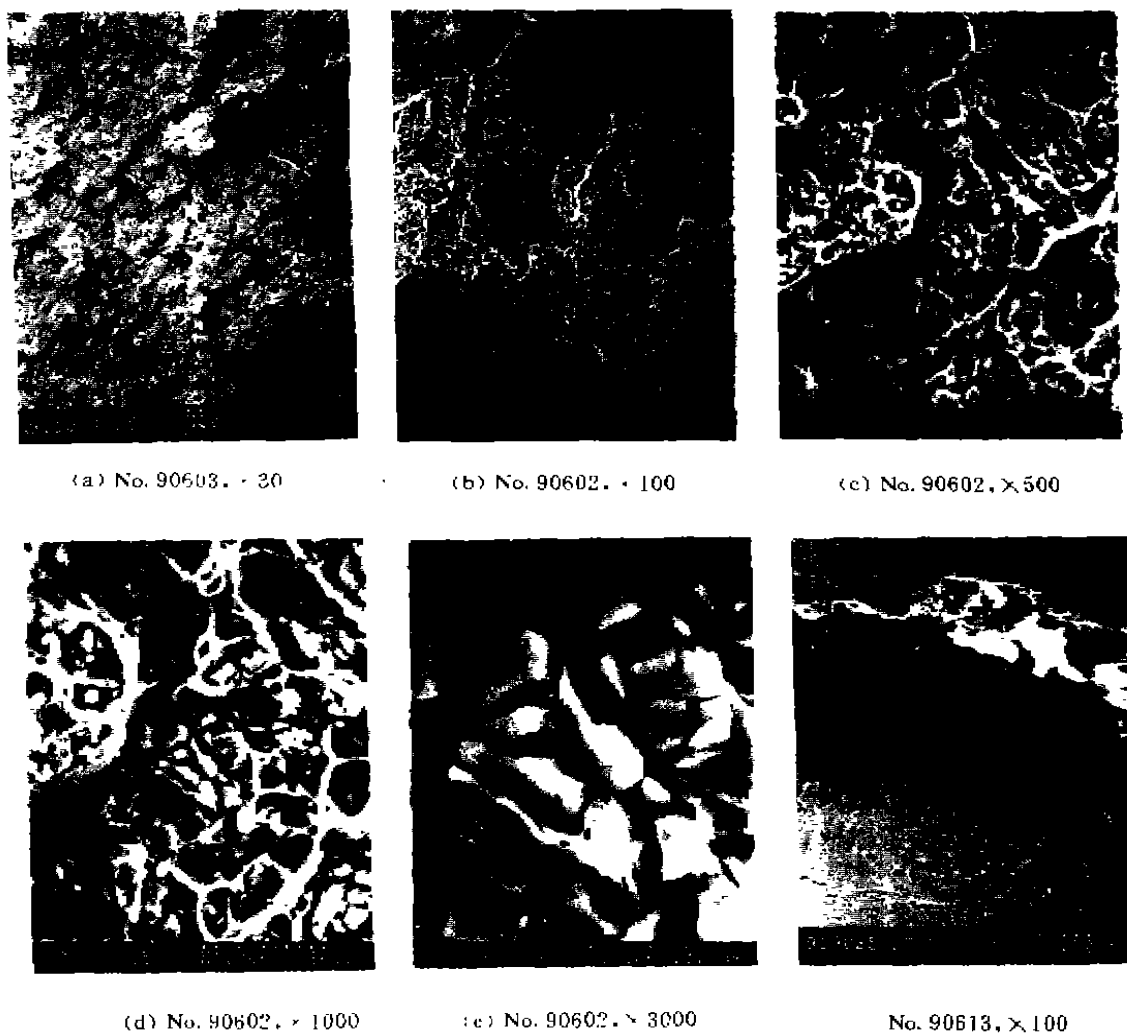


图 3 不同放大倍数下观察到的铝合金层裂面形貌

Fig. 3 Fractography of spalled surfaces with different magnifications

图 4 层裂剖面形貌

Fig. 4 Fractography of spalled profile

位置。层裂面粗糙,无亮点。采用 S570 扫描电镜对层裂面内某点进行不同放大倍数的微观观测(图 3a~3e),发现在某一放大倍数范围内,层裂形貌呈现出白色网状图案(见图 3b~3d)。在低倍照片(图 3a)和较高倍的照片中(图 3e),这种重复性网状图案消失。这意味着,在这一观测尺度范围内(约 10~300 $\mu\text{m}$ ),层裂形貌具有统计自相似性。类似现象也可在层裂剖面观测到。图 4 是层裂剖面的照片,作为层裂面形貌的部分反映,在一定的尺度范围内,层裂剖面边缘呈现出复杂的曲线状图案。

## 2 层裂剖面的分数维与计算

由层裂面及其剖面的微观观察知,层裂面形貌具有统计意义下的自相似性。在此我们将用分数维对其进行定量描述。

### 2.1 分数维定义与计算

分数维定义简单叙述为<sup>[9]</sup>:设有一复杂的形体或结构,用尺寸为  $r$  的  $d$  维球复盖该结构。若用来复盖的球的最少个数是  $N(r)$ ,则该结构的维数定义为:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \left( - \frac{\ln N(r)}{\ln r} \right) \quad (1)$$

通常表示为:

$$N(r) \sim r^{-D} \quad (2)$$

若是分形曲线,则该曲线的长度  $l$  可表成:

$$l = N(r)r \sim r^{1-D} \quad (3)$$

$D$  为维数,注意到在数学定义中要求  $r \rightarrow 0$ 。

实际计算分形结构或图形的分数维时,一般根据上述定义,改变粗视化程度直接测量分形图形以得到  $N(r)$  与  $r$  的关系。这类方法的基本点是用线段、正方形或圆、立方体或球等具有特征长度的图形去近似测量分形图形<sup>[10]</sup>。

盒子计数法是一种标准算法。假设已将分形图形置于一单位正方形内,对该正方形剖分  $k$  次后即得到边长为  $2^{-k}$  的  $2^{2k}$  个小正方形。若其中有  $N$  个小正方形含有分形图形。

$$N(r) \sim r^{-D} \quad (4)$$

其中,  $r = 2^{-k}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ 。实际测量时,上式在  $r$  的某个范围内成立,具体计算时还须讨论其标度区范围。

若分形图形是曲线类,还可采用码尺法,即沿分形曲线,用半径为  $r$  的圆复盖该曲线。在半径  $r$  有限时,近似地有:

$$l \sim r^{1-D} \quad (5)$$

$l$  为分形曲线长<sup>[9]</sup>。

盒子计数法与码尺法相比,前者使用范围广,可用于各类分形结构,如河流等分叉型结构,码尺法适合于象海岸线这样的分形曲线。同一分形曲线,由这两种算法得到的结果应该是可以比较的。

## 2.2 计算结果与分析

### 2.2.1 数据准备

考虑到材料板面上晶粒分布是等轴的(图 1),层裂样品是由一维应变层裂实验获得

的,则过该层裂样品中心的任一层裂剖面形貌能反映出层裂面形貌特征<sup>[9]</sup>。本节有关数据和分数维计算是对层裂剖面进行的。

层裂剖面边缘是一曲线结构。采用 Q520 图像分析仪在足够高的放大倍数下沿该曲线测取点集  $\{x_i, y_i\}$ , 要求点集  $\{x_i, y_i\}$  能充分反映其曲线特征。采集点测量间距  $2.5\mu\text{m}$ ; 总点数  $1200\sim 1500$  点; 采集点区长度  $1.5\sim 1.8\text{mm}$ , 计算时该区长度归一化。

用码尺法计算时,若码尺的末端不落在上述点集内,那么以最近邻的点集点作为末端落点和下一步码尺度量的起点。

### 2.2.2 结果与分析

图 5 是计算层裂样品 90602 层裂剖面分数维时得到的  $\log N(r) \sim \log r$  关系。其中“□”是盒子计算法的结果,“○”是用码尺法计算的。应注意,在小尺度时,如果正方形或圆只含有少数的点,那么继续细分正方形或缩小圆半径将不再得到新的信息。同样尺度很大,正方形或圆已含有点集中大部分点,则继续放大正方形或圆半径亦是无意义的。

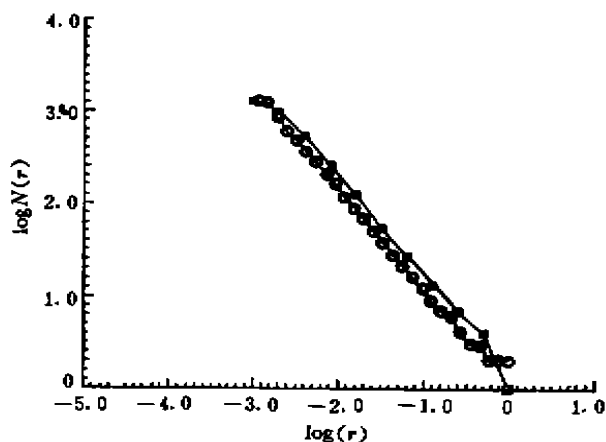


图 5 层裂样品(No. 90602)的  $\log N(r) \sim \log r$  关系示意图

其中“□”和“○”分别是盒子计数法和码尺法计算的

Fig. 5  $\log N(r)$  vs  $\log r$  for the spalled sample (No. 90602), in which □ and ○ represent the results obtained in terms of box counting and stick method respectively

由图 5 给出的  $\log N(r) \sim \log r$  关系知,其线性范围是  $10^{-2.4} \sim 10^{-0.9}$ ,这是计算标度区范围。实际标度区范围为  $a_i (10^{-2.4} \sim 10^{-0.9})$ ,  $a_i$  是第  $i$  样品采集区长度,实际线性范围  $10 \sim 300\mu\text{m}$ 。

表 3 是用两种算法计算的三层裂样品(90602, 90603, 90604)层裂剖面分数维值。结果表明,同一线性范围内,用两种方法计算的同一样品的维数值是可以比较的。三样品相比,样品 602 和样品 603 的维数值较接近,样品 604 的略大于前二样品。由于层裂样品数目少,其分数维与拉应力作用时间的关系无法预测。

此外,关于线性范围的确定,还可配合层裂破坏形貌的微观观测来进行。注意到层裂

面破坏形貌在观测尺度范围( $10\sim 300\mu\text{m}$ )内呈现重复性图案这一现象,容易判断, $\log N(r)\sim \log r$ 关系中的线性范围是与微观观测的尺度范围相当的。在该尺度范围以外,层裂破坏形貌呈现的图案消失(如图 3a, 3e),而图 5 中的  $\log N(r)\sim \log r$  的线性趋势极不稳定,尤其是在  $r$  很小或很大时(相对来看),已含有测量精度和边界的影响,无法得到准确的描述。

表 3  
Table 3

样品No	计算维数值	$D_0$ (盒子计数法)	$D_0$ (码尺法)
No. 90602		$1.07\pm 0.010$	$1.08\pm 0.006$
No. 90603		$1.06\pm 0.008$	$1.07\pm 0.010$
No. 90604		$1.11\pm 0.015$	$1.11\pm 0.012$
标度区范围 <sup>a)</sup>		$a_i(10^{-2.4}\sim 10^{-0.2})$	$a_i(10^{-2.4}\sim 10^{-0.2})$

a)  $a_{902}=1.86\text{mm}$ ,  $a_{903}=1.76\text{mm}$ ,  $a_{904}=1.56\text{mm}$ 。

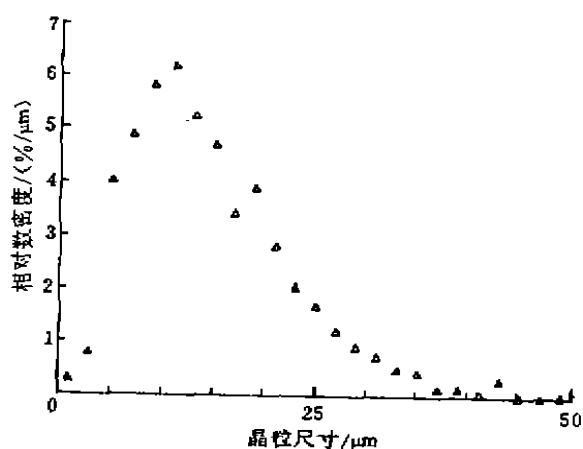
### 2.3 微结构与分形

层裂破坏形貌的复杂性可以用一标度区范围内的分数维数来定量刻划。但为什么具有这种分形特征,与什么因素有关,还应从其物理背景及形成分形结构的物理过程来探讨。

图 6 是铝合金材料钣面上晶粒尺寸,二相粒子尺寸以及相邻的二相粒子间距的分布。其中,相邻二相粒子间距是这样测取的:在钣面上测取一窄细长条面积内的二相粒子位置分布,以相邻二相粒子间距在沿窄条长条方向的投影作为其真实间距的估计。当窄条的宽度与二相粒子尺寸相当时,这种测取结果是相邻二相粒子间距的一种反映。

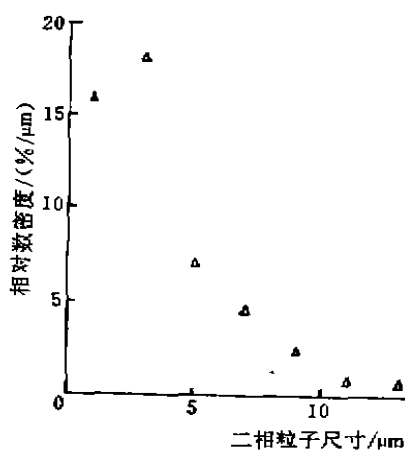
从材料的微结构分布范围来看,二相粒子尺寸一般集中在  $2\sim 4\mu\text{m}$ ,最大的二相粒子尺寸不超过  $20\mu\text{m}$ ;晶粒尺寸集中在  $10\sim 12\mu\text{m}$ ,最大的晶粒尺寸约  $50\mu\text{m}$ ;二相粒子间距分布范围  $10\sim 400\mu\text{m}$ ,集中分布在  $10\mu\text{m}$  左右。根据这些分布趋势,是否可以在层裂破坏形貌的分形特征、标度区范围以及材料的微结构分布之间找到某种内在联系?

从已进行的关于铝合金层裂微损伤演化规律的研究知道<sup>[11]</sup>,层裂损伤是以微裂纹形式在二相粒子内成核。这些微裂纹相互平行,与加载方向几乎正交,其尺寸分布与二相粒子的相同。一般说来,初始成核的微裂纹尺寸集中在  $2\sim 4\mu\text{m}$ 。由于测量精度限制,不能确定这一尺寸范围的裂纹是否具有分形特征。随着损伤演化,这些微裂纹经历长大、连接。由于相邻二相粒子间距集中在  $10\mu\text{m}$  左右(图 6),那么由相邻二相粒子内的微裂纹经过长大而连接的这部分裂纹的尺寸大约为  $10\mu\text{m}$ ,这正好与分形标度区的下界相当。可以想象,材料的完全层裂是由若千的这种基本裂纹经长大而再连接起来的。实际得到的分形标度区的上界为  $300\sim 400\mu\text{m}$ ,对应于  $20\sim 40$  个这种裂纹的尺寸和相邻二相粒子间距的上界。由此看来,层裂形貌的分形特征可能与相邻二相粒子的间距关系较密切。与其相应的一个基本问题是:当更多的分形裂纹连接,在大尺度上是否还能呈现分形特征?或者说,能够呈现分形特征的最大尺寸究竟是多少? 这问题的解决可望由计算机模拟来实现<sup>[12,13]</sup>。



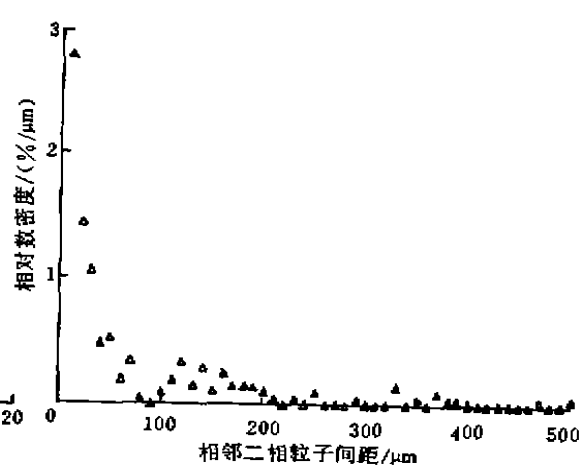
(a) 晶粒尺寸分布

(a) Grain size



(b) 二相粒子尺寸分布

(b) Second phase particle size



(c) 相邻二相粒子间距分布

(c) Distance between neighboring second phase particles

图6 铝合金板面上微结构分布

Fig. 6 Micro-structural distributions on a surface of Al alloy plate

### 3 讨论

本文主要研究分析以下几个问题。

1. 通过对一种铝合金材料的层裂破坏形貌以及其呈现出统计自相似图案的观测尺度范围和计算分数维时所展示的线性范围的分析,认为这种材料的层裂破坏形貌是一分形,其分形标度区是  $10 \sim 300 \mu\text{m}$ 。

2. 在确定分形标度区后,用盒子计数法和码尺法计算同一层裂样品的层裂剖面形貌的分数维值是可以比较的;三个层裂样品的层裂剖面的维数分别为:No. 90602,  $D=1.08$ ;

No. 90603,  $D=1.07$ ; No. 90604,  $D=1.11$ ; 其标度区范围是  $10\sim 300\mu\text{m}$ 。

3. 考察这种铝合金材料的微结构分布,发现相邻二相粒子的间距分布范围与分形标度区范围相当。这是否意味着两者之间存在必然的联系还有待于深入的研究。

4. 分析了材料微结构分布,分形标度区和层裂微损伤演化过程中相关的尺寸因素之间的关系,发现分形标度区的下界与损伤演化过程中相邻的两条初始成核的微裂纹之间经长大而连接的那部分裂纹尺寸对应。

#### 参 考 文 献

- 1 Curran D R, Seaman L, Shockey D A. *Physics Reports*, 1987, 147(5, 6): 253~388
- 2 Mandelbrot B B. *The Fractal Geometry Of Nature*. New York: Freeman, 1982
- 3 Mandelbrot B B, Passoja D E, Paullay A J. *Nature*, 1984, 308(5961): 721~722
- 4 Lung C W, Mu Z Q. *Physical Review B*, 1988, 38(16): 11781~11784
- 5 Bouchaud E, Lapasset G, Planes J. *Europhys Letter*, 1990, 13(1): 73~79
- 6 卢春生, 白以龙. *力学进展*, 1990, 20(4): 468~477
- 7 Shen Letian, Bai Yilong, Zhao Shida. *Proc Int Symposium on Intense Dynamics Loading and Its Effects*, 1986 Beijing, 753~758
- 8 Zhao Shida, Ling Zhong, Shen Letian, Chen Souxia, Bai Yilong. *Shock Compression of Condensed Matter*. In: Schmidt, Dick R D, Forhes J W, Tasker D G. (eds). USA, Elsevier Science Publishers B V, 1992. 523~526
- 9 高安秀树, 沈步明, 常子文译. *分数维*. 北京: 地震出版社, 1989, 1~190
- 10 赵凯华, 朱照宣, 黄 煦. *非线性物理学导论(讲义)*, 北京, 1992. 8
- 11 Bai Yilong, Ling Zhong, Luo Limin, Ke Fujin. *J Applied Mechanics*, *Transaction Of ASME*, 1992, 59(3): 622~627
- 12 Ball R, Witten T A. *Physics Review A*, 1984, 29(5): 2966~2967
- 13 Lee J, Stanley H E. *Physics Review Letter*, 1988, 61(26): 2945~2948

## STUDY ON THE RELATION BETWEEN FRACTAL FEATURES OF SPALLING SURFACE AND MICROSTRUCTURES OF AN AL-ALLOY

Ling Zhong, Bai Yilong

(LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**ABSTRACT** In this paper fractal dimensions of three spalling samples of Al-alloy under impact loading were calculated by box-counting and stick-measuring methods. By observing spalling fractography under SEM and determining the range of self-similarity, we paid particular attentions on the determination of their fractal scaling ranges. By measuring microstructural distributions, the size distribution of second phase particles and grains, and the spacing between two neighbouring second phase particles, we found that the spacing range between two neighbouring second phase particles was comparable to the range of self-similarity of spalling fractography and the calculated fractal scaling range.

**KEY WORDS** spalling fractography, fractal, microstructures, damage evolution