

DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2015.01.008

# 热-流-固耦合渗流的数学模型及其应用\*

李勇<sup>1</sup>, 林缅<sup>1</sup>, 张召彬<sup>2</sup>

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190, Email: liyong@imech.ac.cn;  
2. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

**摘要:** 热-流-固耦合问题涉及许多领域, 诸如石油热力开发领域中的渗流问题, 孔隙介质中的渗流场、温度场以及岩石变形场之间就存在着复杂的耦合作用。该文首先建立了热-流-固多场完全耦合渗流数学模型, 研究了全耦合偏微分方程组的求解方法, 然后采用有限体积法和有限元方法相结合的数值模拟方法对耦合数学模型进行了求解, 通过砂土固结算例验证了耦合模型及求解方法的正确性, 最后作为应用实例, 利用所建立的热-流-固耦合渗流数值计算模型对油页岩原位加热开发的渗流过程进行了数值分析。

**关键词:** 热-流-固耦合; 数值模型; 渗流; 原位开发

**中图分类号:** TE312

**文献标识码:** A

## Numerical model of thermal-hydrological-mechanical coupling and its application

LI Yong<sup>1</sup>, LIN Mian<sup>1</sup>, Zhang Zhao-bing<sup>2</sup>

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;  
2. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Thermal-hydrological-mechanical coupling issue involves many areas. According to the seepage problem in thermal oil recovery field, there are complex coupling actions between seepage field, temperature field and deformation field. In this paper, a thermo-hydro-mechanical multi-field coupling model is developed and the solving method for fully-coupled partial differential equations is obtained. The numerical model is solved by combining the finite volume method and the finite element method. The calculated results for consolidation of a sand column are compared with other researchers' solutions and good agreements are achieved. Finally, as an example, based on the thermal-hydrological-mechanical coupling calculation model, a numerical analysis is given for the seepage process of in-situ heating upgrading of oil shale.

**Key words:** thermo-hydro-mechanical coupling; numerical model; seepage flow; in-situ upgrading

\* **收稿日期:** 2014-09-04(2014-12-03 修改稿)

**基金项目:** 国家科技重大专项(2011ZX05008-004)、国家潜在油气资源(油页岩勘探开发利用)产学研用合作创新项目(OSR-02-05)和国家自然科学基金(41102084)

**作者简介:** 李勇(1978-), 男, 湖南双峰人, 副研究员, 博士。

**Received:** September 4, 2014 (**Revised** December 3, 2014)

**Project supported by foundations:** Supported by the National Science and Technology Major Project (2011ZX05008-004), the National Innovation Research Project for Exploration and Development of Oil Shale (OSR-02-05) and the National Natural Science Foundation of China (41102084)

**Biography:** LI Yong (1978-), Male, Associate Professor, Ph. D..

## 引言

热流固耦合问题是当前流体力学以及岩土力学的研究热点,也是多学科交叉性质的前沿研究课题。热-流-固耦合作用是存在高度非线性的复杂耦合作用,有关这三场耦合作用的研究在石油工程、地热资源开发、地下核废料存储安全以及采矿工程等很多领域有着非常重要的应用前景和价值<sup>[1]</sup>。

在较为成熟的流-固耦合模型<sup>[2,3]</sup>中,一般假设温度场是恒定的,或是没有考虑温度场变化与岩石变形以及渗流间的耦合作用。然而,自然界中实际存在的流-固耦合系统的温度场通常是变化的,特别是大量存在着一些温度变化比较剧烈的流-固耦合系统,如前述提到的石油工业中的热力采油系统以及地热资源开发中的地热利用系统等等。对于这类问题,如果仍然使用流-固耦合模型来分析其中的渗流、变形以及变温规律就不准确了。实际上,热效应与流体孔隙压力导致岩石变形,岩石变形与流体渗流又导致温度场变化,岩石变形与热效应还可导致渗透特性和孔隙流体压力变化,从而改变渗流状态,且上述三种效应是同时发生的,所以应当考虑能综合体现上述流、固、热三场间耦合关系的热-流-固多场耦合理论。

热-流-固耦合问题的研究无论在理论上还是实际工程应用中都有重要的意义,而油藏是热-流-固耦合问题重要的和典型的赋存环境和实例,油藏热力开发中的渗流问题一直都是石油工程界关注的焦点问题。目前,对热-流-固耦合的渗流问题已有了一些初步的研究。孔祥言等<sup>[4]</sup>基于线性热弹性理论,介绍了饱和多孔材料多场耦合的完整方程组,包括渗流方程、本构方程和能量方程,并讨论了对它的求解内容及其在相关工程技术领域的应用。刘峰等<sup>[5]</sup>介绍了多孔介质热-流-固耦合研究的基本方法和原理,对多孔介质热-流-固耦合的研究进展进行了综述和讨论,并提出了进一步研究的方向。但上述研究主要分析了热-流-固耦合模型分类、基本构成以及发展方向,缺乏相应的计算实例。在数值计算方面,Lewis等<sup>[6]</sup>进行了非等温条件下油藏渗流的规律以及因石油开采而引起的地面下沉等问题的研究,考虑了温度场的变化对油藏渗流和地面沉降的影响以及流体渗流对温度场的影响。但其研究没有考虑温度与固体之间、温度与流体之间的耦合作用,没有实现真正意义上的热-流-固三场耦合。

本文建立了热-流-固多场完全耦合渗流数学模型,包括流体流动、热能传输和岩体变形3个相互耦合的过程,研究了全耦合偏微分方程组的求解方法,并采用有限体积法和有限元法相结合的方式对

数学模型进行了求解,通过砂土固结算例验证了耦合模型及求解方法的正确性,之后利用所建立的热-流-固耦合渗流数值计算模型对油页岩原位加热开发的渗流过程进行了数值分析。

## 1 热-流-固多场耦合数学模型

由于热流固耦合理论目前还处于探索阶段,所以对该理论的深入研究主要以流-固耦合理论为平台,本文借鉴了其中的一些思想和方程。目前,对该问题的研究主要有两个方向,并提出了两类模型<sup>[7]</sup>:第一类称为非完全耦合模型,主要是以流-固耦合理论为基础进行研究,这类模型将温度当作假想的,与其他力学载荷等效的热载荷加载到岩体的固相骨架上,这种热载荷只是温度函数,并没有体现多孔介质变形、流体渗流的耦合项,这样做的目的是简化热流固耦合模型,使模型求解简单,便于解决实际问题;第二类称为完全耦合模型,该类模型在流-固耦合的基础上,考虑了温度场的变化会对多孔介质的变形以及流体的流动造成影响,而且二者反过来也会对温度场造成影响。流体压力、温度以及固体变形三者同为基本变量,从而形成热-流-固多场之间的完全耦合。

### 1.1 数学模型

下文所建立的数学模型属于完全耦合数学模型,渗流压力、温度以及岩石变形三者之间相互耦合。根据达西定律和渗流连续条件,在温度影响作用下,加上岩石骨架的变形,孔隙介质流体的单相非稳态渗流方程如式(1)所示<sup>[8]</sup>。

$$\nabla \cdot \left[ \frac{k}{\mu_f} \nabla (p + \rho_f g z) \right] + c_a \frac{\partial T}{\partial t} - c_k \frac{\partial p}{\partial t} - (1 - \phi) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

其中: $\phi$ 为孔隙度, $\rho_f$ 为流体密度, $g$ 为重力加速度, $k$ 为渗透率系数, $\mu_f$ 为流体黏度, $\varepsilon_v$ 为体积应变, $c_a$ 平均热膨胀系数, $c_k$ 平均体积压缩系数。

假设岩体完全满足弹性力学的应力平衡方程,考虑流体的孔隙压力和热应力的本构关系,岩石变形控制方程为:

$$\begin{aligned} (G + \gamma) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + G \nabla^2 u + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} - \beta \frac{\partial T}{\partial x} + f_x &= \rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (G + \gamma) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + G \nabla^2 v + \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - \beta \frac{\partial T}{\partial y} + f_y &= \rho_s \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ (G + \gamma) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + G \nabla^2 w + \alpha \frac{\partial p}{\partial z} - \beta \frac{\partial T}{\partial z} + f_z &= \rho_s \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

其中： $\rho_s$  为固体密度， $f_i$  为体积力分量， $G$  和  $\gamma$  为拉梅系数， $u_i$  为固体位移向量， $\alpha$  为 Biot 系数， $\beta$  为热应力系数。

由于固体的变形是一种能量的转换，热的平衡和功的平衡需要综合考虑，所以耦合的热能守恒方程需要将岩石的变形考虑进去，这样热能守恒方程里就有了体现固体变形的项。此外，固体骨架和流体共同存在于同一个体积空间，但它们具有不同的热力学特性，如比热容和热传导系数等。一般而言，固体骨架和流体的热能守恒方程需要分别定义，但对于单相流而言，假设固体和流体之间总是处于热平衡状态，因此可得到统一的能量守恒方程<sup>[9]</sup>。忽略流体的黏性耗散和化学反应热的影响，流体和岩层骨架体系的热能守恒方程为：

$$c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f c_f (v_f \cdot \nabla) T + \beta T_0 \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - c_t T_0 \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla(\lambda \nabla \cdot T) = 0 \tag{3}$$

其中： $c$  为平均热容量， $c = (1 - \phi)\rho_s c_s + \phi\rho_f c_f$ ， $c_s$  和  $c_f$  分别为固体和流体热容系数， $v_f$  为渗流速度， $c_t = (1 - \phi)\rho_s c_s / K_s + \phi\rho_f c_f / K_f$ ， $K_s$  和  $K_f$  分别为固体和流体的体积弹性模量， $\lambda$  为平均热传导率。

式(1)、式(2)和式(3)一起完整地定义了热-流-固三场全耦合作用的数学模型。施加一定的边界条件和初始条件，即可求解上述耦合控制方程组。边界条件和初始条件的设置如表 1 所示，表中下标 0 表示计算初始时刻， $Q_f$  和  $Q_T$  分别表示边界上的流体通量和热通量。

表 1 边界条件和初始条件

Table 1. Boundary conditions and initial conditions

参数	边界条件	初始条件
变形位移 ( $u$ )	$u_i = u_i(t)$	$u_i = u_0$
	$\sigma_{ij} n_j = F_i(t)$	$\sigma_{ij} = \sigma_0$
孔隙压力 ( $p$ )	$p = p(t)$	
	$n \cdot \frac{k}{\mu} \nabla p = Q_f(t)$	$p = p_0$
温度 ( $T$ )	$T = T(t)$	$T = T_0$
	$n \cdot \lambda \nabla T = Q_T(t)$	

1.2 模型求解

由于温度场方程和流体渗流方程都受到固体变形的影响，所以都含有固体变形的耦合项，同样固体耦合变形方程中也含有体现流体渗流影响的耦合项和体现温度场变化影响的耦合项，只有联立求解这三个方程才能得到三个主控变量的全场分布。

本文采用有限体积与有限元法相结合的数值模拟方法来求解热-流-固耦合渗流数学模型。基于热-流-固多场耦合所建立的动力学模型具有很强的非线性，数值求解时容易出现不稳定。为了更好地满足多场耦合过程中流量和热量的守恒性，增强计算的稳定性，首先将流体耦合渗流方程和热能耦合守恒方程用有限体积法离散，岩石耦合变形方程用有限元法离散，然后在每一个数值计算时步，将有限体积法和有限元法计算出的具有耦合效应的参数值实时地在对应网格结点间相互传输，两种方法交替迭代求解数次，最终得到所有体现耦合效应变量的收敛数值解。耦合迭代计算流程图如图 1 所示，每个时间步内，先计算渗流场，然后计算温度场，最后计算变形场，此计算过程反复迭代，直至满足收敛判定条件。

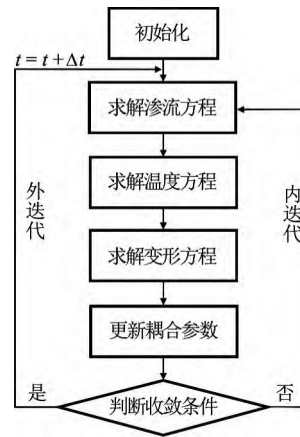


图 1 耦合求解流程图

Fig.1 Flow chart for coupled solution

对于渗流方程和热能守恒方程，时间项采用 Crank-Nicolson 格式，空间上基于有限体积法将待解的控制方程对每个控制体积积分，从而得出一组以网格节点上的解为未知量的离散方程。关于岩石耦合变形方程的求解，采用六面体 8 节点等参单元，根据有限元法的虚位移原理，计算出各单元的单元刚度矩阵和单元等效结点力，建立起单元平衡方程，然后将各单元的单元平衡方程集合起来，得到整体平衡方程。通过有限体积法与有限元法离散得到的代数方程组采用预处理共轭梯度法进行求解。

1.3 模型验证

数值计算验证利用 Lewis 等<sup>[10]</sup>的一维砂土固结算例进行对比。计算域为 2 m×7 m 的矩形区域。边界条件为顶部定温 55°C，且受 1.0×10<sup>4</sup> Pa 外加载  $F$  的作用，底部固定，两侧边界无法向位移，切向可以自由运动，其余边界无流量交换。初始条件温度为 5°C，孔隙压力为 1.01.0×10<sup>4</sup> Pa。

数值模拟的计算时间为 1.01.0×10<sup>5</sup> s。分别对应流固耦合、热固耦合以及热流固耦合的顶部沉降，

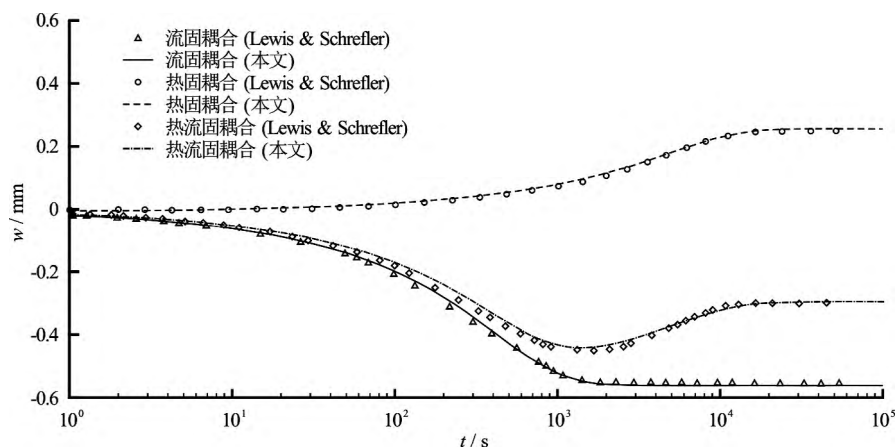


图2 不同耦合方式顶部垂向位移时程曲线  
Fig.2 Consolidated histories for different coupling modes

位移计算结果如图2所示。由图中可以看到, 模拟结果与Lewis等<sup>[10]</sup>的计算结果吻合较好, 从而验证了本文数学模型、求解方法以及计算程序的正确性。对图2中的顶部沉降曲线进行分析, 可以发现当考虑热-流-固耦合作用时, 由于变温的存在, 顶部沉降量相对于恒温状态要小一些, 变化速率相对也更慢。初期岩体温度迅速增加, 引起岩石骨架发生热膨胀变形, 由于岩石底部固定, 膨胀变形对压力引起的变形起到了一种抵消作用; 中期压力引起的变形逐渐趋于稳定, 而热膨胀变形的影响越来越明显, 顶部位移峰值即为转折点, 热膨胀变形的影响开始占主导地位; 后期全场温度逐渐趋于稳定, 顶部沉降位移达到平衡位置。

## 2 热流固耦合模型应用

### 2.1 油页岩热力开采

油页岩因含油量高而被称为油页岩, 是国际上公认的传统石油资源的重要替代资源之一。我国是一个缺油少气的国家, 为了减少对进口石油的依赖, 我国加快了替代能源的寻找步伐。我国的油页岩资源储量非常丰富, 在广东茂名、辽宁抚顺、吉林及内蒙等地区都分布有较大储量。2004年-2006年新一轮全国油气资源评估结果显示, 埋深500-1000m的油页岩资源量占中国的36%, 其作为国家的重要战略资源, 极具开发前景<sup>[11]</sup>。

油页岩原位注热开发的现场物理试验成本很高, 且难以进行重复试验, 相比而言数值分析具有花费小、易于重复以及精度高等优势。关于油页岩原位注热开发的数值分析, 目前大多仅限于热传导模型, 没有考虑油页岩物性随温度的变化, 更没有考虑热-流-固三场之间的复杂耦合关系<sup>[11-14]</sup>。

### 2.2 计算模型

由于油页岩原位开发过程中的多场耦合作用过程的复杂性, 必须在上述耦合渗流模型的基础上, 结合相关的物理试验结果, 才能建立起恰当的动力学模型。康志勤<sup>[15]</sup>通过实验方法研究了密度、孔隙度和热传导率与温度之间的关系, 拟合得到的关系式为:

$$\rho = 2.2 + 9.63 \times 10^{-5} T - 1.55 \times 10^{-6} T^2 + 9.7 \times 10^{-9} T^3 - 9.7 \times 10^{-12} T^4, \quad T \leq 500^\circ \text{C} \quad (4a)$$

$$\rho = 2.81 - 1.0 \times 10^{-3} T + 6.5 \times 10^{-7} T^2, \quad T > 500^\circ \text{C} \quad (4b)$$

$$\phi = 0.37 + 0.041 T - 9.62 \times 10^{-5} T^2 - 2.95 \times 10^{-7} T^3 + 1.4 \times 10^{-9} T^4, \quad T \leq 300^\circ \text{C} \quad (5a)$$

$$\phi = -86.5 + 0.5 T - 7.32 \times 10^{-4} T^2 + 3.55 \times 10^{-7} T^3, \quad T > 300^\circ \text{C} \quad (5b)$$

$$\lambda = 3.6 - 4.0 \times 10^{-3} T + 1.13 \times 10^{-5} T^2 - 1.91 \times 10^{-8} T^3, \quad T \leq 450^\circ \text{C} \quad (6a)$$

$$\lambda = 2.35, \quad T > 450^\circ \text{C} \quad (6b)$$

油页岩属于沉积岩, 沉积岩的比热与温度之间满足如下经验公式:

$$c_s = c_0 (1 + aT) \quad (7)$$

式中 $c_0$ 为初始时的比热,  $a$ 为岩石比热的温度影响系数, 在此取为 $5.0 \times 10^{-4}$ 。

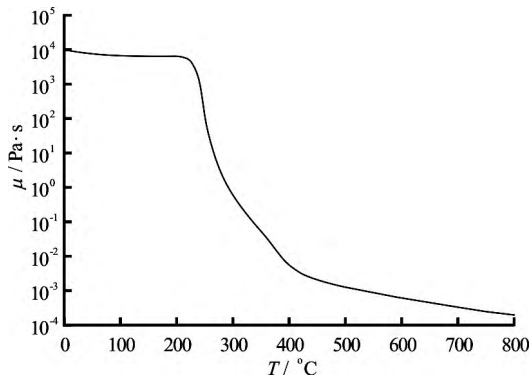


图 3 页岩油黏度随温度的变化规律  
Fig.3 Variation of viscosity of shale oil versus temperature

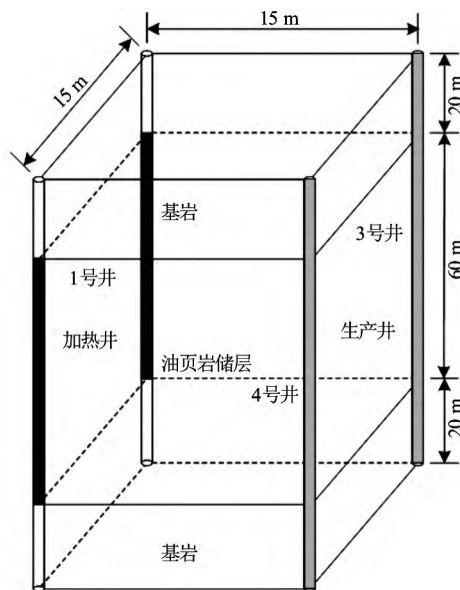


图 4 油页岩原位开发计算模型  
Fig.4 Sketch of the numerical model for the in-situ upgrading of oil shale

考虑渗透率随孔隙度的变化规律为：

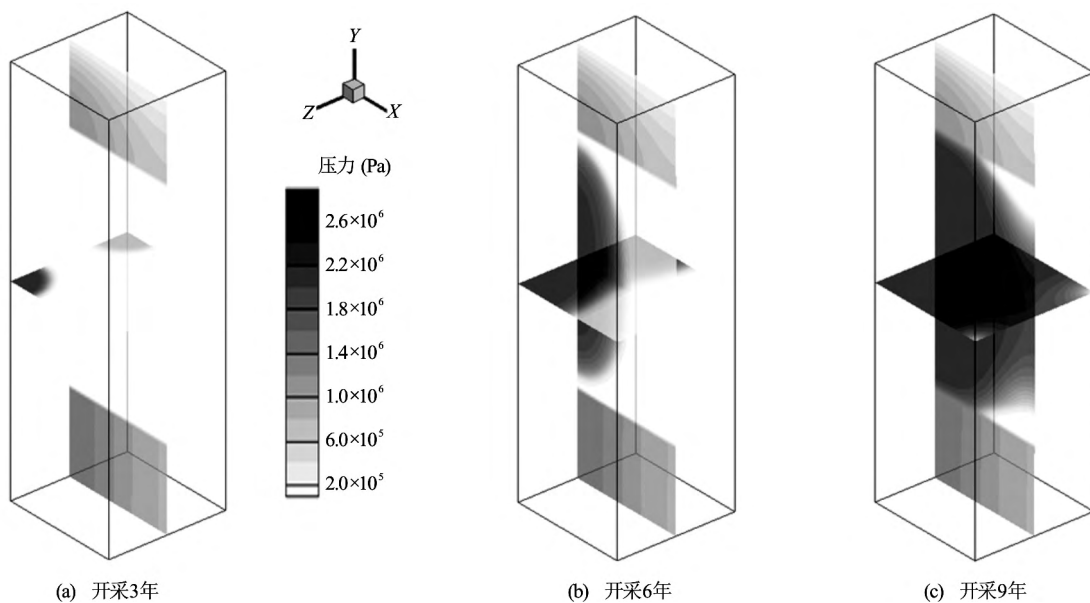
$$k = k_0 \exp[c_1(\phi - \phi_0)] \quad (8)$$

式中,  $k_0$  和  $\phi_0$  分别为初始时油页岩的渗透率和孔隙度。此外, 考虑页岩油的黏度也随温度发生改变。初始时刻页岩油的黏度很高, 基本上无法流动, 随着温度的增加, 黏度减小, 流动性增强, 这里采用 Hascakir 等的研究成果<sup>[16]</sup>。如图 3 所示, 随着温度的增加, 尤其是当温度大于 200°C 时, 页岩油的黏度急速降低。

图 4 为油页岩原位注热开发的三维计算模型。计算区域大小为 15 m×15 m×100 m, 其中有两口注热井 (1号井和 2号井) 和两口生产井 (3号井和 4号井), 井间距为 15 m。模型上部和下部分别是厚度为 20 m 的基岩, 中间为 60 m 厚的油页岩储层。

表 2 物性参数设置  
Table 2. Physical property parameters

参数	油页岩	基岩
密度/Kg·m <sup>-3</sup>	2200.0	2700.0
弹性模量/Pa	2.5×10 <sup>10</sup>	3.3×10 <sup>10</sup>
泊松比/	0.19	0.14
热传导系数/W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>	3.5	1.0
热容系数/J·Kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>	1400.0	1200.0
热膨胀系数/K <sup>-1</sup>	5.0×10 <sup>-6</sup>	1.0×10 <sup>-6</sup>
渗透率/m <sup>2</sup>	2.0×10 <sup>-17</sup>	2.2×10 <sup>-15</sup>



(a) 开采3年 (b) 开采6年 (c) 开采9年

图 5 y 方向和 z 方向中心剖面孔隙压力的分布

Fig.5 Pore pressure distribution on center profiles of y - direction and z - direction

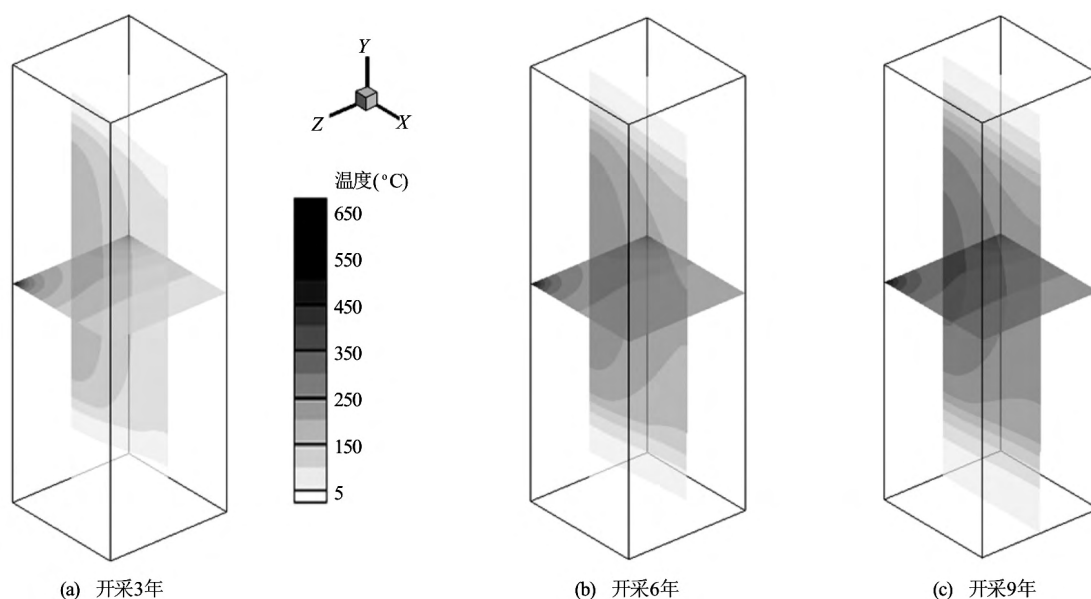


图6 y方向和z方向中心剖面温度的分布

Fig.6 Temperature distribution on center profiles of y-direction and z-direction

依据康志勤<sup>[15]</sup>以及薛晋霞<sup>[17]</sup>等关于油页岩热解数值模拟的研究给定模型计算条件。储层变形条件设定为:计算模型的上边界为地表,不受自重应力的作用,取自由位移边界条件;考虑底部边界上的变形受到约束,给定边界位移为0;模型的前后左右取为对称边界条件。渗流场边界条件为:初始孔隙压力取0.1 MPa;模型上边界以及采油井与大气相通,因此取压力为0.1 MPa,加热井中的压力取为3 MPa。温度场边界条件为:原始地层温度为30°C,加热井温度取为700°C,模型上边界限定为30°C,其余边界为对称边界条件。表2为常温下油页岩和基岩的基本物理性质参数取值。

### 2.3 计算结果分析

图5为不同开采时间y方向和z方向中心剖面孔隙压力在开发3年、6年以及9年之后的分布情况。由图中可知:由于开发早期全场温度较低,油页岩基本没有发生裂解,导致全场渗透率基本都保持在一个很低的水平,注热井附近的压力梯度最大;随着开采时间的增加,全场温度不断升高,孔隙度不断变大,裂解产生的页岩油在压差的作用下不断从生产井产出;到了生产末期,压力梯度的最大值出现在生产井附近。

图6为不同开采时间y方向和z方向中心剖面温度的分布情况。由于基岩的热传导率比油页岩要低,而原位加热段主要分布在油页岩储层部分,致使顶部和底部基岩内部的温度在开采过程中明显低于油页岩储层,说明储层上下基岩起到了非常明显的保温作用,减少了热量的损失,有利于提高开采效率。

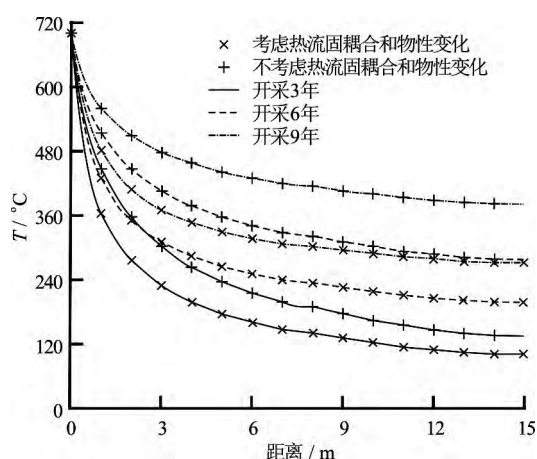


图7 1号井与4号井之间温度随时间的变化规律

Fig.7 Change trend of temperature versus time between Well 1 and Well 4

图7给出了不同开采时间1号井和4号井之间垂直方向50 m处温度随距离变化的曲线。从图中可以看出,随着开采时间的增加,1号井和4号井之间的温度随时间的推移都不断升高,但是从曲线斜率可以看出,温度增长率都呈逐年降低的趋势。不考虑热流固耦合和物性变化会高估温度的传导的进程,这主要是由于油页岩物性参数的变化起了主导作用,储层的热传导系数在温度小于450°C时随着温度的升高会不断下降。

图8为不同耦合方式储层顶端位移随时间的变化情况。由图中可知,开采9年后考虑热-流-固耦合得到的顶部位移比仅考虑流-固耦合的结果要大8倍,这说明仅考虑流-固耦合会丢失温度对于储层变形所起到的决定性作用,是无法全面反映出地层

应力对孔隙压力的影响。

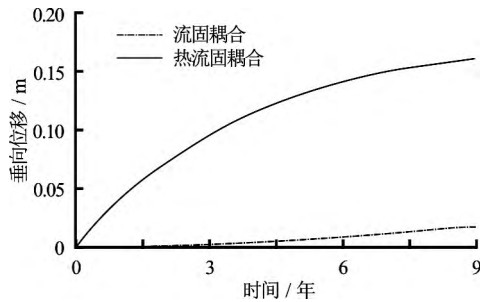


图 8 不同耦合方式顶部位移对比

Fig.8 Comparison of the top displacement for different coupling mode

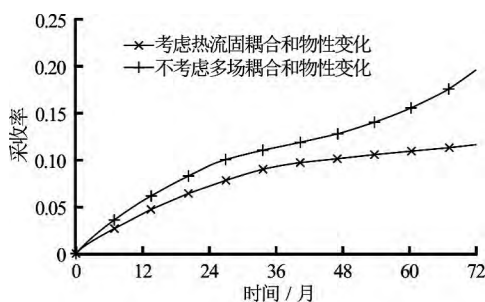


图 9 采收率随时间的变化趋势

Fig.9 Change trend of recovery factor versus time

图9为各种不同条件下采收率随时间的变化情况。从图中可以看出,不考虑多场耦合和物性变化会大大高估采收率,开采6年后考虑和不考虑热流固耦合和物性变化的采收率分别为12%和20%。油页岩在300°C-500°C为主要失重区间,在这个温度区间内,油页岩具有集中热解的特性,而不考虑多场耦合和物性变化会高估温度的传导过程,从而导致采收率也被高估。

### 3 结论

本文建立了针对多孔介质渗流的热-流-固多场完全耦合的数学模型,研究得到了全耦合偏微分方程组的求解方法,采用具有良好守恒性的有限体积法与有限元方法相结合进行求解,具有更好的数值稳定性。通过砂土固结算例验证了多场耦合模型及求解方法的正确性。由于针对实际问题的多场耦合作用过程十分复杂,实例应用为了建立与油页岩热力开发相对应的动力学模型,在上述完全耦合数学模型的基础上结合了油页岩热裂解物理模型实验的结果,补充了流体和岩石的物性参数随温度、压力和地层应力的变化特征。研究发现顶部和底部基岩的存在起到了非常明显的保温作用,减少了热量的损失,有利于油页岩的开采。开采过程中随着油

页岩温度的不断升高,油页岩的物性参数在空间上随时间会发生显著变化。不考虑热流固耦合和物性变化会高估温度的传导进程,从而导致采收率也被高估。

### 参 考 文 献:

- [1] 党旭光,朱庆杰,刘峰,等.热-流-固耦合建模过程[J].岩土力学,2009,32(增刊2):229-231.  
DANG Xu-guang, ZHU Qing-jie, LIU feng, et al. Modelling process of thermo-hydro-mechanical coupling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 32 (Suppl. 2): 229-231.
- [2] 熊伟,田根林,黄立信,等.变形介质多相流动流固耦合数学模型[J].水动力学研究与进展, A 辑, 2002, 17(6): 770-776.  
XIONG Wei, TIAN Gen-lin, HUANG Li-xin, et al. Solid-fluid coupling phenomenon in deformable porous media[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. A, 2002, 17(6): 770-776.
- [3] 李培超,孔祥言,卢德唐.饱和多孔介质流固耦合渗流的数学模型[J].水动力学研究与进展, A 辑, 2003, 18(4): 419-426.  
LI Pei-chao, KONG Xiang-yan, LU De-tang. Mathematical modeling of flow in saturated porous media on account of fluid-structure coupling effect[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. A, 2003, 18(4): 419-426.
- [4] 孔祥言,李道伦,徐献芝,等.热-流-固耦合渗流的数学模型研究[J].水动力学研究与进展, A 辑, 2005, 20(2): 269-275.  
KONG Xiang-yan, LI Dao-lun, XU Xian-zhi, et al. Study on the mathematical models of coupled thermal-hydrological-mechanical (THM) processes[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. A, 2005, 20(2): 269-275.
- [5] 刘峰,朱庆杰,程雨,等.多孔介质热流固耦合问题及研究进展[J].岩土力学,2009,32(增刊2):254-256.  
LIU Feng, ZHU Qing-jie, CHENG Yu, et al. Problems of fluid-solid-heat coupling for porous media and its research progress[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 32 (Suppl. 2): 254-256.
- [6] LEWIS R W, SUKIRMAN Y. Finite element modelling of three phase flow in deforming saturated oil reservoirs[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1993, 17: 577-598.
- [7] 陈波,李宁,褚瑞花.多孔介质的变形场-渗流场-温度场耦合有限元分析[J].岩土力学与工程学报,2001, 20(4): 468-471.

- CHEN Bo, LI Ning, ZHUO Rui-hua. FEM analysis on fully coupled thermo-hydro-mechanic behavior of porous media[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(4): 468-471.
- [8] NOORISHAD J, TSANG C F. Coupled thermohydro-elasticity phenomena in variably saturated fractured porous rocks-formulation and numerical solution[J]. Developments in Geotechnical Engineering, 1996, 79: 93-134.
- [9] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥, 中国: 中国科学技术大学出版社, 1999.
- KONG Xiang-yan. Advanced mechanics of fluids in porous media[M]. Hefei, China: Press of University of Science and Technology of China, 1999.
- [10] LEWIS R W, SCHREFLER B A. The finite element method in the deformation and consolidation of porous media[M]. State of New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Ltd, 1998.
- [11] 李隽, 汤达祯, 薛华庆, 等. 中国油页岩原位开采可行性初探[J]. 西南石油大学学报: 自然科学版, 2014, 36(1): 58-64.
- LI Jun, TANG Da-zhen, XUE Hua-qing, et al. Discussion of oil shale in-situ conversion process in China[J]. Journal of Southwest Petroleum University: Science & Technology Edition, 2014, 36(1): 58-64.
- [12] 薛晋霞. 油页岩物理力学特性实验及其原位开采非稳态热传导数学模型研究[D]. 太原, 中国: 太原理工大学, 2007.
- XUE Jin-xia. The experiment research on physical & mechanical characteristics of oil shale and its unsteady heat conduction mathematical model of in-situ processing[D]. Taiyuan, China: Tai Yuan University of Technology, 2007.
- [13] 杨栋, 赵静, 康志勤, 等. 电法原位加热油页岩采油技术与数值分析[J]. 辽宁工程技术大学学报: 自然科学版, 2010, 29(3): 365-368.
- YANG Dong, ZHAO Jing, KANG Zhi-qin, et al. Technology and numerical analysis of in-situ electrical heating on oil shale[J]. Journal of Liaoning Technical University: Natural Science, 2010, 29(3): 365-368.
- [14] FAN Y, DURLOFSKY L J, TCHELEPI H A. Numerical simulation of the in-situ upgrading of oil shale[J]. SPE Journal, 2010, 15(2): 368-381.
- [15] 康志勤. 油页岩热解特性及原位注热开采油气的模拟研究[D]. 太原, 中国: 太原理工大学, 2008.
- KANG Zhi-qin. The pyrolysis characteristics and in-situ hot drive simulation research that exploit oil-gas of oil shale[D]. Taiyuan, China: Tai Yuan University of Technology, 2008.
- [16] HASAKIR B, BABADAGLI T, AKIN S. Experimental and numerical simulation of oil recovery from oil shales by electrical heating[J]. Energy & Fuels, 2008, 22: 3976-3985.
- [17] 薛晋霞. 油页岩物理力学特性实验及其原位开采非稳态热传导数学模型研究[D]. 太原, 中国: 太原理工大学, 2007.
- XUE Jin-xia. The experiment research on physical & mechanical characteristics of oil shale and its unsteady heat conduction mathematical model of in-situ processing[D]. Taiyuan, China: TaiYuan University of Technology, 2007.