

# 利用真实气体状态方程开展高超声速流场数值模拟

苑朝凯 刘云峰 姜宗林

(中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室, 北京海淀区 100190)

**摘要** 考虑真实气体效应进行数值模拟研究时, 一般将空气假定为多组分混合物, 利用 NS 方程结合适当的热力学模型和化学反应模型进行求解。各组分的质量分数通过求解组分连续方程确定, 造成计算量非常大。在分析流场结构及飞行器气动力/热特性时, 可以利用真实气体状态方程描述高温条件下空气的宏观特性, 并开展数值模拟研究以节省计算时间。本文利用 Beattie-Bridgeman 气体状态方程结合 NS 方程开展对圆柱、尖楔及双楔模型高超声速流场的数值模拟并与五组分化学反应模型的计算结果进行对比。计算结果表明两种方法计算结果基本一致, 但计算时间仅为五组分化学反应模型的 10%。

**关键词** 高超声速流动, 真实气体效应, Beattie-Bridgeman 状态方程

## 一、引言

当来流总温较低时, 空气符合完全气体假设, 采用  $P = \rho RT$  气体状态方程进行高超声速流场的数值模拟。随着总温的增加, 空气分子振动激发、解离和电离反应等一系列复杂的物理和化学现象, 引起真实气体效应<sup>[1-2]</sup>。考虑真实气体效应开展数值模拟研究, 一般将空气假定为多组分的混合物, 利用 NS 方程结合适当的热力学模型和化学反应模型进行求解。常用的空气组分假设一般有 5 组分、7 组分和 11 组分假设, 组分的质量分数通过求解组分连续方程确定, 造成计算量非常大。然而分析流场结构和飞行器气动力/热特性时, 可以利用考虑真实气体效应的状态方程描述高温条件下空气的宏观特性, 并开展数值模拟研究以节省计算时间。

许多学者对真实气体状态方程进行了研究, 常用的真实气体状态方程有:

Vander Waals 气体状态方程:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \quad (1)$$

Berthelot 气体状态方程:

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{c}{v^2 T} \quad (2)$$

Beattie-Bridgeman 气体状态方程:

$$P = \frac{RT}{v^2} \left(1 - \frac{c}{vT^3}\right) \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] - \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad (3)$$

式中  $A_0$ 、 $B_0$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  为待定参数, 对于不同的物质各参数取值不同, 它们可以由各物质的实验数据拟合求得。Beattie-Bridgeman 气体状态方程包含了分子振动能级被激发的影响, 在解离反应成为主要影响因素前, Beattie-Bridgeman 方程具有较高的精度, 其适用范围如图 1 所示<sup>[2-5]</sup>。

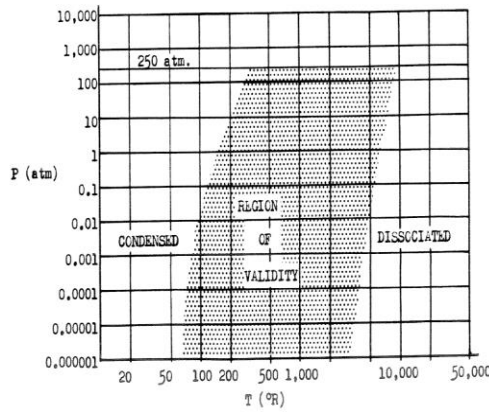


图1 Beattie-Bridgeman 气体状态方程的适用范围

## 二、 计算方法

### 2.1 控制方程

描述流场粘性运动规律的 NS 方程是连续方程、动量方程及能量方程的联立方程组，在直角坐标系下二维 NS 方程为：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$U = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E_t \end{Bmatrix} \quad E = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ (E_t + p)u - u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + q_x \end{Bmatrix} \quad F = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ (E_t + p)v - u\tau_{yx} - v\tau_{yy} + q_y \end{Bmatrix}$$

其中  $u$ 、 $v$ 、 $q_x$ 、 $q_y$  为  $x$ 、 $y$  方向的速度及热流率， $\rho$ 、 $P$ 、 $T$  分别为流场密度、压力及温度， $E_t$  为单位体积总能， $\tau_{ij}$  为剪切应力张量项。

采用 Beattie-Bridgeman 气体状态方程描述真实气体，高温情况下气体的热力学参数关系式为：

$$\gamma = \gamma_i \times \left[ \frac{1 + \frac{\gamma_i - 1}{\gamma_i} \left[ \left( \frac{\theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta/T}}{(e^{\theta/T} - 1)^2} + \frac{2c\rho}{RT^2} \left( 1 + \frac{2-b\rho + \frac{c\rho}{2RT^2}}{(1-b\rho)^2 - \frac{2c\rho}{RT^2}} \right) \right]}{1 + (\gamma_i - 1) \left[ \left( \frac{\theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta/T}}{(e^{\theta/T} - 1)^2} + \frac{2c\rho}{RT^2} \right]} \right] \quad (5)$$

$$P = \frac{RT}{v^2} \left(1 - \frac{c}{vT^3}\right) \left[v + B_0 \left(1 - \frac{b}{v}\right)\right] - \frac{A_0}{v^2} \left(1 - \frac{a}{v}\right) \quad (6)$$

$$E_t = \rho h(T) - p(\rho, T) + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \quad (7)$$

$$h(T) = RT * (-a_1 T^{-2} + a_2 T^{-1} \ln T + a_3 + \frac{a_4}{2} T + \frac{a_5}{3} T^2 + \frac{a_6}{4} T^3 + \frac{a_7}{5} T^4 + b_1 T^{-1}) \quad (8)$$

式中  $A_0$ 、 $B_0$ 、 $\theta$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ， $a_1$ - $a_7$ 均为常数，取值可以参考相关文献<sup>[6-7]</sup>。由上述关系式可知温度为  $E_t$ 、 $h$  及  $\rho$  的函数，需要利用 Newton 迭代法进行求解。

差分格式采用无自由参数、无波动的高分辨率 NND 格式对流场进行求解<sup>[8]</sup>。

## 2.2 计算模型

模型 1:  $R=7.5\text{mm}$  轴对称圆柱，网格数为  $251 \times 251$ ；

模型 2: 二维  $10^\circ$  尖楔，长  $150\text{mm}$ ，在尖点处为  $R=0.1\text{mm}$  的圆弧，网格数为  $551 \times 151$ ；

模型 3: 二维  $15-30^\circ$  双楔模型，长  $25\text{mm}$ ，网格数为  $81 \times 117$ 。

模型 1-3 壁面第一层网格间距均为  $5\mu\text{m}$ 。

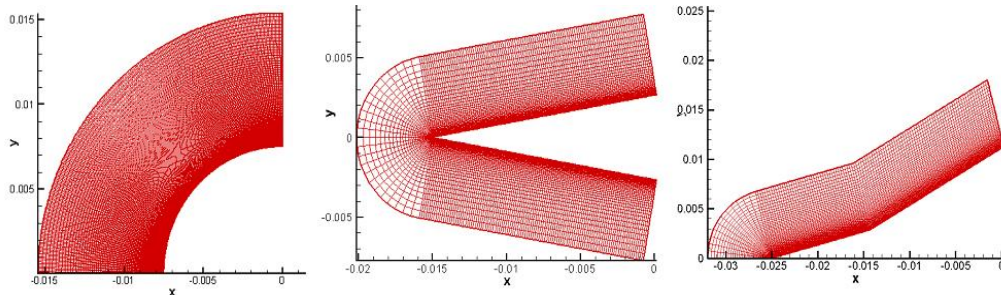


图 2 计算模型网格

## 2.3 边界条件

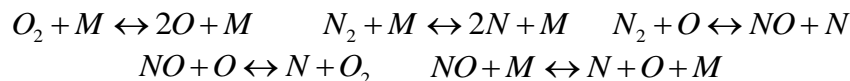
1) 来流边界条件: 在计算区域的左边界、上、下边界，压力和温度分别取相应的来流值，速度的  $x$ 、 $y$  分量根据来流速度和攻角求出。

2) 壁面边界条件满足无滑移边界、绝热壁面等条件。

$$u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

3) 出流边界: 计算区域右边界通过内部点外推得到边界处的所有参数。

为了验证方法的可行性，同时采用 5 组元 ( $\text{N}_2$ 、 $\text{O}_2$ 、 $\text{NO}$ 、 $\text{N}$ 、 $\text{O}$ ) 化学反应模型进行流场数值模拟，考虑的主要化学反应有：



其各化学反应速率常数和平衡常数的计算方法参见文献<sup>[9]</sup>。

### 三、 计算结果与讨论

#### 3.1 圆柱模型

计算来流静温 436K, 静压 513Pa, 来流马赫数为 6.5, 来流攻角为  $0^\circ$ 。

图 3 为模型 1 的计算结果。上半部分为 Beattie-Bridgeman 气体模型计算结果, 下半部分为 5 组分化学反应模型计算结果。图 3 表明两种方法计算结果流场结构基本一致。为定量分析两种方法的计算差异, 提取沿驻点线 ( $j=0$ ) 及与驻点线夹角为  $30^\circ$ 、 $60^\circ$  ( $j=84$ 、 $167$ ) 三条网格线上的参数, 图 4(a)、(b) 分别为沿上述三条网格线温度及压力的分布情况, 图中横坐标为网格点的  $x$  坐标。图 5(a)、(b) 为物面温度和压力分布情况。由图可知:

(1) Beattie-Bridgeman 气体模型计算得到的激波脱体距离 ( $L/R$ ) 为 13.6%, 五组分化学反应计算结果为 14.0%; 五组分模型计算得到的激波脱体距离比 Beattie-Bridgeman 模型计算得到的脱体距离稍大, 差别为 2.86%。

(2) 两模型计算得到的激波后流场的压力差异很小, 均在 1% 以内。流场温度在接近驻点区域差异小于 0.5%, 远离驻点区域时差异增加至 4.6%。远离驻点区域两种方法计算结果差异增加的原因有待于进一步研究。

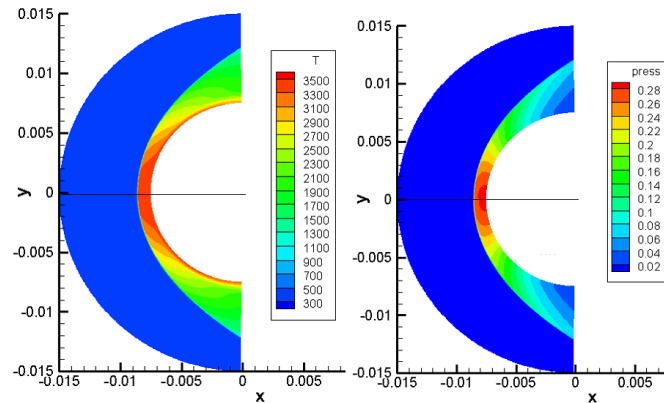
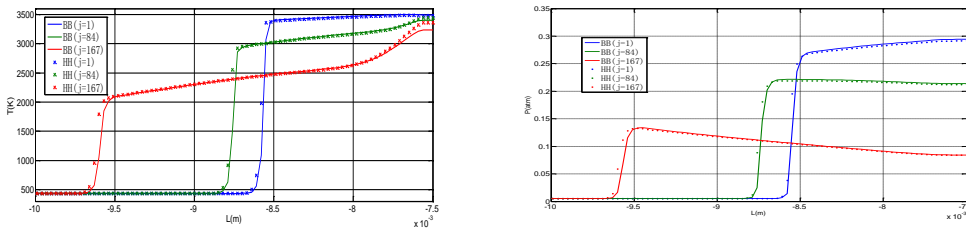


图 3 模型 1 流场模拟 (a) 温度 (b) 压力



(a) 温度分布

(b) 压力分布

图 4 沿驻点线及与其夹角为  $30^\circ$ 、 $60^\circ$  网格线参数分布

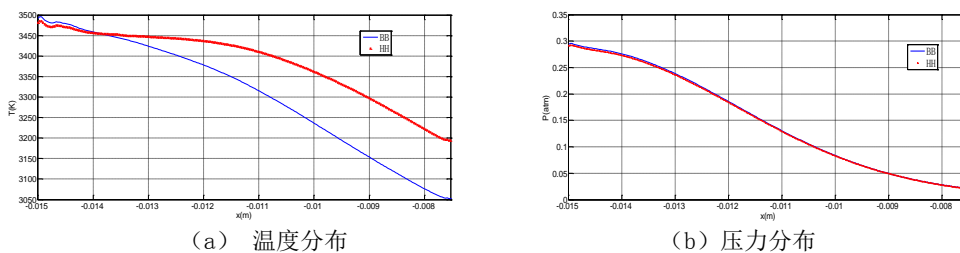
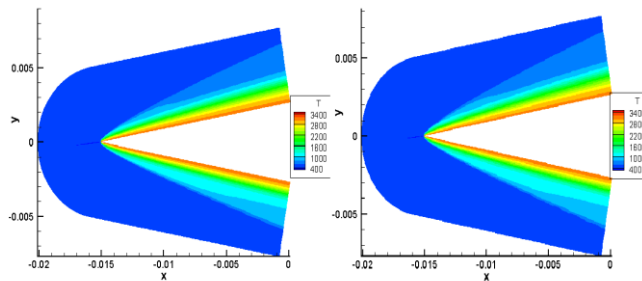


图 5 模型 1 物面温度分布

### 3.2 尖楔模型

计算来流静温 436K, 静压 513Pa, 来流马赫数为 6.5, 来流攻角为  $5^\circ$ 。

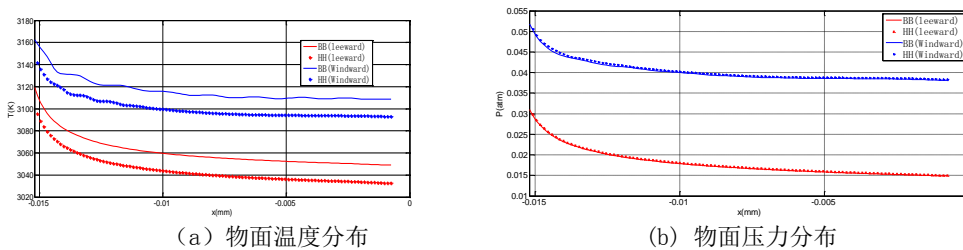
模型上表面为背风面, 下表面为迎风面。图 6 为尖楔模型温度场分布的对比, (a) 为 Beattie-Bridgeman 气体模型计算结果, (b) 为 5 组分化学反应模型计算结果。



(a) Beattie-Bridgeman 模型 (b) 化学反应模型

图 6 尖楔模型流场温度分布

尖楔模型物面温度、压力分布见图 7(a)、(b) 所示。Beattie-Bridgeman 气体模型计算得到的物面温度高于 5 组分化学反应模型的结果, 而物面压力较之略小。两种方法计算得到的物面压力差异均小于 0.70%, 物面温度差异均小于 0.52%。



(a) 物面温度分布 (b) 物面压力分布

图 7 尖楔模型物面参数分布

### 3.3 双楔模型

计算来流条件与模型 1 相同, 图 8 为计算得到的双楔模型的温度场分布情况, 上半部分为 Beattie-Bridgeman 气体模型的计算结果, 下半部分为 5 组分化学反应模型的计算结果, 两种方法流场结构基本一致。

图 9 为压缩拐点位置温度云图及流线, 可知在该状态下压缩拐点处流场未发生分离。物面温度及压力分布如图 10(a)、(b) 所示。两种模型计算得到的物面温度及压力差异均在 1.0% 以内。

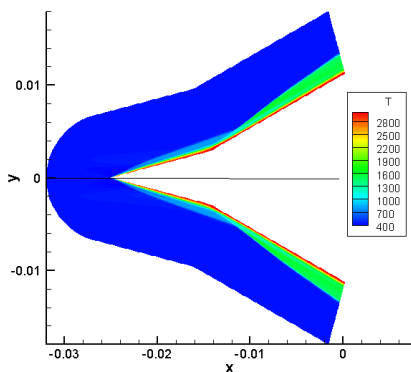


图8 双楔模型温度场

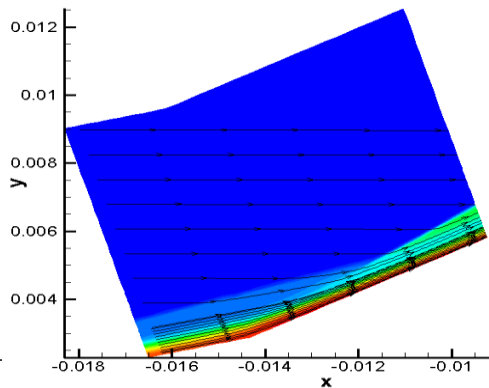
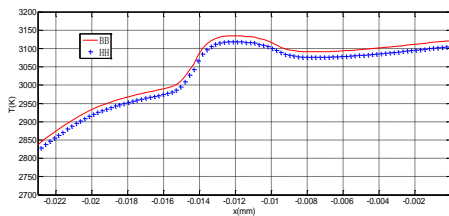
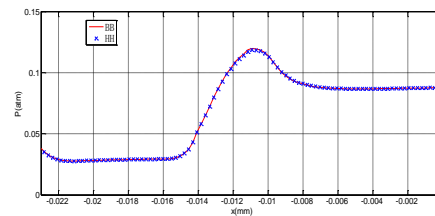


图9 压缩拐点温度云图及流线

分析以上三个模型的计算结果表明, Beattie-Bridgeman 气体模型计算结果与 5 组分化学反应模型计算结果基本一致, 物面参数在驻点区域内差异略大, 而在其它区域内差异在 1.0%之内。而驻点区域仅为模型的很小一部分, 对分析模型气动力特性及流场结构时影响很小。



(a) 物面温度分布



(b) 物面压力分布

图10 双楔模型物面参数分布

### 3.4 计算消耗时间

相同条件下, 利用 Beattie-Bridgeman 气体模型编制的程序运行 5000 步需要的时间为 531.54s, 而 5 组分化学反应模型编写的程序则需要 5440.75s, 可见利用 Beattie-Bridgeman 气体模型开展高超声速流场数值模拟的优越性。

## 四、结论

利用 Beattie-Bridgeman 气体模型结合 NS 方程开展对圆柱、尖楔及双楔模型高超声速流场的数值模拟并与五组分化学反应模型的计算结果进行对比。计算结果表明: 两种方法计算结果基本一致, 但 Beattie-Bridgeman 气体模型编写程序简单, 相同条件下计算所消耗时间仅为五组分化学反应模型的 10%。

## 参考文献

- 1 黄志澄. 空天飞机的真实气体效应[J]. 气动实验与测量控制, 1994,8(2),1-9
- 2 樊青. 高超声速高温气体效应判据[J]. 力学学报, 2012,42(4),591-596
- 3 Van der Waals, J. D.: The Continuity of the Liquid and Gaseous States. Physical Memoirs, Physical Society of London, vol. I, pt.3, 1888-90, pp. 332-496
- 4 Eggers, A. J., Jr.: One-Dimensional Flows of an Imperfect Diatomic Gas. NACA Rep. 959, 1950

- 5 Beattie, J.A., and Bridgeman, Oscar C.: A New Equation of State for Fluids. Proc. Amer. Acad. of Arts and Sci., vol. 63, no. 5, Dec. 1928, pp. 229-308
- 6 苑朝凯, 刘云峰, 姜宗林. 激波风洞驻室参数计算方法[J]. 气体物理, 2013,8 (1) : 85~92.
- 7 李进平. 爆轰驱动高焓激波风洞关键问题研究[D].北京: 中国科学院研究生院, 2007
- 8 Zhang Han-xin, Zhuang Feng-gan. NND schemes and their applications to numerical simulation of two and three dimensional flows [J]. Advances in Applied Mechanics, 1992, 29;193-256
- 9 Bonnie J M, Michael J Z, Sanford Gordon. NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species. NASA/TP—2002-211556, 2002

## **Numerical simulation of hypersonic flow field using Beattie-Bridgeman gas equation**

Yuan Chaokai, Liu Yunfeng, Jiang Zonglin

(State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15  
Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

**Abstract** The real gas effect was commonly calculated by NS equations combined with appropriate thermodynamic and chemical reaction model, regarding high temperature air as a multi component mixture. The mass fraction of each component was identified by solving the continuity equations, which consumed much time. However, when analysis flow filed structures and aerodynamic/thermal properties, the gas state equation considering the real gas effect can be used in numerical simulation to save computing time. In this article, Beattie-Bridgeman gas state equation and NS equations were used to simulate the flow field of cylinder, wedge and double wedge. The calculation results were compared with the chemical reaction model. It shows that the calculating results of the two methods were nearly the same, but the computing time was only ten percent of the five components chemical reaction model.

**Key words** hypersonic flow, real gas effect, Beattie-Bridgeman gas state equation