

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.12.033

颗粒接触无网格法及其在边坡成灾范围模拟中的应用

冯 春¹, 李世海¹, 孙厚广², 李志刚¹

(1. 中国科学院力学研究所 流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190; 2. 鞍钢集团鞍千矿业有限责任公司, 辽宁 鞍山 114000)

摘 要: 提出了一种基于颗粒接触的无网格方法 (PCMM), 并编制了相应的 C++ 程序, 解决了有限元等网格类方法在模拟边坡失稳滑动过程中的网格畸变问题。该方法利用颗粒离散元中的接触拓扑创建连续介质单元, 通过颗粒的运动演化实现连续介质单元的自动删除及重建, 通过在连续介质单元中引入考虑应变软化效应的 Mohr-Coulomb 模型及最大拉应力模型, 实现边坡的弹塑性分析及失稳滑移过程的模拟。利用 PCMM 分析了均质边坡的弹塑性场、沙堆的形成过程及土质边坡的失稳过程。计算结果表明, PCMM 在小变形下具有足够的精度, 且在模拟材料大变形方面具有明显优势, 是一种模拟边坡成灾范围的有效方法。

关 键 词: 无网格方法; 颗粒接触无网格法; 颗粒接触; 边坡; 成灾范围

中图分类号: TU 42

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 7598 (2016) 12 - 3608 - 10

Particle contact-based meshfree method and its application to slope disaster range simulation

FENG Chun¹, LI Shi-hai¹, SUN Hou-guang², LI Zhi-gang¹

(1. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. Anshan Iron and Steel Group Anqian Mining Co., Ltd., Anshan, Liaoning 114000, China)

Abstract: When simulate slope sliding process by grid-based methods such as FEM, element distortion will happen. To solve such problems, a particle contact-based meshfree method (PCMM) is proposed; and a corresponding C++ code is implemented. In this method, the continuous media elements are created based on contact topology of particle DEM; and the elements will be deleted or recreated according to the movement and evolvement of the particle system. The elastoplastic analysis and sliding process simulation of slope are realized by intruding the softening Mohr-Coulomb model and maximal tensile stress model into continuous media elements. PCMM is used to simulate the elastoplastic deformation of homogeneous slope, formation process of sand pile and failure process of soil slope through cases. The results show that the PCMM is an effective approach to simulate disaster range of slope; and it owns enough accuracy when simulating small deformation and large deformation problems.

Keywords: meshfree method; partice contact-based meshfree method; particle contact; slope; disaster range

1 引 言

数值分析是研究边坡失稳破坏过程的有效手段。传统连续介质网格类方法、离散元方法及无网格方法是 3 类典型的模拟边坡破坏滑移过程的有效方法。

传统的连续介质网格类方法 (如有限元法、有限差分法及有限体积法等) 通过在单元中引入宏观

的弹性、塑性、损伤及断裂本构, 可以准确地给出边坡内部的应力-应变特征及宏观位移特征, 并能较为准确地给出该边坡稳定与非稳定的临界点。郑颖人等^[1]利用有限元强度折减法, 探讨了数值模型、力学本构及材料参数等对土坡及岩坡安全系数的影响规律; Huang 等^[2]利用有限元强度折减法分析了瞬态不饱和渗流情况下边坡的稳定性状态; 李新平等^[3]利用 FLAC^{3D} 探讨了利用最大节点位移-时程曲

收稿日期: 2014-11-28

基金项目: 国家科技支撑计划 (No.2012BAK10B00) 资助; 国家自然科学基金青年基金项目 (No.11302230, No.11302229) 资助。

This work was supported by the National Key Technology Research and Development Program of the Ministry of Science and Technology of China (2012BAK10B00) and the National Natural Science Foundation of China Young Scholars (11302230, 11302229).

第一作者简介: 冯春, 男, 1982 年生, 博士研究生, 高级工程师, 主要从事岩土力学领域数值计算方法的研究工作。E-mail: fengchun@imech.ac.cn

线评价边坡极限状态的可行性；林杭等^[4]则利用 FLAC^{3D} 中的 Hoek-Brown 模型对某矿区三维边坡的稳定性进行了分析。然而，利用上述连续介质方法模拟边坡失稳成灾过程时，会面临因网格畸变导致的系统发散问题。

离散元法(如块体离散元法及颗粒离散元法等)及非连续变形分析法(DDA)等非连续介质数值方法可以较好地模拟边坡失稳破坏后的运动解体过程及最后的停积过程。如曹琰波^[5]及申通^[6]等利用块体离散元软件 UDEC 分别探讨了地震作用下重庆小南海滑坡及四川绵阳唐家山滑坡的形成机制及成灾过程；刘君^[7]、张龙^[8]等采用颗粒离散元软件 PFC^{3D} 分别探讨了重庆武隆鸡尾山滑坡的失稳成灾过程。邬爱清^[9]及 Wu^[10]等利用 DDA 分别研究了湖北干将坪滑坡及台湾 Tsaoling 滑坡的运动过程。然而，此类方法无法准确刻画边坡在失稳前及失稳时的弹塑性场及宏观变形特征，亦即无法准确给出边坡稳定与非稳定的临界点。

无网格法是在建立问题域的系统代数方程时，不需要利用预定义的网格信息，或者只利用更容易生成的更灵活、更自由的网格进行域离散的方法^[11]。光滑粒子流法(SPH)^[12-13]、无单元 Galerkin 法(EFGM)^[14]及物质点法(MPM)^[15]是三类典型的无网格法。无网格方法基于连续介质力学，因此，在模拟材料连续变形方面具有较高的精度；同时，该方法摆脱了计算网格的限制，因此，在模拟边坡大变形及失稳破坏方面具有优势。Bui 等^[16]利用 SPH 探讨了含水土坡的稳定性及失稳后的运动滑移过程；庞作会等^[17]利用 EFGM 分析了边坡开挖过程中的稳定性问题；Andersen 等^[18]则借助 MPM 研究了土坡失稳滑移过程与土体强度的对应关系。

为了研究金属材料在高速冲击下的破碎问题，笔者曾提出了一种基于颗粒接触的无网格方法(Particle Contact-based Meshfree Method, PCMM)^[19]。本文基于该方法的基础理论，通过引入考虑应变软化的 Mohr-Coulomb 模型及最大拉应力模型，提出了适合于描述岩土介质大变形的计算方法，并将其应用于边坡成灾范围的分析。

2 PCMM 方法简介

2.1 基本思路

接触检索及接触力计算是颗粒离散元方法的两个主要计算步骤。经过接触检索，即可获得颗粒间复杂而有序的接触拓扑关系；基于上述接触关系，

可生成一系列连续介质单元；通过在上述连续介质单元中引入适合的宏观本构，即可描述边坡的渐进破坏过程；边坡发生失稳滑移后，颗粒之间的接触拓扑关系将会发生变化；基于颗粒接触的连续介质单元也将发生重构，满足条件的单元将被自动创建，不满足条件的单元将被自动删除；基于单元的删除及重建，即可解决传统网格类方法在计算大变形时出现的因网格畸变导致的数值系统发散等问题。

笔者将上述基于颗粒接触创建连续介质单元的方法称为基于颗粒接触的无网格方法，英文缩写为 PCMM。PCMM 的主要特点是：以颗粒质心作为连续介质单元的节点，基于颗粒间的接触拓扑关系创建连续介质单元，根据颗粒的运动更新颗粒接触关系，根据接触对的演化自动实现单元的删除及重建。该方法的示意图如图 1 所示，求解流程如图 2 所示。

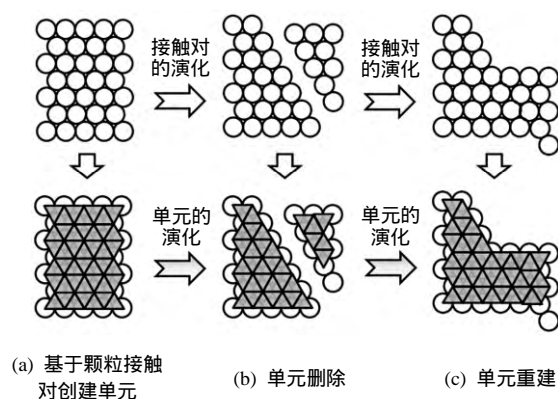


图 1 PCMM 的基本原理
Fig.1 Main principle of PCMM

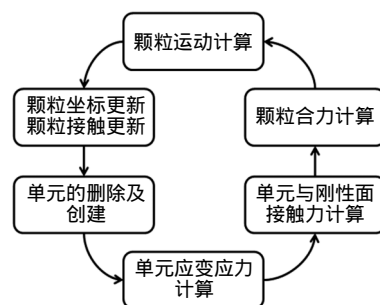


图 2 PCMM 的求解流程
Fig.2 Flowchart of solving using PCMM

PCMM 单元的节点虽然源自颗粒，但已经不再具有颗粒的微观属性，这一点与 SPH、MPM 等无网格方法中的质点类似。因此，PCMM 是一种宏观连续介质大变形的数值分析方法，而非微观结构的模拟方法。

PCMM 计算时，采用增量的显式求解策略；所

有的场量（如应力、应变、密度、加速度、速度、位移等）均存储于颗粒上；颗粒用于计算系统的宏观运动；单元用于计算体系的变形及受力特征。

2.2 单元创建

2.2.1 单元的创建条件

二维 PCMM 的单元为三角形单元。为了保证所创建三角形单元的质量，当以下 3 个条件同时满足时，方能创建一个新的三角形单元：组成三角形单元的 3 个颗粒必须彼此接触；三角形单元的任何一个内角必须在 $30^\circ \sim 150^\circ$ 之间（防止生成过于扁平的单元）；三角形单元的任何一条边长必须大于等于组成该三角形的 3 个颗粒半径平均值的 0.5 倍（防止生成尺寸过小的单元）。上述 3 个创建条件可分别表述为

$$\left. \begin{aligned} d_{ij} & R_i + R_j + \delta \\ i=1,2,3; j=1,2,3; i \neq j \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$30^\circ < \theta_i < 150^\circ \quad i=1,2,3 \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} d_{ij} & 0.5 \times \frac{R_1 + R_2 + R_3}{3} \\ i=1,2,3; j=1,2,3; i \neq j \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中： R_i 为颗粒 i 的半径； d_{ij} 为颗粒 i 到颗粒 j 之间的距离； θ_i 为三角形单元第 i 个内角； δ 为颗粒接触检索容差。

为了创建质量较好的单元体系，尤其当颗粒为随机排布时，需要选择较大的接触检索容差 δ ，以防止孔隙的产生。如图 3 中，当接触容差较小时，仅能创建 T136、T356 及 T345 等 3 个三角形单元；当接触容差较大时，能创建 T136、T356、T345、T123 及 T234 等 5 个三角形单元。

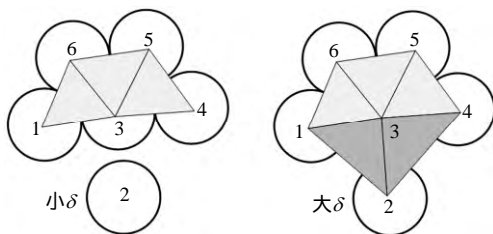


图 3 接触容差 δ 不同，单元体系不同
Fig.3 Different element systems due to different δ

2.2.2 单元的创建过程

为了快速创建单元，在每个颗粒上设置颗粒接触链表及连续介质单元链表，并采用空间分割法（盒子法）进行接触对的快速检索。

接触对检索时，需要循环颗粒链表，为每一个

颗粒搜索与之相接触的颗粒，并以该颗粒为中心构建连续介质单元。当循环到某个特定颗粒时，该颗粒即为母颗粒，用字母 A 表示；与母颗粒 A 相接触的颗粒称为子颗粒，用字母 i 表示。

如果某子颗粒 i 与母颗粒 A 存在接触关系，则将子颗粒 i 加入母颗粒 A 的接触链表；当母颗粒 A 的所有邻居检索完毕后，计算每个子颗粒相对于母颗粒 A 的方位角，并对所有接触对的方位角进行顺时针排序；如果两个相邻子颗粒的方位角之差小于 30° ，则将距离母颗粒 A 较远的子颗粒从接触链表中删除（见图 4(a)、4(b)）。

当上述的颗粒接触对排序及删除执行完毕后，循环母颗粒 A 中的所有子颗粒，并判断颗粒 A 、 i 及 $i+1$ 是否可以组成三角形单元。如果上述 3 个颗粒满足式(1)~(3)，且此三角形单元为新单元（在母颗粒 A 的单元链表中不存在），则创建该三角形单元，并将该单元加入母颗粒 A 的单元链表。（见图 4(c)）。

当完成所有颗粒的接触链表及单元链表创建后，基于颗粒接触的单元体系将全部创建完毕。

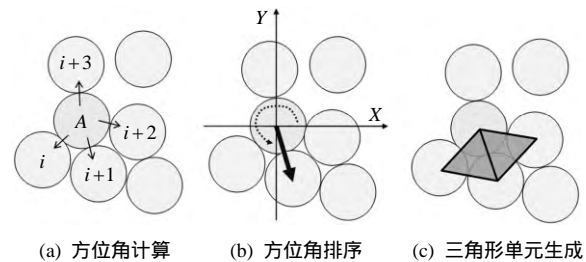


图 4 三角形单元的创建过程
Fig.4 Triangle elements generation

2.3 单元重叠算法

基于第 2.2 节中三角形单元的创建策略及存储机制，将产生重叠单元。如果 3 个颗粒彼此接触（见图 5(a)），则 3 个重叠单元将被创建；三角形单元 T123 存储于颗粒 1，单元 T231 存储于颗粒 2，单元 T312 存储于颗粒 3。如果 4 个颗粒彼此接触（见图 5(b)，此时接触容差较大），则 8 个重叠单元将被创建；单元 T123 及 T143 存储于颗粒 1，单元 T214 及 T234 存储于颗粒 2；单元 T321 及 T341 存储于颗粒 3；单元 T432 及 T412 存储于颗粒 4。如果 5 个颗粒彼此接触（见图 5(c)，此时接触容差较大），则存在 15 个重叠单元；T123、T134 及 T145 存储于颗粒 1；T234、T245 及 T251 存储于颗粒 2；T345、T351 及 T312 存储于颗粒 3；T451、T412 及 T423 存储于颗粒 4；T512、T523 及 T534 存储于颗粒 5。

由图 5 可得，三颗粒簇体系中，该体系所包含

的域 D123 被重叠了 3 次；四颗粒簇体系中，该体系所包含的域 D1234 被重叠了 4 次；五颗粒簇体系中，该体系所包含的域 D12345 被重叠了 5 次。

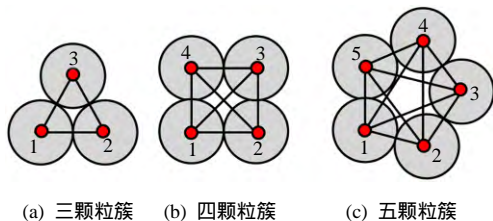


图 5 不同数量的颗粒簇

Fig.5 Different particle clusters with different numbers

为了解决颗粒簇体系中的单元重叠问题，笔者提出了单元重叠算法。在计算单元变形力时，每个单元对变形力的贡献需除以颗粒簇体系中的颗粒数量，即

$$F_r^i = F_v^i / N \tag{4}$$

式中： F_r^i 为真实单元变形力； F_v^i 为虚拟单元变形力； N 为颗粒簇内的颗粒数量。

为了精确模拟连续介质问题，PCMM 颗粒的质量将根据颗粒簇所表征的域计算获得，即

$$M_i = \sum_{j=1}^H \rho_j S_j / N_j \tag{5}$$

式中： M_i 表示颗粒 i 的质量； ρ_j 表示颗粒簇所在域 j 的密度； S_j 表示颗粒簇所在域 j 的体积（二维时为面积）； N_j 表示颗粒簇所在域 j 包含的颗粒数； H 表示与颗粒 i 相关的颗粒簇个数。

2.4 单元删除条件

当计算一定时步后，PCMM 单元将发生变形。如果变形继续，将产生网格畸变现象。为了防止单元畸变现象的发生，当满足如下 3 个条件的任何一个条件时，PCMM 单元即被删除。组成该三角形单元的 3 个颗粒不再彼此接触；该三角形单元的任何一个内角小于 30° 或者大于 150° ；该三角形单元的任何一条边长小于 3 个颗粒平均半径的 0.5 倍。

考虑到所有的场量（应力、应变、质量、速度等）均存储于颗粒上，亦即系统的应变能、动能及势能均存储于颗粒上；因此，PCMM 单元的删除不会引起系统的失衡及能量的消散。

2.5 单元应力及节点变形力计算

采用增量的有限体积法 (FVM)^[20] 进行单元变形力及节点力的求解。 t 时刻颗粒的运动速度可根

据牛顿定律获得，进而可根据高斯散度定理获得 PCMM 单元的平均速度梯度为

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \approx \frac{1}{S_e} \sum_{k=1}^3 \bar{v}_i n_j^k \Delta L^k \tag{6}$$

式中： $\frac{\partial v_i}{\partial x_j}$ 为 PCMM 单元的平均速度梯度； S_e 为单元的面积（三维情况下为体积）； \bar{v}_i 为棱 k 上 i 方向的平均速度； n_j^k 为棱 k 单位外法向量在第 j 个方向的分量； ΔL^k 为棱 k 的长度。

根据式 (6) 可计算出步进 Δt 时间后，单元的应变增量 $\Delta \varepsilon_{ij}$ 为

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \Delta t \tag{7}$$

本时步单元的应力增量 $\Delta \sigma_{ij}$ 及全量 σ_{ij} 可表述为

$$\Delta \sigma_{ij} = 2G \Delta \varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3} G \right) \Delta \theta \delta_{ij} \tag{8}$$

$$\sigma_{ij} = \Delta \sigma_{ij} + \sigma_{ij-old} \tag{9}$$

式中： K 为体积模量； G 为剪切模量； $\Delta \theta$ 为增量体应变； δ_{ij} 为 Kronecker 符号； σ_{ij-old} 为上一时步的应力（可根据式 (10) 计算）

$$\sigma_{ij-old} = (\sigma_{ij-old}^{p_1} + \sigma_{ij-old}^{p_2} + \sigma_{ij-old}^{p_3}) / 3 \tag{10}$$

式中： $\sigma_{ij-old}^{p_1}$ 、 $\sigma_{ij-old}^{p_2}$ 及 $\sigma_{ij-old}^{p_3}$ 为上一时步组成该 PCMM 单元的 3 个颗粒的应力。

为了模拟边坡的渐进破坏过程，采用考虑应变软化的 Mohr-Coulomb 本构及最大拉应力本构对上述试探应力 σ_{ij} 进行修正^[20]。根据应力张量 σ_{ij} 计算当前时步的主应力 σ_1 、 σ_2 及 σ_3 ，根据式 (11) 判断该应力状态是否已经达到或超过 Mohr-Coulomb 准则及最大拉应力准则：

$$\left. \begin{aligned} f^s &= \sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi + 2c(t) \sqrt{N_\varphi} \\ f^t &= \sigma_3 - T(t) \\ h &= f^t + \alpha^p (\sigma_1 - \sigma^p) \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

式中： $c(t)$ 、 φ 、 $T(t)$ 为 t 时刻的黏聚力、内摩擦角及抗拉强度； N_φ 、 α^p 、 σ^p 为常数（见式 (12)）。如果 $f^s > 0$ 且 $h > 0$ 则发生剪切破坏 如果 $f^t > 0$ 且 $h > 0$ ，则发生拉伸破坏。

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \\ \alpha^p &= \sqrt{1 + N_\varphi^2} + N_\varphi \\ \sigma^p &= T(t)N_\varphi - 2c(t)\sqrt{N_\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

当单元发生剪切破坏时，应进行主应力的修正（关联流动法则），修正公式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1\text{-new}} &= \sigma_1 - \lambda^s (\alpha_1 - \alpha_2 N_\varphi) \\ \sigma_{2\text{-new}} &= \sigma_2 - \lambda^s \alpha_2 (1 - N_\varphi) \\ \sigma_{3\text{-new}} &= \sigma_3 - \lambda^s (-\alpha_1 N_\varphi + \alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中： $\lambda^s = \frac{f^s(\sigma_1, \sigma_3)}{(\alpha_1 - \alpha_2 N_\varphi) - (-\alpha_1 N_\varphi + \alpha_2) N_\varphi}$ ， $\alpha_1 = K +$

$$\frac{4}{3}G, \quad \alpha_2 = K - \frac{2}{3}G。$$

当单元发生拉伸破坏时，应进行主应力的修正，修正公式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1\text{-new}} &= \sigma_1 - [\sigma_3 - T(t)] \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \\ \sigma_{2\text{-new}} &= \sigma_2 - [\sigma_3 - T(t)] \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \\ \sigma_{3\text{-new}} &= T(t) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

此外，需根据本时步的等效塑性剪应变 γ_p 及等效塑性拉伸应变 ε_p ，对下一时步的黏聚力及抗拉强度进行计算，计算公式为

$$\left. \begin{aligned} c(t + \Delta t) &= c_0 (1 - |\gamma_p| / \gamma_{lim}) \quad |\gamma_p| < \gamma_{lim} \\ c(t + \Delta t) &= 0 \quad |\gamma_p| \geq \gamma_{lim} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} T(t + \Delta t) &= T_0 (1 - \varepsilon_p / \varepsilon_{lim}) \quad 0 < \varepsilon_p < \varepsilon_{lim} \\ T(t + \Delta t) &= 0 \quad \varepsilon_p \geq \varepsilon_{lim} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中： c_0 、 T_0 为初始时刻的黏聚力及抗拉强度； γ_{lim} 及 ε_{lim} 为等效塑性剪应变及塑性拉伸应变的极限值，超过此极限值，黏聚力及抗拉强度为0。

将修正后的主应力转换至全局坐标系，形成当前时步的修正应力张量 $\sigma_{ij\text{-new}}$ ，并计算节点（颗粒）所受的变形力，计算公式为

$$F_i^p = \sigma_{ij\text{-new}} \sum_{k=1}^2 (n_j^k \Delta L^k / 2) \quad (17)$$

式中： F_i^p 为三角形单元中节点 p （颗粒 p ）的变形力在第 i 个方向的分量；在 PCMM 三角形单元中，每个节点与两条棱相连（即 $k = 2$ ）。

当所有 PCMM 单元的应力及变形力计算完毕后，单元的应变及应力需插值到对应的节点（颗粒）上，其表达式为

$$\varepsilon_{ij\text{-new}}^p = \sum_{k=1}^M \Delta \varepsilon_{ij\text{-new}}^k / M + \varepsilon_{ij\text{-old}}^p \quad (18)$$

$$\sigma_{ij\text{-new}}^p = \sum_{k=1}^M \sigma_{ij\text{-new}}^k / M \quad (19)$$

式中： $\varepsilon_{ij\text{-new}}^p$ 及 $\sigma_{ij\text{-new}}^p$ 为本时步的颗粒应变及应力； $\varepsilon_{ij\text{-old}}^p$ 为上一时步的颗粒应变； $\Delta \varepsilon_{ij\text{-new}}^k$ 及 $\sigma_{ij\text{-new}}^k$ 为本时步与颗粒 p 相关的第 k 个 PCMM 单元的应变增量及应力； M 为与颗粒 p 相关的 PCMM 单元个数。

3 算例验证

3.1 边坡弹塑性场的对比分析

建立坡高为 10 m、坡角为 45° 的边坡模型（见图 6），分别采用 FEM 及 PCMM 计算该边坡的弹性场及塑性场。两种方法均采用 Mohr-Coulomb 理想弹塑性模型（式（15）、（16）中塑性极限应变值无穷大），边坡土体的密度为 1.8 g/cm³，弹性模量为 30 MPa，泊松比为 0.33，黏聚力为 10 kPa，抗拉强度为 3 kPa，内摩擦角为 19°。FEM 的网格由 GMSH 软件生成，共包含 34 758 个单元，17 652 个节点。PCMM 的颗粒由 FEM 网格的节点生成，共包含 17 652 个颗粒，且生成 PCMM 单元所用的接触容差为 0.18 m。数值计算时，上述两个计算模型的左、右两侧及底部均法向固定，重力方向竖直向下。整个计算包含 3 个阶段，第 1 阶段为弹性场的求解，第 2 阶段为弹性位移场的清 0，第 3 阶段为塑性场的计算。

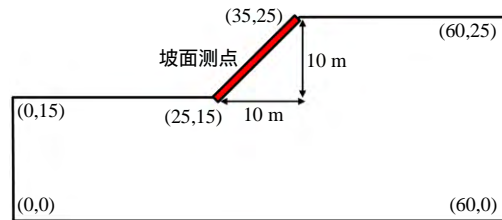


图 6 边坡模型

Fig.6 Slope model

弹性阶段，两种方法计算获得的竖向位移场（见图 7）及坡面处竖向位移随坡高的变化曲线（见图 8）完全一致，由此表明了 PCMM 的计算精度。

塑性阶段，两种方法计算获得的塑性剪应变云图（见图 9）的空间分布规律基本一致，仅在数值上略有差别（相对误差 5.5% 左右，主要由两种方法所用的数值网格不完全一致所致），两种方法计算获得的坡面位移基本一致（见图 10），平均相对误差

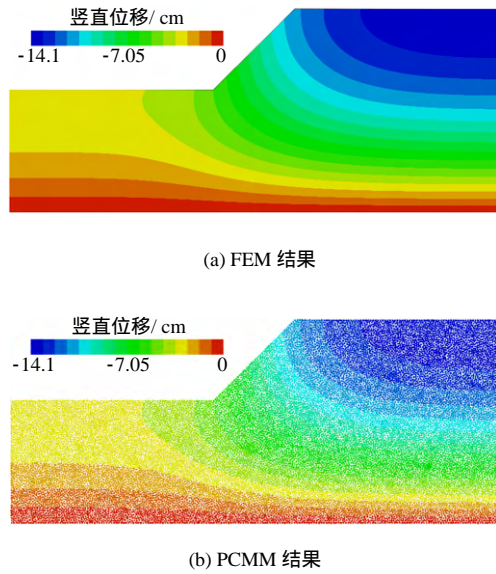


图 7 弹性竖直位移场的对比
Fig.7 Comparison of elastic vertical displacement fields calculated with FEM and PCMM

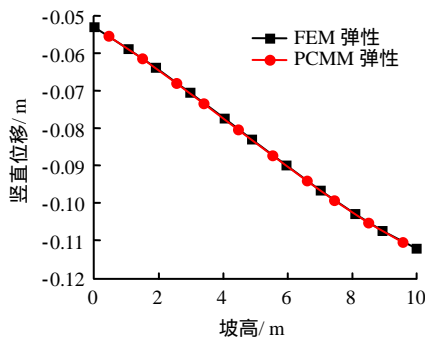


图 8 坡面处弹性竖直位移随坡高的变化
Fig.8 Relationship between elastic vertical displacement and slope height using FEM and PCMM

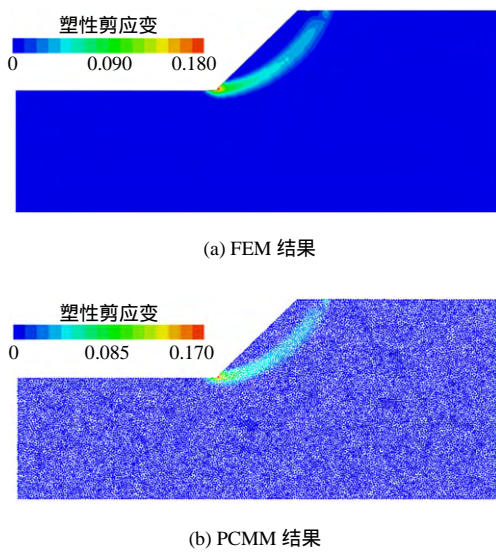


图 9 塑性剪应变云图的对比
Fig.9 Comparison of shear plastic strain nephograms calculated with FEM and PCMM

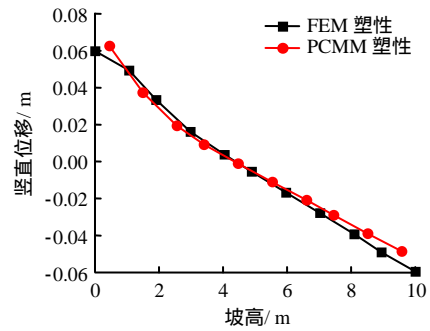


图 10 坡面处塑性竖直位移随坡高的变化
Fig.10 Relationship between plastic vertical displacement and slope height using FEM and PCMM

为 5%左右。塑性阶段的计算结果表明，两种方法计算获得的边坡潜在失稳模式完全一致，均为沿着斜坡内一定深度的类圆弧形滑移破坏；两种方法计算获得的塑性应变场及塑性位移场基本一致，误差在 5%左右。

3.2 沙堆形成过程模拟

由第 3.1 节可知，PCMM 在模拟小变形下的弹塑性问题时，与传统有限元的解基本一致。本算例将通过沙子的堆积过程重点展示 PCMM 在模拟材料大变形方面的优势。借鉴颗粒堆积体试验模型及一般步骤^[21]，建立如图 11 所示的沙堆模型，模型的宽、高均为 1 m，在模型左、右两侧设置侧板，在模型底部设置基板。沙子模型采用半径为 5 mm 的 PCMM 颗粒规则排布形成，共包含 10 201 个颗粒；左、右两侧的侧板采用刚性墙模型；基板采用半径为 5 mm 的单层 PCMM 颗粒组成，共 2 101 个颗粒。PCMM 颗粒的密度为 1.8 g/cm³，弹性模量为 30 MPa，泊松比为 0.33，内摩擦角为 30°，抗拉强度及黏聚力为 0 MPa；PCMM 颗粒与侧板之间的摩擦角为 0°，抗拉强度及黏聚力为 0 MPa。PCMM 颗粒间的接触容差为 5 mm，PCMM 颗粒与刚性墙之间的接触容差为 0.01 mm。在模型中部 (Y = 0.5 m) 设置 6 个水平等间距测点 (编号为 P₁ ~ P₆)，

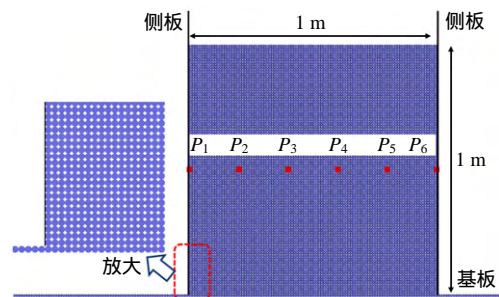


图 11 沙子初始模型
Fig.11 Initial model of sand

观察沙堆形成过程中各测点的水平及竖直位移变化规律。数值计算时,取计算时步为 10 us,系统阻尼为 0.1,并对左、右侧板施加 0.1 m/s 的速度载荷(方向竖直向上)。

沙堆的形成过程如图 12 所示,由图可知,随着侧板的逐步提升,临近侧板底部的沙子逐渐向外侧流出,失稳区域沿着侧板逐渐向上扩展;而后顶部的沙子逐渐下沉,且两侧的下沉速度快于中部的下沉速度;当计算时间为 6.2 s 时,沙子完全脱离侧板,沙堆基本形成;当计算时间为 17 s 时,各 PCMM 颗粒基本静止,沙堆完全形成。终态时的沙堆坡角约为 20°,小于摩擦角的输入值 30°,这主要是由于沙子动态下落的冲击作用导致的。此外,沙堆中部存在坡角约 44°的核心区,该区内的 PCMM 颗粒位移较小,颗粒间的拓扑关系基本不变,表明了该区域为稳定区域,沙堆形成过程中未出现明显的塑性破坏。

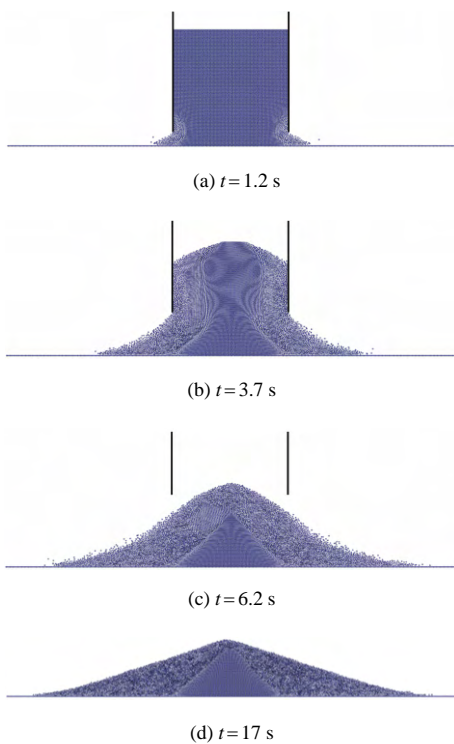


图 12 沙堆的形成过程
Fig.12 Formation of sand pile

$P_1 \sim P_6$ 监测点的水平及竖直位移如图 13、14 所示。由图可知,上述 6 个测点的位移变化基本可以分为 3 个阶段: 0~2 s 为第 1 阶段,水平及竖直位移基本不变; 2~4 s 为第 2 个阶段,水平及竖直位移快速增加; 4~17 s 为第 3 个阶段,水平及竖直位移逐渐趋于稳定。由图 13 可知,6 个测点关于中轴线基本呈对称分布, P_1 及 P_6 的终态水平位移绝

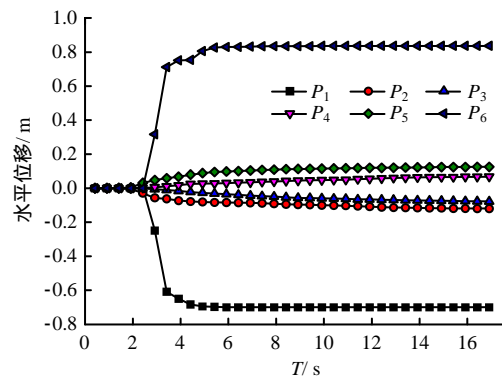


图 13 水平位移随时间的变化规律
Fig.13 Relationships between horizontal displacement and time

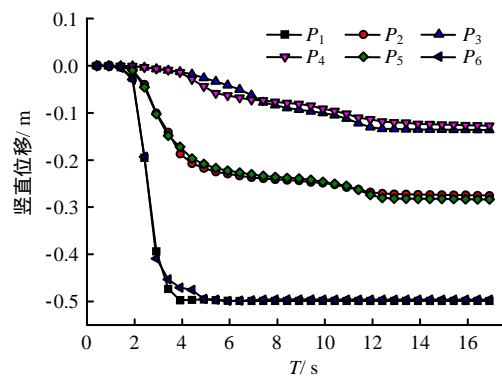


图 14 竖直位移随时间的变化规律
Fig.14 Relationships between vertical displacement and time

对值约为 0.8 m, P_2 及 P_5 的终态水平位移绝对值约为 0.12 m, P_3 及 P_4 的终态水平位移绝对值约为 0.07 m。由图 14 可知, P_1 及 P_6 的竖直位移基本一致,约为 -0.50 m; P_2 及 P_5 的竖直位移基本一致,约为 -0.28 m; P_3 及 P_4 的竖直位移基本一致,约为 -0.13 m。

为了与上述 PCMM 的计算结果进行对比,建立相同尺寸的有限元模型,并采用 1 090 个三角形单元进行离散(见图 15)。有限元中所用的本构模型、材料参数及边界条件与 PCMM 的一致。有限元中沙子与侧板及基板的接触采用半弹簧-半棱模型实现^[22]。

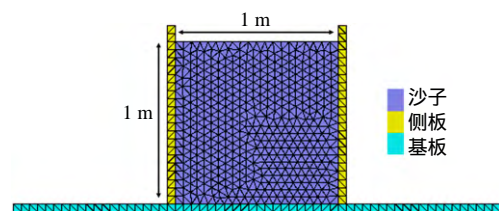


图 15 有限元沙堆模型
Fig.15 FEM sand pile model

计算过程中沙堆的运动状态如图 16 所示。由图可得，随着侧板的逐渐提升，模型底部两侧的沙子首先出现大变形，进而发生塑性流动，这与 PCMM 的结果基本一致。但随着流动的加剧，底部两侧单元的畸变程度逐渐增加；当计算至 5 s 时，底部单元因畸变而出现计算不稳定现象，进而导致整个求解过程的终止。

沙堆形成过程的模拟结果表明，PCMM 在求解大变形问题时具有明显优势，可以解决有限元大变形计算时因网格畸变导致的系统发散问题。

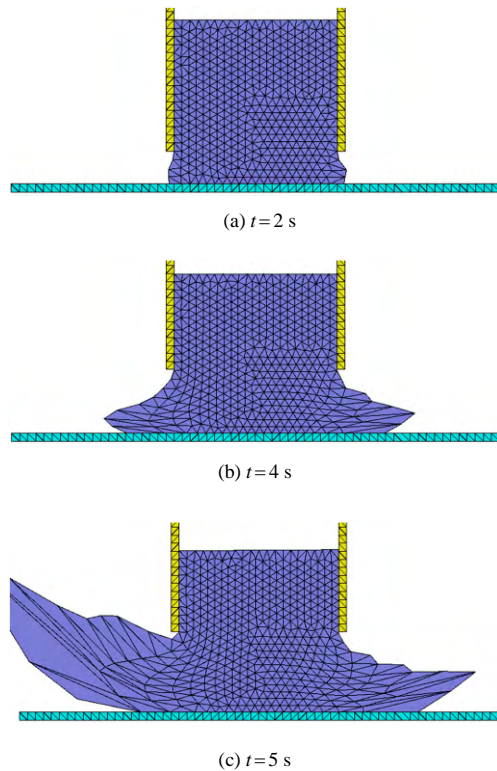


图 16 有限元的计算结果
Fig.16 FEM results

3.3 土质边坡成灾范围的模拟

利用本文提出的 PCMM 研究某土质边坡的成灾范围，数值模型如图 17 所示。该边坡高为 16 m，水平宽度为 24 m，坡顶后缘设 26 m 平台；在模型右侧及底面设置刚性墙单元，用于提供位移边界条件。采用 5 122 个 PCMM 颗粒进行离散。

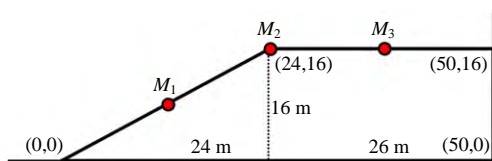


图 17 土质边坡数值模型
Fig.17 Numerical model of soil slope

土体采用考虑应变软化效应的 Mohr-Coulomb 模型进行描述，密度为 1.8 g/cm^3 ，弹性模量为 50 MPa，泊松比为 0.35，黏聚力为 3 kPa，抗拉强度为 1 kPa，内摩擦角为 20° ，拉伸极限应变为 1%，剪切极限应变为 3%。计算时，首先弹性场计算稳定，而后再将土体的模型切换至 Mohr-Coulomb 应变软化模型，进行失稳破坏过程的计算。计算过程采用真实时间步，步长为 0.5 ms，系统阻尼为 0.1。

在上述计算参数下，土质边坡将发生失稳滑移现象，不同时刻边坡的总位移云图如图 18 所示。由图可知，计算时间为 1 s 时，边坡的圆弧形塑性滑移带已经完全形成，并出现整体性滑动；随着计算时间的增加，边坡的失稳范围逐渐增大，当计算时间为 100 s 时，边坡的滑移过程基本停止。边坡滑动基本稳定后，坡体前缘向前滑移 18.8 m，后缘位置后退了 13.6 m，最终坡角约为 15.8° 。

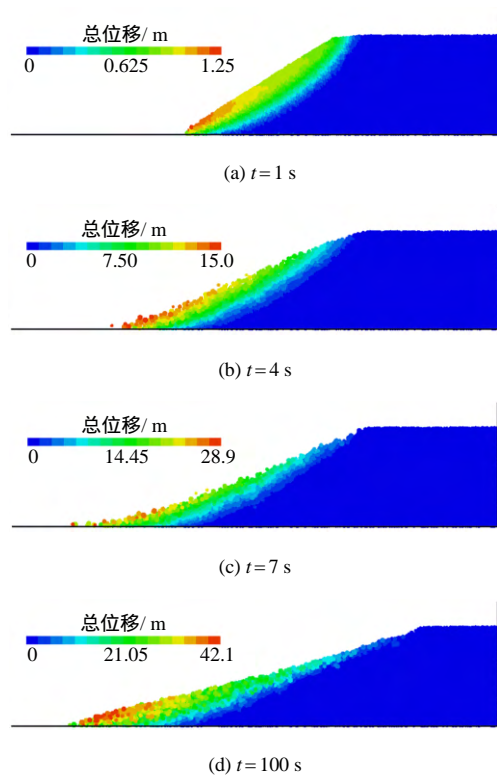


图 18 土质边坡的失稳过程
Fig.18 Failure process of soil slope

坡体表面 M_1 、 M_2 及 M_3 3 个测点（图 17）的水平及竖直位移随时间的变化规律如图 19、20 所示。由图可知，达到稳定时， M_2 的水平及竖直位移最大（水平位移约为 -38.6 m ，竖直位移约为 -14.1 m ）， M_1 次之， M_3 最小。 M_1 及 M_2 均在计算开始时发生失稳，位移迅速增加， M_1 在 20 s 之后趋于稳定，

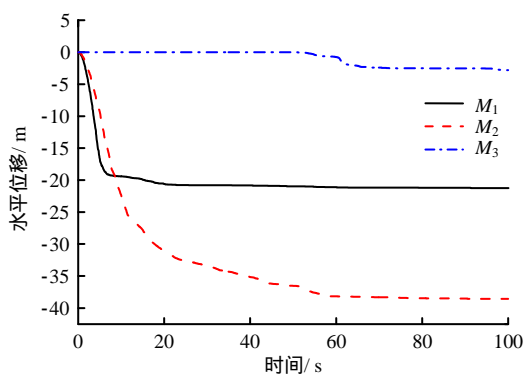


图 19 测点 $M_1 \sim M_3$ 的水平位移演化过程
Fig.19 Horizontal displacement evolvement of $M_1 \sim M_3$

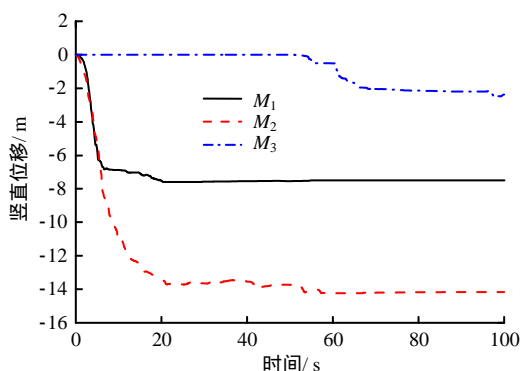


图 20 测点 $M_1 \sim M_3$ 的竖直位移演化过程
Fig.20 Vertical displacement evolvement of $M_1 \sim M_3$

M_2 在 58 s 之后趋于稳定； M_3 大约在 52 s 左右出现失稳，并在 67 s 之后趋于稳定。

4 结 论

(1) 为了解决传统网格类方法计算大变形问题时产生的因网格畸变导致的系统能量发散问题，本文提出了一种基于颗粒接触的无网格方法 (PCMM)。该方法可通过颗粒间的接触演化自动创建、删除连续介质单元，并利用连续介质单元计算介质的弹塑性变形特性及损伤破裂特性。

(2) 均质边坡弹塑性场分析、沙堆形成过程模拟及土质边坡失稳成灾过程模拟的结果表明，PCMM 在小变形下具有足够的精度，且在模拟材料大变形方面具有明显优势。

(3) PCMM 单元创建与删除的条件、PCMM 新旧单元的信息继承及 PCMM 与颗粒流的相互转化等将是今后的研究重点。

参 考 文 献

[1] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3381 -

3388.

ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3381 - 3388.

[2] HUANG MAO-SONG, JIA CANG-QIN. Strength reduction FEM in stability analysis of soil slopes subjected to transient unsaturated seepage[J]. **Computers and Geotechnics**, 2009, 36(1-2): 93 - 101.

[3] 李新平, 郭运华, 彭元平, 等. 基于 FLAC^{3D} 的改进边坡极限状态确定方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增刊 2): 5287 - 5291.

LI Xin-ping, GUO Yun-hua, PENG Yuan-ping, et al. Improved method to determine the critical state of slopes based on FLAC^{3D} method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(Supp.2): 5287 - 5291.

[4] 林杭, 曹平, 李江腾, 等. 基于 Hoek-Brown 准则的三维边坡变形稳定性分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3656 - 3660.

LIN Hang, CAO Ping, LI Jiang-teng, et al. Deformation stability of three-dimensional slope based on Hoek-Brown criterion[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(11): 3656 - 3660.

[5] 曹琰波, 戴福初, 许冲, 等. 唐家山滑坡变形运动机制的离散元模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊 1): 2878 - 2887.

CAO Yan-bo, DAI Fu-chu, XU Chong, et al. Discrete element simulation of deformation and movement mechanism for Tangjiashan landslide[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(Supp.1): 2878 - 2887.

[6] 申通, 王运生, 吴龙科. 重庆小南海滑坡形成机制离散元模拟分析[J]. 岩土力学, 2014, 35(增刊 2): 667 - 675.

SHEN Tong, WANG Yun-sheng, WU Long-ke. Discrete element simulation analysis of formation mechanism of Xiaonanhai landslide in Chongqing city[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(Supp.2): 667 - 675.

[7] 刘君, 王丽丽. 鸡尾山滑坡全过程数值模拟[C]//颗粒材料计算力学研究进展. 大连: 大连理工大学出版社, 2012: 239 - 246.

LIU Jun, WANG Li-li. Numerical simulation of Jiweishan landslide[C]//Advances in Computational Mechanics of

- Granular Materials. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2012: 239 - 246.
- [8] 张龙, 唐辉明, 熊承仁, 等. 鸡尾山高速远程滑坡运动过程 PFC^{3D} 模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(1): 2601 - 2611.
- ZHANG Long, TANG Hui-ming, XIONG Cheng-ren, et al. Movement process simulation of high-speed long-distance Jiweishan landslide with PFC^{3D}[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(1): 2601 - 2611.
- [9] 邬爱清, 丁秀丽, 李会中, 等. 非连续变形分析方法模拟干将坪滑坡启动与滑坡全过程[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1297 - 1303.
- WU Ai-qing, DING Xiu-li, LI Hui-zhong, et al. Numerical simulation of startup and whole failure process of Qianjiangping landslide using discontinuous deformation analysis method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(7): 1297 - 1303.
- [10] WU J H, CHEN C H. Application of DDA to simulate characteristics of the Tsaoiling landslide[J]. **Computers and Geotechnics**, 2011, 38(5): 741 - 750.
- [11] LIU G R. Meshfree methods: Moving beyond the finite element method[M]. [S.l.]: CRC press, 2010.
- [12] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis[J]. **The Astronomical Journal**, 1977, 82: 1013 - 1024.
- [13] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics —— Theory and application to non-spherical stars[J]. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, 1977, 181: 375 - 389.
- [14] LU Y Y, BELYTSCHKO T, GU L. A new implementation of the element-free Galerkin method[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics Engineering**, 1994, 113(3-4): 397 - 414.
- [15] ZHANG X, SZE K Y, MA S. An explicit material point finite element method for hyper-velocity impact[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2006, 66(4): 689 - 706.
- [16] BUI H H, FUKAGAWA R, SAKO K, et al. Slope stability analysis and discontinuous slope failure simulation by elasto-plastic smoothed particle hydrodynamics (SPH)[J]. **Geotechnique**, 2010, 61(7): 565 - 574.
- [17] 庞作会, 葛修润, 王水林. 无网格伽辽金法(EFGM) 在边坡开挖问题中的应用[J]. 岩土力学, 1999, 20(1): 61 - 64.
- PANG Zuo-hui, GE Xiu-run, WANG Shui-lin. Application of element free Galerkin method(EFGM) to the slope excavation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1999, 20(1): 61 - 64.
- [18] ANDERSEN S, ANDERSEN L. Modelling of landslides with the material-point method[J]. **Computational Geosciences**, 2010, 14(1): 137 - 147.
- [19] 冯春, 李世海, 刘晓宇. 一种基于颗粒接触的二维无网格方法及其在高速冲击模拟中的应用[J]. 爆炸与冲击, 2014, 34(3): 292 - 299.
- FENG Chun, LI Shi-hai, LIU Xiao-yu. A 2D particle contact-based meshfree method and its application in hypervelocity impact simulation[J]. **Explosion and Shock Waves**, 2014, 34(3): 292 - 299.
- [20] Itasca Consulting Group Inc. FLAC-3D (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions), Version 3.0, Users Manual[M]. USA: Itasca Consulting Group Inc., 2005.
- [21] 赵啦啦, 赵跃民, 刘初升, 等. 湿颗粒堆力学特性的离散元法模拟研究[J]. 物理学报, 2014, 63(3): 34501 - 34501.
- ZHAO La-la, ZHAO Yue-min, LIU Chu-sheng, et al. Discrete element simulation of mechanical properties of wet granular pile[J]. **Acta Physica Sinica**, 2014, 63(3): 34501 - 34501.
- [22] FENG C, LI S H, LIU X Y, et al. A semi-spring and semi-edge combined contact model in CDEM and its application to analysis of Jiweishan landslide[J]. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, 2014, 6(1): 26 - 35.