

第517次学术讨论会·页岩气开发中的工程科学问题

# 页岩气开发中的几个关键现代力学问题

李世海\*, 段文杰, 周东, 樊智勇

中国科学院力学研究所, 北京 100190

\* 联系人, E-mail: shli@imech.ac.cn

2015-07-01 收稿, 2015-09-27 修回, 2015-09-28 接受, 2015-11-07 网络版发表

国家重点基础研究发展计划(2015CB250903)和中国科学院战略性先导科技专项 B 类(XDB10030303)资助



**摘要** 伴随着现代信息技术的发展, 现代力学的研究进入了一个新的阶段. 本文将钱学森先生介绍的现代力学概念赋予了新的内涵, 概括了现代力学的研究主体、研究方法和主要研究方向. 从拉格朗日方程出发, 按照表征元的物理变量和积分区域的几何表述, 对计算力学的基本方法进行了分类, 提出了通过实验和数值模拟共同获得介质的力学参数、研究介质力学特性和行为的思路和方法, 在此基础上建立了表征元(计算单元)的积分——微分方程, 体现了现代力学基本理论框架的特点. 表征元的材料特性、力学行为以及由表征元构成的宏观介质全场运动规律均是现代力学的重要研究内容. 现有材料实验目的是获得抽象为连续介质的材料应力应变关系和材料强度, 而现代力学可以突破这个限制, 通过多变量测量并结合数值模拟获得材料的特征和演化规律. 在现代力学中全场解可以由数值计算获得, 并由监测结果校核. 通过与丰富的监测结果比较, 数值模拟不可信的问题会逐步化解. 页岩气开发的关键问题是研究地下页岩在各种条件下的破裂演化规律. 页岩气开发新方案的技术路线应该是现代力学先行, 以避免盲目在工程尺度上进行方案论证; 借助现代力学可以打破水力压裂技术的局限性, 探索新的技术方案. 主要理论研究包括以下几个方面: (1) 在认识表征元破裂度、渗透性演化的基础上, 寻求关联性的理论表述方法; (2) 研究体破裂度的渗流场、破裂场以及颗粒的相互作用规律; (3) 时空全尺度模拟需要从理论上研究新的力学模型, 其中包括借用岩体表征元破裂度和灾变破裂度的概念, 实现破裂场与材料渗透性关联; (4) 由流量、井口压力曲线计算出的岩体破裂参量可以被页岩气的产量校核, 从而为提出新的工程方案、指导工程施工提供可参考的技术指标.

**关键词** 页岩气, 现代力学, 拉格朗日方程, 表征元

美国经过几十年的研究, 成功实现了水平井和水力压裂相结合的页岩气开发技术, 改变了世界能源的格局. 近年来我国的工程专家基于美国技术, 也成功地打出了具有工业气流的高产页岩气井, 并拟进行大规模生产; 地质勘探确认了我国有丰富的页岩气储量及可开发量<sup>[1~4]</sup>. 然而, 由于地质条件的差异, 我国页岩气开发的成本更高、水资源更缺乏, 面临着能否持续发展的问題<sup>[5~7]</sup>. 加之美国技术本身的成功率也只有50%, 这一问题更为突出. 为此, 我国

页岩气开发需要探索新的技术方案. 众多的工程专家、科学家都意识到, 针对页岩气自生自储的特性, 开发致裂技术的关键科学问题集中在力学科学的难题上, 即固体材料的破裂<sup>[8,9]</sup>. 更进一步, 这种固体材料含有初始结构、处在复杂地应力环境中, 致使破裂的荷载是进入到固体中的流体. 在科学技术发展的历史中, 大量案例说明工程技术发明总是超前科学理论研究的. 然而, 尖端、可靠、高效的技术又大都依赖于科学的引领、论证. 我国页岩气开发所面临

**引用格式:** 李世海, 段文杰, 周东, 等. 页岩气开发中的几个关键现代力学问题. 科学通报, 2016, 61: 47-61

Li S H, Duan W J, Zhou D, et al. Several key problems of modern mechanics in shale gas exploitation (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 47-61, doi: 10.1360/N972015-00745

的技术问题,特别需要发扬钱学森先生在半个多世纪前提出的工程科学思想,需要进一步明确学科的定位,依靠科学理论引领科学技术发展是提高中国科技创新的重要途径;以解决问题为目的,开展深入系统的现代力学研究,不局限于水力压裂技术,而是在认识基本规律的基础上,提出新的方案,论证其可行性和可靠性,引领我国页岩气开发技术的发展。

本文首先说明了伴随着现代信息技术发展,现代力学的发展已经进入了一个新的时期,应赋予新的定义和内涵.论述了现代力学的特点、研究方法、研究重点及其与传统力学的区别,指出计算力学和全尺度监测应该作为现代力学的主体,拉格朗日方程是计算力学的基本方程,提出了按变量性质和积分区域对拉格朗日方法进行分类的方法,不同的类型对应着当前计算力学中流体、固体、散体等几种主要算法.现代力学具有明显的工程科学属性,兼具工程性、科学性的特点更为突出.建议页岩气开发新方案的研究应采用现代力学先行的技术路线;基于页岩内部的特征尺度,表述了体破裂度、渗透张量及气体采出量密度的概念;提出了用现代力学的方法研究计算单元材料特性的技术方案,并分析了现有页岩气开发技术全尺度数值模拟的特征时间,给出了一种新的简化计算模型,以便实现裂隙、孔隙和应力场耦合的快速计算.

## 1 现代力学及特点

什么是现代力学?早在1978年,钱学森先生在全国力学规划会议上作了以“现代力学”为题的报告<sup>[10]</sup>.指出,现代科学技术,以电子计算机技术等为主要标志.关于现代力学,他强调“必须明确要把电子计算机和力学工作结合起来,不然就不是现代力学”.毫无疑问,钱先生以其敏锐的科学视觉,预言计算机技术将是现代力学的基石.然而,计算机真正能够解决多少力学问题、可信度校核难题都是后来应用过程中才发现的.林同骥等人<sup>[11]</sup>简要说明了力学不同时期的发展阶段.对现代力学的定义基于力学进入了应用广泛、从量变到质变的阶段,而将当时阶段的力学,称为现代力学,提出了力学学科发展的纲目划分设想.后来有些学者对现代力学的讨论基本上与文献<sup>[11]</sup>持有相同的认识.

以微机械及光纤传感器、数字通信和高性能计算机为主体的现代信息技术正在改变当今世界的诸多

科学技术领域,也在影响着力学学科的发展.借助现代信息技术可以实时监测复杂的力学研究对象、实现工程全尺度数值模拟.将监测和数值模拟结果比较可以化解数值模拟可靠性的难题,同时,还可以根据已经获得的结果研究介质自身特性的演化过程.因此,现代信息技术不只是为力学研究提供了新的研究工具,而是在很大程度上改变了研究对象、研究内容并且会拓展出新的研究方法.为此,应该给现代力学赋予新定义:现代力学是基于现代信息技术,研究物质的材料特性演化及机械运动规律的科学.

从这个意义上讲,上述定义,包含了钱学森先生当年提出的现代力学是计算机与力学相结合的概念,因为计算机是现代信息技术的重要组成部分.然而,更重要的是现代信息技术所包含的现代通讯和传感技术可以实现空间和时间尺度的测量,实时获得研究对象局部的客观规律,由此,可以拓展力学的研究内容和研究方向.现代力学不仅仅是因为广泛的应用产生了诸多的学科,而是其学科的主体和研究的内涵有所变化.本文后面的几部分有详细地表述.

现代力学像传统力学一样,具有自然科学属性的理论工作已经完成,但仍然需要理论研究,需要探索面向工程问题的物质机械运动的规律.传统力学主要的方法包括实验、理论、计算,研究成果应用于工程实践.现代力学的主要方法包括数值模拟、全尺度测量、理论模型和实验研究4个部分.现代力学以计算力学和全尺度测量为主体,其中全尺度是指针对研究对象的时间和空间全尺度.计算力学的研究工作包括计算方法、计算模型、计算软件.全尺度测量包括对研究对象已有事件的监测和人工干预下的状态变化的探测两部分:前者是研究处在运动过程中的研究对象,获得局部的运动规律<sup>[12,13]</sup>;后者是研究对象的真实工况尚未到来,还处在“静止状态”,探明数值模拟需要的参数或状态.

以数值模拟和全尺度测量为主体的力学研究并不排除力学基础理论研究的核心作用,而是将数值模拟作为基础理论研究的延伸,或许也会改变理论研究的方向.事实上,力学基础理论中新的概念、新的模型均可以通过数值模拟的结果表达出来,并与不同尺度的实验或工程进行比较和验证<sup>[14,15]</sup>.用数值模拟验证理论模型的正确性,是不是完全可以由数值模拟取代实验研究呢?当然不是.在力学研究中,实验的重要性在于观察简单模型下的新现象,为

数值模拟提供实验验证的依据. 实验研究关注简单、局部的力学过程, 该过程是从复杂物理过程抽象、分解或局部化出来的, 而回答复杂的问题则由数值模拟承担.

介质的力学特性包括了本构关系和强度准则. 在复杂的物理过程中, 如地质体的破坏、流体的湍流运动, 介质的特性会在运动过程中演化, 甚至有了质的变化<sup>[16-18]</sup>. 如固体材料由各向同性演化为各向异性、发生断裂等. 单纯靠实验、理论推演很难获得有意义的结果, 更为重要的是如何验证分析结果的正确性. 借助现代力学可以在空间、时间全尺度上测到部分结果, 通过实测结果与各种参数下的不同模型比较, 找出较为合理的模型. 可以说, 现代力学不仅可以研究非常复杂的问题还可以解决数值模拟可靠性的验证问题.

总之, 现代力学是在本构关系、初始条件、边界条件不能准确获得, 局部区域的基本方程不断变化的情况下, 根据已知的局部运动规律获得全局的运动规律, 认知尚未准确获得的当前状态、材料特性以及内部结构的力学行为演化规律等. 一般来说, 现代力学需要用系统论的方法, 需要对需知条件不完备的研究对象, 借助数值模拟的输入输出信息不断反馈, 获得系统内部特性的演化和全局运动规律.

## 2 连续介质力学的拉格朗日方程表述方法

计算力学之所以将成为现代力学的主体, 是因为传统力学学科的分类本质上是拉格朗日方程用于不同的介质, 而在解决复杂力学问题时, 这些方程大都依赖于数值方法求解. 具体地, 表述连续介质的偏微分方程和表述离散介质的常微分方程均出自拉格朗日方程, 可以通过计算方法和数值模拟非常容易联立求解出来. 进一步, 数值模拟拓展了力学的应用范围、增强了力学解决工程问题的能力.

在这里, 将简述拉格朗日方程与各种计算方法的联系. 拉格朗日方程是物理学的基本方程, 第二类拉格朗日方程可以表述为

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k, \quad (1)$$

这里

$$L = \int_{\Omega} (T - V) d\Omega, \quad (2)$$

$$Q_k = \frac{\partial A}{\partial q_k}, \quad (3)$$

其中,  $\dot{q}_k, q_k$  为广义变量,  $L(\dot{q}_k, q_k)$  是系统的能量泛函,  $T$  是动能,  $V$  是势能,  $Q_k$  是非保守力,  $A$  包括系统边界所做的功  $A_{\partial\Omega}$  和内部消耗的功  $A_{\Omega}$  两部分.

可以看出, 只要能量泛函  $L(\dot{q}_k, q_k)$  可以写成广义位移和广义速度的函数, 并知道外界对系统做功或系统内部消耗能量所产生的力, 就可以写出基本方程.

### 2.1 连续介质力学的特点

现在从建立拉格朗日方程的角度, 分析连续介质力学学科的特点, 对于固体力学, 能量泛函中的固体弹性能可以表示为

$$\begin{aligned} L_e &= \int \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dv \\ &= \int \frac{1}{2} (\lambda e \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij}) \varepsilon_{ij} dv \\ &= \int \left[ \frac{1}{2} \lambda e \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + G \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 \right] dv, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\lambda$  和  $G$  为拉梅系数,  $e$  为体应变.

可以看出, 只要能量可以用广义坐标(这里是位移  $u_i$ ) 表示出来, 就可以建立动量方程. 在计算力学中, 可以假设一个位移形函数, 由节点的位移、速度表示单元中任何一点的位移、速度. 而节点位移和速度就是拉格朗日能量泛函中定义的广义变量. 要研究真实的介质, 材料的变形能还难以直接给出解析的表达式, 不同的材料表达式不同, 需要通过实验获得. 这就是力学科学的特点, 也说明力学是基于实验的科学.

固体材料内部充满了微裂纹, 并且微裂纹不断萌生, 裂纹萌生时要消耗断裂能量, 既有的和新形成的裂纹界面上有摩擦时也消耗能量. 当人们无法直接表述这样的复杂过程时, 塑性力学用塑性的本构方程来刻画这一问题, 即材料复杂的应力应变关系. 有了这样的应力应变关系, 就可以避开认知材料的断裂能、摩擦能以及复杂的物理过程等, 这是因为本构关系中包含了这些要素又避开了逐项的理论表达. 从拉格朗日方程的角度去认识塑性本构关系, 它是在系统的变形能、耗散能及材料强度等不能从理论上直接用广义坐标清晰地表达时, 借助实验解决实际问题的一种方法. 在这里, 看到了力学方法在处理真实介质时理论上的“不严格”, 也正是这种不严格, 开

辟了一条解决实际问题的途径.

流体的流动也是如此,借助于实验获得了流体的剪应力与速度梯度之间的关系.在很小的流动区域内,当速度方向相反时,速度梯度就会很大,从而产生流体内部局部的滑移现象,这种滑移与相对位移有关,难以用流场速度表达出来.湍流的问题更为复杂,一系列的流体计算方法,都是力图建立“合理的”速度分布形式.

现代力学中的各个学科的关键物理量可以融合.研究固体材料的渐进破坏需要动力学的方法,其关键的物理量不仅包含位移还需要有速度;流体力学的自由表面问题中自由表面的位移、流固耦合问题中流固界面的位移;拉格朗日方程在欧拉坐标下表述的欧拉网格边界上质点运动的位置等都需要位移表示;固体单元中的应力或应变满足强度准则时可以断裂、流体单元当速度梯度达到滑移条件时流体单元也可以分裂,这就需要建立连续-非连续计算力学模型,既可以描述连续介质也可以描述非连续介质.由此说,流体力学、固体力学、散体力学的计算方法,只要将节点的位移、速度作为广义变量,就可以统一用拉格朗日方程表达,给出动量方程.具体地,方程(1)~(3)可以写为

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{ki}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_{ki}} = Q_{ki}, \quad (i=1-N), \quad (5)$$

这里

$$L = \int_{\Omega} (T - V) d\Omega, \quad (6)$$

即

$$L = \sum_{i=1,N} \int_{\Omega_i} (T_i - V_i) d\Omega_i, \quad (i=1-N), \quad (7)$$

其中,  $\Omega$  为研究区域,  $\Omega_i$  表示计算单元区域,  $q_{ki}, \dot{q}_{ki}$  为节点的位移和节点速度.

方程(5)~(7)与现有计算方法在技术路线上的差异:

(1) 现有计算力学的基本方程是由微分形式表达的动量方程,是基于微元假设和牛顿第二定律获得的.如弹性动力学方程、黏性流体动力学方程(N-S方程)等.而拉格朗日方程方程是积分-微分方程.

(2) 在大部分有限元的教科书中,都有一个理论证明过程,也就是证明能量变分取极值在任意变分增量上成立,得到的方程与微分方程等价.事实上,拉格朗日方程也是力学的基本方程,可以在有限尺寸上成立,自然也可以在无限小尺寸上成立.在有限

尺寸上建立拉格朗日方程的过程,就是选择广义坐标的过程,有限元中选取形函数的过程,等同拉格朗日方程选取广义坐标的过程.就这一点而言,各种有限元方法均可以归类于拉格朗日方程.

(3) 将拉格朗日方程作为计算力学的基本理论,可以直接在计算单元尺度上研究材料特性.由此可以提出在有限尺度上认识本构关系、强度准则等的新思路.

## 2.2 现代力学中拉格朗日方程的分类

公式(2)和(3)中的  $L$  和  $A$  作为能量及功除了函数形式外,包含着积分区域和积分变量两个要素,选取不同的形式的积分区域和积分变量,动量方程的形式就不同.研究拉格朗日方程的分类,有助于统一认识连续介质力学的基本理论.

积分区域分为拉格朗日区域和欧拉区域.拉格朗日区域表示研究区域是跟踪物质团的;欧拉区域表示,在某一个时刻,物质团恰好在规定的固定空间内.两种积分区域的差别在于:前者的区域总是随物质系统运动而变化的,后者是在选定的空间区域内.对于质点和刚体系统只需要写出建立在各个散体坐标系上的动能和势能,这是早期拉格朗日方程的基本表述.积分变量也分为拉格朗日变量和欧拉变量.拉格朗日的广义变量都是定义在运动物质点上的,而欧拉变量是定义在空间点上的.两种表达的主要区别在于物理量对时间的导数.前者是物质导数,表示为

$$\dot{q}_{Lk} = \frac{dq_{Lk}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q_{Lk}}{\Delta t}, \quad (8)$$

后者由输运定理表示为

$$\dot{q}_{Lk} = \frac{dq_{Lk}}{dt} = \frac{\partial q_{Lk}}{\partial t} + v_j \frac{\partial q_{Lk}}{\partial x_j}. \quad (9)$$

根据积分区域和积分变量选取不同,拉格朗日方程可以转化为如下的4种形式,并且可以对应当用的4种数值计算方法:

(i) LL型单元.在拉格朗日区域内,用拉格朗日变量表达能量泛函(外力所作的功类似,为方便,不再表述,下同):

$$L = \int_{\Omega_L} (T(\dot{q}_{Lk}, q_{Lk}) - V(q_{Lk})) d\Omega, \quad (10)$$

其中,  $\Omega_L$  是包围所研究质点的物质团的体积;  $\dot{q}_{Lk}, q_{Lk}$  是定义在质点上的广义速度和位移.颗粒离散元、刚

体离散元、不断更新单元的形状的大变形有限元等从属于此类方程。

(ii) EE型单元. 在欧拉区域内, 用欧拉变量表达能量泛函:

$$L = \int_{\Omega_E} (T(\dot{q}_{Ek}, q_{Lk}) - V(q_{Ek})) d\Omega, \quad (11)$$

其中,  $\Omega_E$  为在  $t$  时刻, 在固定空间内的积分区域;  $\dot{q}_{Ek}, q_{Lk}$  是定义在固定坐标系上的广义速度和位移. 基于 N-S 方程类的微分方程的流体有限元属于此类算法, 其特点是固定网格不变, 物理量对时间的导数用输运定理.

(iii) EL型单元. 在欧拉区域内, 用拉格朗日变量表达能量泛函:

$$L = \int_{\Omega_E} (T(\dot{q}_{Lk}, q_{Lk}) - V(q_{Lk})) d\Omega, \quad (12)$$

其中,  $\Omega_E$  为在  $t$  时刻, 在固定空间内的积分区域;  $\dot{q}_{Lk}, q_{Lk}$  是定义在质点坐标上的广义速度和位移. 固体力学中的小变形方法、边界元可以认为是此类方法, 这是因为在小变形的假设下, 认为网格的形状保持不变. 广义变量对时间的导数又直接采用物质导数.

(iv) LE型单元. 在拉格朗日区域内, 用欧拉变量表达能量泛函, 即,

$$L = \int_{\Omega_L} (T(\dot{q}_{Ek}, q_{Ek}) - V(q_{Ek})) d\Omega, \quad (13)$$

其中,  $\Omega_L$  包围所研究质点的物质团的体积;  $\dot{q}_{Ek}, q_{Ek}$  是定义在空间坐标上的广义速度和位移. 尚未见此表达式.

对于离散系统

$$L = \sum_{i=1, N} (T_i - V_i), \quad (14)$$

若研究对象可以简化为离散系统, 不必用连续区域的积分表达. 系统的单元只是质点或刚体, 系统能量泛函为离散单元能量泛函的叠加. 广义坐标通常都是拉格朗日变量表达的, 而积分域就是散体的集合.

可以看出, 基于拉格朗日方程的计算力学更具有普适性. 计算流体与计算固体力学的差异主要是积分变量的差异; 固体大变形与小变形的差异主要在于积分区域; 有限元与边界元的区别在于广义坐标选取的方式不同. 只要能量表达为积分形式, 拉格朗日方程就自然是积分-微分方程, 是针对工程问题的现代力学的理论基础. 植根于拉格朗日方程的现

代力学, 可以将研究有限尺寸单元的力学特性和力学行为作为重点发展相关的理论方法, 也可以基于合理的计算单元模型研究工程尺度问题, 数值模拟与全尺度测量相结合将会对工程技术创新发挥巨大的作用.

### 3 现代力学获取材料特性的技术路线

以固体力学为例, 分析现有力学方法中从实验结果到计算方法的技术路线, 有助于发挥现代力学的优势, 设计获得材料特性新的技术路线和方法, 建立以应变强度分布准则为基础的新的实验体系.

现有力学方法从实验获得应力应变关系. 以岩石材料为例, 通常由实验获得的应力应变曲线包括了线性、非线性、软化直至断裂的3个阶段<sup>[19]</sup>. 借助于数值模拟可以发现, 线性阶段是材料内部没有损伤演化或者损伤演化可以忽略的阶段, 所谓损伤演化是指内部的微裂纹增多, 而损伤演化可以忽略是指新增加的微裂纹可以忽略; 非线性阶段是材料内部有损伤演化的过程; 软化阶段包含了材料损伤由量变到质变的过程, 试样沿着某一个破坏面的“急剧”破坏. 可以将这样的破坏过程抽象为两个力学过程. 前者是试样的均匀变形, 包括弹性变形和损伤演化变形; 后者是试样内部沿着界面的断裂破坏. 前者与材料的基本特性有关, 称为材料特性; 后者与试样的几何尺寸及加载条件有关, 称为试样的力学行为.

固体材料试验给出了材料的力学特性和力学行为两个阶段的结果, 将两个过程的实验结果直接应用于计算方法有两个基本假设:

其一, 建立微分方程的假设. 建立微分方程, 是建立在宏观无限小、微观无限大的微元上的, 也可以认为是以点为基础的动力学方程. 该方程中应用的应力应变关系, 也是指点状态函数. 但是, 材料实验获得的本构关系是在有限尺寸、特殊加载条件下获得的. 当实验过程中材料内部没有损伤演化时, 表现为线性特征, 认为实验结果与试样尺寸和加载条件无关, 所建立的微分方程较为准确, 也就是说, 微分方程对线弹性材料成立. 对于非线性材料特别是材料内部有了损伤演化, 达到了软化、断裂阶段, 所给出的应力应变关系就在特定实验条件下的力学行为. 力学行为与试样的尺寸有关, 不再是点的概念, 仍然用微分方程表述这个过程包含了很强的假设. 因此, 固体力学的微分方程不应该包含应力应变关系中的

软化和断裂阶段.

其二, 微分方程化为差分方程的假设. 数值计算将应力应变关系应用于单元尺寸上. 计算方法的基本原理是将微分方程在空间和时间上离散, 应用各种计算方法, 给出计算格式, 由计算机求解. 在整个过程中本构关系, 以函数的形式, 通过在不同尺寸、不同形状的单元上积分, 求得节点力. 计算过程在线性均匀化模型的假设下成立. 当应力应变关系中包含了损伤演化的阶段, 就必与原来实验中微裂纹断裂的特征尺寸有关. 带有假设的应力应变关系, 又在不同形状和加载条件下保持为均匀, 也就是均匀化假设.

借助拉格朗日方程, 可以说明上述两个假设的局限性. 在方程(1)中 $L$ 的应变能可以表达为下式, 其中应变可以写成位移的函数

$$L = \int_{\Omega_i} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega_i} \frac{1}{2} f_{ij}(\varepsilon_{ij}) \varepsilon_{ij} d\Omega$$

$$= \int_{\Omega_i} \frac{1}{2} f_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega. \quad (15)$$

在计算力学中, 积分区域由一系列计算单元覆盖

$$L = \int_{\Omega_i} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega$$

$$= \sum_i \int_{\Omega_i} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega_i, \quad (16)$$

系统的灾变过程就是岩体的断裂过程. 不失一般性, 假设第 $i$ 个单元被裂纹一分为二, 则有

$$\int_{\Omega_i} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega_i$$

$$= \int_{\Omega_{i1}} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega_{i2}} \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\Omega_i$$

$$+ \int_{\partial\Omega_{i2}} E_{\partial\Omega} d\partial\Omega_i. \quad (17)$$

公式(16)中, 等式左边的表达式是连续介质力学的方法, 因此, 它不能研究岩块断裂过程中的行为. 材料的断裂过程不只是能量消耗均匀化, 而是非连续的行为. 等式右边将一个连续的区域划分为两个连续的区域, 在两个连续区域内应力函数值变化了, 但是仍然可以用应力应变关系表示. 等式右边第三项中有关断裂能的要素就不是传统意义上的应力应变关系, 它关系到破裂面积、破裂过程中消耗的能量、破

裂后消耗的摩擦能等. 单元刚好被裂缝一分为二是最为简单的连续到非连续过程, 实际问题中, 每个子区域(或一个单元)都需要经历次级裂纹贯穿为整体裂纹的过程.

由此可以看到, 将全过程的应力应变关系用于数值模拟, 相当于将单元分裂过程中破裂界面的力学行为均匀化到单元体上. 当计算单元的大小不能支持这种均匀化时, 数值模拟的结果就不自洽了.

为弥补传统力学方法的不足, 借助现代力学的思想, 提出一种新的获得材料特性的技术路线. 新的技术路线不再以获得应力应变关系为目的, 而是力求获得材料的应变强度分布函数以及试样由力学特性转化为力学行为的临界应变值.

具体的技术路线如下:

- (1) 将试样作为研究区域, 基于试样内特征尺寸和结构划分计算单元;
- (2) 计算单元采用弹性-断裂模型, 即单元在断裂前后均为弹性体;
- (3) 单元界面只有连续和断裂两种状态, 按照连通率确定断裂与连续界面面积的比;
- (4) 采用连续-非连续单元方法模拟, 计算单元模型为单元可破裂模型;
- (5) 假设单元的应变强度分布函数, 其参数为待定参数, 由本次实验和数值模拟获得;
- (6) 以试样边界的荷载和变形结果作为边界条件和校核条件, 如加位移边界条件, 加载力作为校核条件;
- (7) 给定不同的应变强度分布参数, 当对应加载条件下的数值模拟结果与校核条件接近时, 此组参数即为应变强度准则中的参数, 其中包括材料特性临界应变值.

按照上述的实验和计算方法, 可以获得材料的应变强度分布函数和材料特性临界应变值. 由新方法获得的材料参数应用于数值模拟, 在损伤演化阶段, 采用应变强度分布函数, 当达到材料特性临界值, 单元断裂. 在断裂面上用断裂时的破裂度和面上的应变强度准则计算. 以此完成研究对象的灾变过程模拟.

示例1: 页岩单轴压缩实验.

对页岩进行单轴压缩实验, 页岩层理在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 方向变化. 图1为实验给出的抗压强度随层理角度的变化规律(实验结果由中国科学院地质与地球物理研



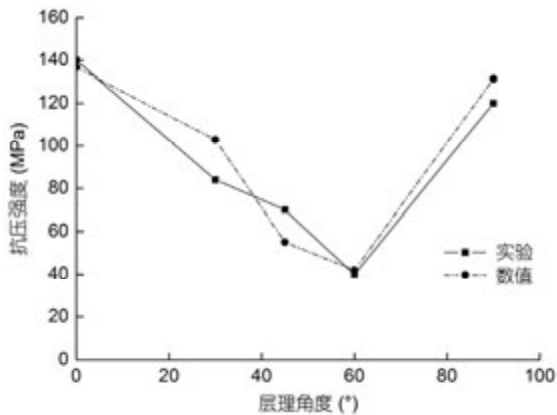


图1 不同层理夹角下页岩抗压强度的数值模拟结果和实验结果的对比

Figure 1 Comparison between numerical results and test results of the compressive strength for shale under distinct joint angle

究所李晓研究团队提供)。

已知参数: 由实验获得的宏观应力应变曲线、弹性模量、线性比例极限应变、断裂应变、最大应力对应的应变. 由显微镜或其他方法获得的结构面方向、间距.

基本假设: 假设材料的应变强度分布为正态分布.

反分析参数: 平均应变强度、均方差、内摩擦角、初始连通率、泊松比、宏观裂缝对应的应变.

计算方案: 按照实验加载过程, 分别给出不同的应变值, 求出对应的应力; 在反分析参数的取值范围, 选定参数值, 遍历计算; 综合考虑不同层理夹角的模拟结果和实验结果的符合程度, 选择一组最接近的, 即为所求的实验参数. 图1给出了不同夹角下模拟所得的抗压强度和实验结果的对比.

根据实验和数值模拟获得的页岩材料特性参数为: 弹性模量 $E=18.4$  GPa, 泊松比 $\nu=0.2$ , 块体黏聚力 $C_b=65$  MPa, 块体抗拉强度 $T_b=0.37$  MPa, 块体内摩擦角 $\phi_b=30^\circ$ , 节理黏聚力 $C_j=25$  MPa, 节理抗拉强度 $T_j=0.1$  MPa, 节理内摩擦角 $\phi_j=25^\circ$ . 图2为利用校准出的参数模拟出获得的应力应变曲线.

#### 4 破裂度是表述工程灾变程度的重要物理量

固体力学描述材料的破坏是当固体介质中某一点上的应力或者应变满足强度准则时, 就认为材料发生了破坏. 就地质体而言, 介质内部充满了裂隙, 在裂隙上几乎不能承受拉应力, 张性裂隙也不能承

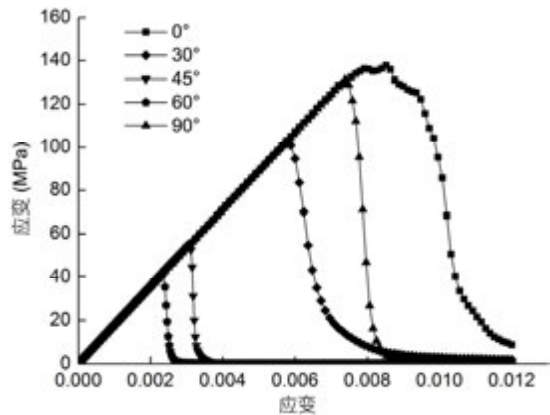


图2 数值模拟获得的页岩试样在不同层理角度下的应力应变曲线  
Figure 2 Stress-strain curves of the shale samples with different joint angles by numerical simulation

受剪应力. 可以说, 地质体内充满了无数的破坏点, 而充满结构面的地质体仍然可以作为永久构筑物. 在微观尺度下的金属材料也充满了大量的缺陷, 机械的设计与制造需要量化地表述这些缺陷. 如何表述地质体内部复杂的结构面及金属材料微观的缺陷是固体力学中很棘手的问题.

损伤本构是在微元尺度上, 描述材料特性的, 而不是研究对象的宏观灾变程度. 在实际的工程问题中, 首先要直接回答工程尺度上的破裂程度, 比如地质灾害是在山体尺度上宏观破坏, 预测山体的破坏程度和灾害规模并给出预警; 矿山上的爆破工程是要表述爆炸作用区域的破碎程度; 页岩气开发要表述压裂区的体破裂<sup>[20,21]</sup>、缝网复杂程度、甚至宏观的渗透性. 然而, 工程尺度的破裂是从局部更小尺度的破坏经过演化而来的, 并且与介质初始的状态有关. 有了高效的数值模拟, 就可以进行跨尺度的力学分析.

描述跨尺度的破坏程度不仅既要有理论和概念上更新, 又要借助数值模拟实现. 连续-非连续计算模型<sup>[22-25]</sup>, 可以借助数值模拟, 将用显示的破裂面积表示破裂程度. 在文献[26,27]中提出了表征地质灾害预测的破裂度概念, 它定义了破裂度为当前破坏状态与灾变破坏状态的比值. 从破裂度的定义和具体实践, 可以看到现代力学是怎样实现借助信息技术和数值模拟回答工程的.

(1) 建立地质模型, 提炼与力学分析密切相关的初始状态地质信息. 如地质体初始状态下的地应力、地质结构及结构面的连通性、岩性等.

(2) 建立合理的力学模型, 主要是指选择合理描

述材料特性的本构模型. 不仅能够表达材料的损伤过程, 还能够表达单元的断裂过程; 如连续非连续模型、积分流形模型等.

(3) 建立计算模型, 按照地质模型的材料结构属性和岩性划分单元. 如既有的结构面、连通性、单元的各向损伤特性、单元的计算质量等, 应尽可能在划分单元时充分考虑.

(4) 选择合理的计算方法, 如能够表述岩体破裂过程的动力学计算方法.

(5) 在可能的参数变化范围内选取参数, 进行数值模拟, 并获得对应参数的各种结果, 其中包括安全状态、不同的失稳状态以及不同的成灾范围.

(6) 将计算结果与现场测量结果比较, 选出计算与工程结论相近的结果.

(7) 得到对应相近结果的一组参数, 给出该结果下的破裂面积, 为当前破裂面积.

(8) 选定计算结果中预测的灾变状态, 求出灾变破裂面积.

(9) 求出破裂度等于当前破裂面积与破裂面积之比. 由此获得发生某种灾变的破裂程度.

从整个的分析过程看到, 整个分析基于数值模拟, 引入了新的连续非连续理论模型, 应用现场监测结果筛选出“正确”的结果, 由数值模拟预测灾变状态以及得到发生某种灾害的程度. 这一技术路线也可以用于其他灾变分析, 包括岩土中爆破效果评价与页岩气致裂效果评价.

## 5 现代力学的工程科学属性

钱学森先生早在1948和1957年就明确提出了工程科学<sup>[28-31]</sup>的概念. 他指出工程科学是由自然科学与工程技术相结合产生的一门新的学问. 概括其工程科学的思想, 可以给出工程科学的定义: 工程科学是基于自然科学的理论探索和认知工程规律的科学. 计算力学作为现代力学的主体实现了从理论模型研究到工程应用与工程实现的过程, 其中包括建立理论模型、提出计算方法、实现计算程序、给出计算结果、实验验证结果、直至模拟工程问题给出基本规律. 可以看出, 计算力学完全具备工程科学的属性. 特别是, 当现代力学将数值模拟与现场测量相结合, 计算所得到的规律性得到了工程检验, 数值模拟就可以直接回答工程问题, 成为解决实际问题的重要工具.

工程科学的科学属性在于研究工程规律, 不是

自然规律. 更具体的, 现代力学的数值模拟就是要在拉格朗日方程的基础上, 针对工程问题发展新的物理模型、计算模型、高效的计算方法; 特别要研究利用测量结果校核各种模型的合理性、以及反演介质的力学特性的方法. 一般说来, 力学问题的解决是在已知边界条件、材料特性、初始条件下, 给出研究对象的运动规律. 现代力学的科学问题研究应聚焦在对边界条件、材料特性、初始条件都不是很清楚的条件, 借助测量结果, 研究介质的特性及演化规律.

按照钱学森先生的论述, 工程科学3个工程属性分别是: 研究工程方案的可行性; 如果可行则论证其技术的可靠性及经济的合理性; 找出工程失效的原因. 这与工程专家和工程师有相同的工作内容, 而关键的区别在于工程科学家不是用经验而是通过定量化的分析认识基本规律之后回答上述问题的. 很显然, 通过数值模拟, 可以定量化的论证、优化方案, 也可以发现事故可能的原因.

数值模拟不仅是解决工程问题的重要工具, 也是进行前沿理论探索的不可缺少的工具. 一个新的本构模型, 可以先引入计算模型中, 通过数值模拟实验或典型案例检验模型的合理性. 新的理论研究成果, 在引入工程检验之前, 可以先通过数值模拟检验. 借助于数值模拟可以将最前沿的理论模型引入到工程计算, 也可以在模拟实际工程问题时发现模型的不合理性, 修正已有模型或者提出新的模型. 可以看出, 现代力学是将理论与工程应用相融合的科学, 贯穿着从理论研究到工程实践的完整链条.

## 6 现阶段页岩气开发应走现代力学先行的技术路线

我国页岩气能源经过众多工程专家与科学家的探索, 已经回答了是否有丰富的储量与可开发量的问题. 然而, 开发技术的可靠性和经济性仍然需要深入的探索.

正如其他工程技术一样, 页岩气开发面临的工程问题也应当追求可靠、高效、经济. 页岩气开发工程的特点是从地下获得的信息很不完全, 即使取出了试样也不能真正认识地下岩体的特性, 各种地上的、室内的实验都难以真正回答工程问题; 工程专家为了得到答案, 采用了直接进行工程实验的方法, 或借用常规油气开发已有的经验, 或引进国外成熟的



技术,或总结常规油气的经验消化国外技术,解决特殊的问题.其结果是用较大的代价获得的成果中,带有很多“运气”的成分.有时会得到出乎意料的高产气井,而相同的方法应用于其他区块就可能收效甚微.当遇到技术难题时,难以定量的理性分析,失败的概率增加.

现代力学先行,可以充分利用已有信息,并开展局部的实验,分析其他成功和失败的案例,提出多种技术方案并进行全尺度、全过程模拟.从中选出工艺窗口最宽的方案,然后,再进行工程尺度实验.针对实验中发现的问题,及时修改地质、力学和计算模型.即使工程失败也可以定量地找到失败的原因.

计算机技术发展到今天,在大型并行计算机上计算规模可以达到 $10^8 \sim 10^9$ 个单元,计算速度可以达到 $10^8$ 单元步/s<sup>[32]</sup>.简言之,对于一个压裂段用百万单元计算,每个时步如果在 $10^{-4}$  s,完成小时量级的物理时间计算,要计算 $10^7 \sim 10^8$ 个时步,需要百万秒,也就是数十天才能完成.工程实际需要在几个小时内完成一个案例,这就要深入的研究提高效率.

现代力学先行的技术路线优势主要体现在:

(1) 再现成功的案例和成熟技术,可以认识到当前技术的优势,找到成功和失效的原因;

(2) 用较少的代价,探索新的思路和新方案;

(3) 当发现获得的工程规律与工程实践不符合时,找出理论研究的方向;

(4) 开展小尺度、或局部实验验证实验,为全尺度工程实验做准备;

(5) 将最新的理论研究成果用于工程模拟,并提出相应的方案;

(6) 在有一定技术储备的基础上,进行工程实验,可以为工程实验中出现的的问题提供解决思路.

## 7 基于页岩内部特征尺度的体破裂度、渗透张量及气体采出量密度

页岩体复杂缝网的计算模拟中,一项很重要的工作是如何表述页岩的破裂程度,在本文的第4节,已经提出了工程尺度下的破裂度表述问题,是指在连续-非连续模型下单元尺度上的破裂面积计算方法.本节将重点讨论在计算单元破裂之前,建立怎样的力学模型,准确描述单元尺度上材料的力学特性.地质专家们的钻探及分析成果,给力学研究提供了

非常宝贵的数据,最近的研究表明<sup>[33-35]</sup>:露头页岩体的矿物成分与地下钻探获得的页岩成分构成基本相同;矿物质微团的尺寸也基本一致;在地表试样观察到的裂纹长度、裂纹间距均在 $10^{-4} \sim 10^{-3}$  m量级,而裂纹的厚度约 $10^{-1}$   $\mu\text{m}$ ;裂纹的发生基本在矿物质的边界上.

由此可以推测,地下岩体固有的或潜在的裂纹尺度与实际压裂的破裂尺度基本一致.这就为力学分析提供了一个重要的物理量,即,页岩破裂的特征长度.为此,建议采用如下几何模型和体破裂度表述方法:

(1) 初始岩体结构与划分单元的方法.在工程尺度的致裂范围内,基于结构层的空间方位划分一族相互平行的面,平行面的间距一般可取裂纹间距的 $n$ 倍;在两个相邻平行面包围的区间内划分出一层单元,划分的单元的节点均在两个平面内,两个平面会被单元的表面覆盖.由于任何单元都可以被四面体单元组合,不失一般性这里只讨论四面体单元.划分后的四面体单元体积和表面积分别为 $V_i, S_i$ .

(2) 特征元.假设计算单元是由棱长缩小 $n$ 倍的小单元组成,称这些小单元为特征元.特征元的长度与页岩体微裂纹的特征长度接近,尺寸是单元尺寸的 $1/n$ ,单元所包含的特征元的数量为 $N=n^3$ .

(3) 单元破裂度.如果单元内有 $M$ 个特征元破裂,那么,破裂体积是总体积的 $M/N$ ,该比值可以称为体积破裂度,用以表示单元的体破裂程度 $D_v$ .

(4) 单元的应力状态.在数值模拟中计算单元决定了计算的精度,认为单元内的应变变化不大.假设计算单元内的应变是等应变的,单元内每个特征元的应变状态与单元相同,在损伤的阶段破裂的性态也相同.

(5) 单元的破裂状态与破裂度.若每个特征元的破裂面积为 $S_b$ ,最大可能破裂面积为 $NS_b$ .这样,当 $M$ 个特征元破裂时,破裂面积 $MS_b$ 与所有特征元可能破裂的面积 $NS_b$ 之比为 $D_s=M/N$ ,称为单元的面积破裂度.可以看出,在定义了特征元及等应变单元假设下,单元的面破裂度与体破裂度相等,统称为单元破裂度 $D_e$ .

文献[23,24]阐述了破裂度的概念,作者也在其他论文中有专门的表述.然而,对于含有内部特征尺度的页岩体,体破裂度的定量化表述更为清晰,在页岩致裂理论表达上更有意义.为表述的完整性,简要

回顾表述体单元应变强度分布准则<sup>[36-38]</sup>.

基本假设: (1) 计算单元是等应变的; (2) 单元内部特征元的拉伸应变强度和剪切应变强度服从某种分布; (3) 计算单元内的特征元只有破裂和未破裂两种状态; (4) 每个特征元内部只产生一个破裂面而且是平面; (5) 尚未破裂的特征元处在线弹性状态; 特征元的破裂面在受拉状态下应力为零, 剪断状态服从库伦摩擦定律.

客观上, 页岩内部已有的和潜在的裂纹分布在计算单元内, 虽然知道其特征尺寸的大小, 但是, 并不知道其分布规律以及裂纹的形状. 定义裂纹长度的特征尺寸 $L$ 为可见裂纹的最大值, 不同形状的特征元具有不同的特征体积, 并可以给出特定形状下可能的最大破裂面积和最大裂纹尺度. 最大裂纹尺度就是所观察的特征长度, 如球的最大尺度是直径, 六面体的最大尺度是最长对角线. 已知形状和特征尺寸, 就可以求出单元内特征元的数量:

$$N = \frac{V}{v_0}, \quad (18)$$

其中,  $V$ 是单元的体积,  $v_0$ 是特征元的体积.

可以根据特征元数和特征元的最大破裂面积获得可能的最大破裂面积:

$$S_{\max} = N \times S, \quad (19)$$

其中,  $S_{\max}$ 为可能的最大破裂面积,  $S$ 为特征元的破裂面积.

将 $S$ 用特征长度表达, 就可以比较不同单元形状对应的最大破裂总面积, 见表1. 表1只是说明, 对于给定的单元和可以观测到的特征尺度. 单元体内球形的最大破坏面积最小, 而四面体的最大破坏面最大. 为此, 给出单元最大破裂面积的公式:

$$S = \kappa \frac{V}{L}. \quad (20)$$

表1 不同单元形状下的特征尺寸

Table 1 Characteristic scale in different element shape

类型	体积	最大破裂面积	最大破裂长度 $L$	特征元数	单元最大破裂总面积
球形	$4/3\pi r^3$	$\pi r^2$	球半径 $r$	$\frac{3}{4\pi} \frac{V}{r^3}$	$\frac{3}{4} \frac{V}{L}$
正六面体	$l^3$	$\sqrt{2}l^2$	对角线长 $\sqrt{3}l$	$\frac{V}{l^3}$	$\sqrt{6} \frac{V}{L}$
正四面体	$\frac{\sqrt{2}}{12} l^3$	$\frac{\sqrt{3}}{4} l^2$	棱长 $l$	$6\sqrt{2} \frac{V}{l^3}$	$\frac{3\sqrt{6}}{2} \frac{V}{L}$

在上述假设的基础上, 给出如下的代表性体积单元任意方向的本构关系:

$$\sigma_n = I_e (2G\varepsilon_n + \lambda e) + \begin{cases} D_b (2G\varepsilon_n + \lambda e), & \varepsilon < 0, \\ 0, & \varepsilon \geq 0, \end{cases}$$

$$\tau = I_e G\gamma + \begin{cases} D_b G\gamma, & G\gamma < \sigma_n \tan\varphi, \varepsilon < 0, \\ D_b |2G\varepsilon_n + \lambda e| \tan\varphi, & G\gamma > \sigma_n \tan\varphi, \varepsilon < 0, \\ 0, & \varepsilon \geq 0, \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $\lambda$ ,  $G$ 为拉梅系数, 分别表示材料的体积变形和剪切变形模量;  $e$ ,  $\varepsilon_n$ 和 $\gamma$ 分别表示材料的体积应变、正应变和剪切应变;  $\varphi$ 为材料断裂后的摩擦角;  $\varepsilon$ 为名义正应变, 有  $E\varepsilon = 2G\varepsilon_n + \lambda e$ ,  $\varepsilon < 0$ 表示材料受压,  $\varepsilon > 0$ 表示材料受拉; 取 $I_e$ 和 $D_b$ 分别为介质的完整度和破裂度, 并定义为

$$I_e = \alpha_l \beta_l, \quad (22)$$

$$D_b = 1 - I_e, \quad (23)$$

其中

$$\alpha_l = \begin{cases} 0, & \varepsilon \geq \varepsilon_{\max}, \\ \frac{1}{S_{\max}} \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} s_{\sigma}(\varepsilon) d\varepsilon, & \varepsilon_{\min} < \varepsilon < \varepsilon_{\max}, \\ 1, & \varepsilon \leq \varepsilon_{\min}, \end{cases} \quad (24)$$

$$\beta_l = \begin{cases} 0, & \gamma \geq \gamma_{\max}, \\ \frac{1}{S_{\tau \max}} \int_{\gamma}^{\gamma_{\max}} s_{\tau}(\gamma) d\gamma, & \gamma_{\min} < \gamma < \gamma_{\max}, \\ 1, & \gamma < \gamma_{\min}, \end{cases} \quad (25)$$

$\alpha_l$ ,  $\beta_l$ 分别表示代表性体积单元的拉伸完整度和剪切完整度;  $s_{\sigma}(\varepsilon)$ ,  $s_{\tau}(\gamma)$ 分别表示代表性体积单元单位体积内拉伸应变强度分布函数和剪切应变强度分布函数;  $\varepsilon_{\min}$ ,  $\varepsilon_{\max}$ 和 $\gamma_{\min}$ ,  $\gamma_{\max}$ 分别表示代表体积性单元内部发生微元破裂的最小拉应变、完全拉断的最大拉应变和发生微元破裂的最小剪应变、最大剪应变.

由公式(22)~(25)可以求出计算单元在任意应变状态下的破裂度。

由于在不同方向上的应变值不同, 所得到的各方向上的破裂度也不同, 也就是说破裂度是张量。一个破裂面可能同时发生拉伸破坏和剪切破坏, 一旦定义了破裂度 $D_{ij}$ , 岩体的剪切和拉伸破裂方向就会合二为一, 只是拉伸破裂和剪切破裂的比例不同。

在页岩气开发技术的理论研究中, 人们非常关注岩体的剪切破坏和拉伸破坏。事实上, 在新的模型下, 两种破坏可以统一表达, 而渗透率不仅与破裂度有关还与应力状态有关。也就是说, 页岩的渗透性是不不断演化的。所以, 渗透性参数不仅要考虑材料的力学特性还要考虑材料的力学行为。

定义 $K_{ij}$ 为渗透张量, 渗透面的法矢量与拉应力为一致为 $i$ , 切向矢量与剪应力方向 $j$ 一致。于是渗透张量可以表示为

$$K_{ij} = K_{ij0} f(\varepsilon_{ii}, D_{ij}). \quad (26)$$

表征页岩气资源开发量的物理量与破裂度、破裂体积以及资源存储量有关, 可表示为

$$Q_d = \iint_{\Omega} f(Q_r) D_{ij} dx^3. \quad (27)$$

综上所述, 建议描述页岩破裂表述的基本特征长度为矿物质微团的特征尺寸。提出了该特征尺寸下, 计算单元的体破裂度的方法。并在此基础上给出了描述页岩渗透行为的物理量渗透张量。给出了在计算模型下的可开发量与破裂度以及破裂体积的关系式。各种参数都可以在数值模拟中定量的表达出来, 由此体现了现代力学解决工程问题的重要作用。

## 8 水力压裂全过程模拟的时间尺度分析及计算策略

现代的计算机模拟工程问题有着超强的计算能力, 可以实现空前的计算规模和计算速度。然而, 全尺度、全过程模拟页岩气开发的压裂动态过程, 计算时间依然太长, 难以满足工程实用的需要, 需要进行深入的理论研究工作, 简化抽象物理模型。

按照水力压裂的工艺流程分析其力学过程。首先是高压水泵按照流量控制将压裂液由井口压入井下; 液体穿过井壁射孔进入处于高地应力状态下的页岩体, 高压流体可以使既有的闭合天然裂缝重新打开, 也可以破坏裂隙间的岩桥, 形成裂隙流动或渗

流到页岩基质内部; 岩体在裂隙、孔隙渗流与地应力共同作用下破裂, 裂隙水使既有裂隙开度增加, 裂纹尖端应力提高, 孔隙渗流增加裂纹尖端的拉力, 加快裂纹开裂速度; 压裂液中的支撑剂在流体驱动下运动, 一方面改变裂缝尖端的应力场阻止单一裂缝发展, 另一方面当裂缝内压力低于地应力时, 颗粒可以保持破裂场的存在。

这一复杂的物理过程, 几乎不能用解析的形式定量表达出来, 数值模拟及反分析是解决问题的重要途径。关键的问题在于如何获得反映介质破坏演化过程中的材料特性参数以及实现全尺度、全过程的数值模拟。为此, 提出如下解决方案。

分析裂隙、孔隙渗流<sup>[39-41]</sup>及应力相互作用过程中的特征速度, 以确定压裂过程中的主要时间控制因素。

应力波的传播速度: 它与页岩的弹性模量、密度有关, 当有裂纹时也与裂缝分布有关, 其量级为 $10^3$  m/s;

裂隙渗流的速度: 按照平板裂隙流的估算, 裂隙流的渗透系数可以表示为

$$K = \frac{h^2}{12}, \quad (28)$$

其中 $h$ 为裂缝宽度。当缝宽在0.1 mm时,  $K$ 在 $10^{-9}$  m<sup>2</sup>量级, 比孔隙渗流的渗透率大8个量级以上, 对应的裂隙渗流速度约为10 m/s。

页岩孔隙渗流的速度: 由达西定律估算

$$v = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (29)$$

其中 $\mu$ 为黏性系数 $10^{-3}$  Pa s;  $K$ 为渗透率0.01 mD约为 $10^{-17}$ , 取单元尺寸在 $10^{-1}$  m, 压力增量 $10^7$  Pa, 则孔隙渗流的速度在 $10^{-7}$  m/s。

由此可以得到, 3种运动机制在单段致裂时间内约 $10^4$  s(两个多小时)的传播或流动的距离分别是 $10^7$ ,  $10^5$ ,  $10^{-2}$  m, 与单段压裂的距离在 $10^1 \sim 10^2$  m相比均不在同一量级。事实上, 真正反映页岩破裂行为的是压裂过程中产生破裂区域的扩展速度(称为破裂速度), 它是3种力学过程耦合的结果, 需要用反映这一过程的数值模拟回答。但是, 3种力学过程的特征速度决定了计算的时间步长, 设单元尺寸为 $10^{-1}$  m。

计算弹性波的步长要求为

$$\Delta t_e < \frac{L}{c} \approx \frac{10^{-1}}{10^3} = 10^{-4} \text{ (s)}, \quad (30)$$

计算裂隙渗流的步长要求为

$$\Delta t_l < \frac{L}{v_l} \approx \frac{10^{-1}}{10^1} = 10^{-2} (\text{s}), \quad (31)$$

计算孔隙渗流的步长要求为

$$\Delta t_p < \frac{L}{v_p} \approx \frac{10^{-1}}{10^{-7}} = 10^6 (\text{s}). \quad (32)$$

在实际的计算中,波的传播引起的应力场变化看作是瞬间完成的,用准静态模型,渗流用物理时间,计算通常时步在 $10^{-3} \sim 10^{-4}$  s的量级可以维持计算,由此分析完成一个工程尺度的计算需要 $10^8$ 时步,即使在大型并行机上,完成一次100万单元模型的计算也需要超过在100天的时间,从工程的角度难以接受.为此,需要在认识页岩破裂机理的基础上,借助现代力学(已知部分结果)的方法,提出页岩体破坏在时间和空间上全尺度模拟的简化计算模型,确定模拟过程的物理时间.

简化的物理过程可以理解为

(1) 在压裂过程中,有初始地应力的条件下,水压引起的应力波传播速度认为是无穷大,可以看作是静态压裂;

(2) 裂隙渗流从套管入口至压裂区前沿裂纹尖端处,如果裂纹没有处于扩展过程中,流体的流速受流量和破裂面积的限制,流速不高,阻力也有限,可以认为大部分裂纹尖端的压力与入口处压力近似相等,或根据入口至尖端的路径确定压差;

(3) 如果裂纹处于扩展过程中,裂纹开裂的时间很短,流体压降很大,认为水充填进裂缝的时间在瞬间完成,忽略充填时间;

(4) 给定射孔孔口处的流量、平均单元尺寸并划分单元;

(5) 选定强度分布函数,变化分布函数中的参数计算;

(6) 物理时间等于裂隙和孔隙中存储的压裂液总量与入口总流量的比值;

(7) 调整强度分布参数值,其相对变化值与计算压力和测量压力比值有关.

在这个方案中,将固体破裂问题和渗流问题进行了解耦.固体破裂问题是在固定边界条件下的准静态过程,作为边界条件的裂隙渗流压力场是固定的.为了将准静态计算的结果和真实工程中的物理

时间联系起来,采用了质量守恒方程来计算对应的物理时间.这种计算方案自然满足质量守恒,同时充分考虑到工程现场压裂过程中压力和流量曲线的实际状态,计算效率相比耦合计算大大提高.

可以看出,上述方案将计算时间和物理时间建立了对应关系,这是基于已知工程实践中的输入流量,该技术路线充分体现了现代力学的研究方法.

## 9 结论

伴随着现代信息技术的发展,现代力学的发展进入了新的时期.计算力学和全尺度监测将成为现代力学的主体.连续-非连续介质力学中的动量方程可以统一用拉格朗日方程表述成积分微分方程,计算力学中的多种计算方法只是由拉格朗日方程中选取不同的积分区域和积分变量组合而成的.全尺度测量可以校核、验证计算方法的正确性,也可以与数值模拟结合研究介质的力学特性.基于应变强度准则,提出了用现代力学方法研究材料特性的新的技术方案.我国研究可持续发展的页岩气开发新方案应采用现代力学先行的技术路线.页岩体微观结构中的矿物质分布几何尺度对于开展力学研究很有意义;基于该尺度提出了体破裂度的计算方法;定义了渗透性张量,并给出了页岩气可开发量密度的表述方法;鉴于裂隙、孔隙及应力场耦合的动态计算效率很低,提出了一种新的计算方案,将应力场、裂隙渗流场用准静态模型计算,渐进破裂裂隙体积和滤失量等于总流量,并建立注入总水量、流量与计算时间之间的对应关系,进而获得物理时间.可持续发展页岩气开发新方案提出、论证是一个长期的过程,需要工程科学家付出艰辛的劳动,采用现代力学研究可以加速研究进程,可能以较小的代价获得更为合理的技术方法.

因为有了现代信息技术,才有了现代力学新的增长点,要研究就充分利用监测结果的力学分析方法;页岩气开发正是可以监测到地下的一些信息,而不太清楚地质体的特性,因此,需要现代力学来解决.鉴于作者对力学理论和页岩气工程两方面的知识掌握都不够全面,本文抛砖引玉,旨在渴望页岩气专家认识到页岩气开发更需要现代力学方法解决工程问题,而力学专家需要大力发展现代力学为页岩气开发提供理论和方法支持.

**致谢** 特别感谢冯春、马照松、王杰、王理想等中国科学院地质力学及应用研究团队成员,在相关问题上长期讨论中使作者对问题的认识不断深化;感谢郑哲敏先生的指导以及他领导下的中国科学院力学研究所页岩气研究团队的支持。

## 参考文献

- 1 U.S. Energy Information Administration. World Shale Gas Resources: An Initial Assessment of 14 Regions Outside the United States. Washington: Energy Information Administration, 2011
- 2 Zhang J C, Jin Z J, Yuan M S. Reservoiring mechanism of shale gas and its distribution (in Chinese). Nat Gas Indust, 2004, 24: 15–18 [张金川, 金之钧, 袁明生. 页岩气成藏机理和分布. 天然气工业, 2004, 24: 15–18]
- 3 Zou C N, Dong D Z, Wang S J, et al. Geological characteristics, formation mechanism and resource potential of shale gas in China (in Chinese). Petrol Explor Develop, 2010, 37: 641–653 [邹才能, 董大忠, 王社教, 等. 中国页岩气形成机理、地质特征及资源潜力. 石油勘探与开发, 2010, 37: 641–653]
- 4 Zhang J C, Xu B, Nie H K, et al. Exploration potential of shale gas resources in China (in Chinese). Nat Gas Indust, 2008, 28: 136–140, 159–160 [张金川, 徐波, 聂海宽, 等. 中国页岩气资源勘探潜力. 天然气工业, 2008, 28: 136–140, 159–160]
- 5 Wang L S, Liao S M, Chen G S, et al. Bottlenecks and countermeasures in shale gas exploration and development of China (in Chinese). Nat Gas Indust, 2011, 31: 119–122 [王兰生, 廖仕孟, 陈更生, 等. 中国页岩气勘探开发面临的问题与对策. 天然气工业, 2011, 31: 119–122]
- 6 Cui S H, Ban F S, Yuan G J. Status quo and challenges of global shale gas drilling and completion (in Chinese). Nat Gas Indust, 2011, 31: 72–75 [崔思华, 班凡生, 袁光杰. 页岩气钻完井技术现状及难点分析. 天然气工业, 2011, 31: 72–75]
- 7 Wu Q Y, Zheng M, Yun Y H. Shale gas produced water contamination and its comprehensive treatment (in Chinese). Sci Technol Rev, 2014, 32: 74–83 [吴青芸, 郑猛, 胡云霞. 页岩气开采的水污染问题及其综合治理技术. 科技导报, 2014, 32: 74–83]
- 8 Bažant Z P, Salviato M, Chau V T, et al. Why fracking works. J Appl Mech, 2014, 81: 101010
- 9 Yao J, Sun H, Huang Z Q, et al. Key mechanical problems in the development of shale gas reservoirs (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2013, 43: 1527–1547 [姚军, 孙海, 黄朝琴, 等. 页岩气藏开发中的关键力学问题. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 1527–1547]
- 10 Tsien H S. Modern mechanics—Statement in the national mechanical planning conference 1978 (in Chinese). Mech Eng, 1979, 1: 4–9 [钱学森. 现代力学——在一九七八年全国力学规划会议上的发言. 力学与实践, 1979, 1: 4–9]
- 11 Lin T J, Pu Q. On the development of modern mechanics (in Chinese). Adv Mech, 1990, 20: 1–10 [林同骥, 浦群. 现代力学的发展. 力学进展, 1990, 20: 1–10]
- 12 Liu Z W, Sa L M, Wu F R, et al. Microseismic monitoring technology status for unconventional resource E&P and its future development in CNPC (in Chinese). Oil Geophys Prospec, 2013, 48: 843–853 [刘振武, 撒利明, 巫芙蓉, 等. 中国石油集团非常规油气微地震监测技术现状及发展方向. 石油地球物理勘探, 2013, 48: 843–853]
- 13 Liu B H, Qin X Y, Zheng S L, et al. Microseismic monitoring and its applications in oilfield operations (in Chinese). Prog Explor Geophys, 2005, 28: 325–329 [刘百红, 秦绪英, 郑四连, 等. 微地震监测技术及其在油田中的应用现状. 勘探地球物理进展, 2005, 28: 325–329]
- 14 Zhu W C, Tang C A, Yang T H, et al. Constitutive relationship of mesoscopic element used in RFPA2D and its validations (in Chinese). Chin J Rock Mech Eng, 2003, 22: 24–29 [朱万成, 唐春安, 杨天鸿, 等. 岩石破裂过程分析(RFPA2D)系统的细观单元本构关系及验证. 岩石力学与工程学报, 2003, 22: 24–29]
- 15 Hao Z F, Kang S Z. Current situation and development trend of numerical simulation of groundwater system (in Chinese). Adv Sci Technol Water Res, 2006, 26: 77–81 [郝治福, 康绍忠. 地下水系统数值模拟的研究现状和发展趋势. 水利水电科技进展, 2006, 26: 77–81]
- 16 Yang S Q, Xu W Y, Wei L D, et al. Statistical constitutive model for rock damage under uniaxial compression and its experimental study (in Chinese). J Hehai Univ (Nat Sci), 2004, 32: 200–203 [杨圣奇, 徐卫亚, 韦立德, 等. 单轴压缩下岩石损伤统计本构模型与试验研究. 河海大学学报(自然科学版), 2004, 32: 200–203]
- 17 Imania M, Fahimifara A, Sharifzadeh M. Bearing failure modes of rock foundations with consideration of joint spacing. Sci Iran, 2012, 19: 1411–1421
- 18 Sun J. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications (in Chinese). Chin J Rock Mech Eng, 2007, 26: 1081–1106 [孙钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展. 岩石力学与工程学报, 2007, 26: 1081–1106]

- 19 Han J X, Li S C, Li S C, et al. Study of post-peak stress-strain relationship of rock material based on evolution of strength parameters (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2013, 34: 342–346 [韩建新, 李术才, 李树忱, 等. 基于强度参数演化行为的岩石峰后应力-应变关系研究. *岩土力学*, 2013, 34: 342–346]
- 20 Xie H P, Gao F, Ju Y, et al. Unconventional theories and strategies for fracturing treatments of shale gas strata. *J Sichuan Univ (Eng Sci)*, 2012, 44: 1–6 [谢和平, 高峰, 鞠杨, 等. 页岩储层压裂改造的非常规理论与技术构想. *四川大学学报(工程科学版)*, 2012, 44: 1–6]
- 21 Xie H P, Gao F, Ju Y, et al. Novel idea of the theory and application of 3D volume fracturing for stimulation of shale gas reservoirs (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2016, 61: 36–46 [谢和平, 高峰, 鞠杨, 等. 页岩气储层改造的体破裂理论与技术构想. *科学通报*, 2016, 61: 36–46]
- 22 Li S H, Liu X Y, Liu T P, et al. et al. Continuum-based discrete element method and its applications. Beijing, DEM08, 2008
- 23 Zhou D, Wang J, Li S H. Continuum-discontinuum element method and its basic models (in Chinese). *Chin J Comput Mech*, 2014, 31: 220–225, 236 [周东, 王杰, 李世海. 连续非连续单元法及其基本模型. *计算力学学报*, 2014, 31: 220–225, 236]
- 24 Wang J, Li S H, Zhang Q B. Simulation of crack propagation of rock based on splitting elements (in Chinese). *Chin J Theor Appl Mech*, 2015, 47: 105–118 [王杰, 李世海, 张青波. 基于单元破裂的岩石裂纹扩展模拟方法. *力学学报*, 2015, 47: 105–118]
- 25 Wang J, Li S H, Feng C. A shrunken edge algorithm for contact detection between convex polyhedral blocks. *Comput Geotech*, 2015, 63: 315–330
- 26 Li S H, Zhou D, Liu T P. Risk analysis method of accumulated landslide based on fracture degree (in Chinese). *Chin J Rock Mech Eng*, 2013, 32: 3909–3917 [李世海, 周东, 刘天苹. 基于破裂度的堆积层滑坡危险性分析方法. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32: 3909–3917]
- 27 Li S H, Zhou D, Wang J, et al. Key problem of engineering geomechanics in hydroelectric energy exploitation (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2013, 43: 1602–1616 [李世海, 周东, 王杰, 等. 水电能源开发中的关键工程地质体力学问题. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2013, 43: 1602–1616]
- 28 Tsien H S. Engineering and engineering sciences. *J Chin Inst Engineers*, 1948, 6: 1–14
- 29 Tsien H S. Engineering sciences (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 1957, 4: 97–104 [钱学森. 论技术科学. *科学通报*, 1957, 4: 97–104]
- 30 Zheng Z M. Some thoughts on engineering science and engineering science ideology (in Chinese). *Bull Chin Acad Sci*, 2001, (2): 132–133 [郑哲敏. 关于技术科学与技术科学思想的几点思考. *中国科学院院刊*, 2001, (2): 132–133]
- 31 Zheng Z M. About the ideas of H.S. Tsien on technological sciences (in Chinese). *Adv Mech*, 2001, 31: 490–494 [郑哲敏. 学习钱学森先生技术科学思想的体会. *力学进展*, 2001, 31: 490–494]
- 32 Wang L X, Li S H, Zhang G X, et al. A GPU-based parallel procedure for nonlinear analysis of complex structures using a coupled FEM/DEM approach. *Math Prob Eng*, 2013, 2013: 618980
- 33 Hu M Y, Qiu X Y, Hu Z G, et al. Current researches on shale gas reservoirs and existing problems (in Chinese). *Special Oil Gas Reser*, 2015, 22: 1–7 [胡明毅, 邱小松, 胡忠贵, 等. 页岩气储层研究现状及存在问题探讨. *特种油气藏*, 2015, 22: 1–7]
- 34 Wang J L, Liu G J, Wang W Z, et al. Characteristics of pore-fissure and permeability of shales in the Longmaxi Formation in southeastern Sichuan Basin (in Chinese). *J China Coal Soc*, 2013, 38: 772–777 [汪吉林, 刘桂建, 王维忠, 等. 川东南龙马溪组页岩孔隙裂隙及渗透性特征. *煤炭学报*, 2013, 38: 772–777]
- 35 Guo Y H, Zhao D F. Analysis of micro-scale heterogeneity characteristics in marine shale gas reservoir (in Chinese). *J China Univ Mining Technol*, 2015, 44: 300–307 [郭英海, 赵迪斐. 微观尺度海相页岩储层微观非均质性研究. *中国矿业大学学报*, 2015, 44: 300–307]
- 36 Li S H, Zhou D. Progressive failure constitutive model of fracture plane in geomaterial based on strain strength distribution. *Int J Solids Struct*, 2013, 50: 570–577
- 37 Li S H, Zhou D. Computational model of progressive failure plane in geological body and failure criterion of shear plane (in Chinese). *Chin J Rock Mech Eng*, 2013, 32: 3009–3015 [李世海, 周东. 地质体渐进破坏面的计算模型与剪切面破坏准则. *岩石力学与工程学报*, 2013, 32: 3009–3015]
- 38 Li S H, Zhou D. Formulation for damage of brittle materials and computational element based on criterion of strain strength distribution (in Chinese). *J Hydraulic Eng*, 2012, 43: 8–12 [李世海, 周东. 脆性材料损伤表述方法及基于应变强度分布破坏准则的计算单元. *水利学报*, 2012, 43: 8–12]
- 39 Wang L X, Li S H, Ma Z S. A finite volume simulator for single-phase flow in fractured porous media. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Discrete Element Methods and Related Techniques*. Colorado: Colorado School of Mines, 2013. 130–135
- 40 Wang L X, Li S H, Ma Z S, et al. A cell-centered finite volume method for fluid flow in fractured porous media and its parallelization with openmp (in Chinese). *Chin J Rock Mech Eng*, 2015, 34: 865–875 [王理想, 李世海, 马照松, 等. 一种中心型有限体积孔隙-裂隙渗流求解方法及其 OpenMP 并行化. *岩石力学与工程学报*, 2015, 34: 865–875]
- 41 Feng C, Li S H, Wang L X. A numerical method to solve pore seepage problems based on element local coordinate system (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2014, 35: 584–590 [冯春, 李世海, 王理想. 一种基于单元局部坐标系求解二维孔隙渗流问题的数值方法. *岩土力学*, 2014, 35: 584–590]



## Several key problems of modern mechanics in shale gas exploitation

LI ShiHai, DUAN WenJie, ZHOU Dong & FAN ZhiYong

*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

Investigation of modern mechanics has come into a new stage with the development of modern information technology. In this paper, modern mechanics introduced by Hsue-Shen Tsien has been endowed with new connotation, and the principal research subject, methods and direction of modern mechanics are summarized. Based on the Lagrange equation, the fundamental methods of computational mechanics are classified according to the geometrical description for the physical variants and integration domain of the representative element. The method to obtain mechanical parameters, properties and behaviors of materials with the combined effect of experiments and numerical simulations are proposed. And the integral and differential equations of the representative element are established with this method. The material properties, mechanical behavior of the representative element and the macro mechanical characteristics of the media composed of the representative elements are the key research topics in modern mechanics. The aim of the current material tests is to obtain the stress-strain relationship and the strength for the abstract continuous media. However, modern mechanics could do more. Properties and the evolution process of the material are determined through multi-variable measurement and numerical simulation. The whole field resolution are calculated with numerical methods and verified with monitoring data. Comparing with abundant monitoring data, questions for simulation can be gradually eliminated. The key problem in shale gas exploitation is to investigate the fracture evolution law of the shale under various situations. The technical route for the new method in shale gas exploitation should use modern mechanics to avoid blind argument in engineering scale. With modern mechanics, the limitation of hydraulic fracturing technology could be broken through and new techniques can be explored. The key issues includes: (1) To understand the fracture degree and permeability evolution of the representative element, and search for the relevant theoretical expression. (2) Investigate the problems of seepage-fracture coupling and interaction of particles. (3) New mechanical model for the full scale simulation should be developed, which could establish the relationship between fracture and permeability referring to the concept of fracture degree of the representative element. (4) Validate the fracture parameters calculated by flow and pressure at the wellhead, to provide technical indicators for the engineering design and construction.

**shale gas, modern mechanics, Lagrange equation, representative element**

doi: 10.1360/N972015-00745