

文章编号: 0258-1825(2015)01-0066-06

高焓激波风洞喷管流场非平衡特性研究

汪球, 赵伟, 滕宏辉, 姜宗林

(中国科学院力学研究所 高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190)

摘要: 高焓激波风洞是开展高超声速流动研究的重要地面模拟设备,但其产生的高焓气流在喷管中的膨胀过程是一种典型的热化学非平衡流动,试验段特征参数通过直接实验测量难以完全确定。本文通过求解耦合双温度模型的轴对称 Navier-Stokes 方程,研究了高焓激波风洞中典型状态下气流的热化学非平衡流动特性,分析了焓值对非平衡特性的影响规律。结果表明,喷管出口自由流均匀区域达到出口截面直径的 75% 以上,能够为实验提供足够的空间;喷管出口自由流处于热化学非平衡状态,在喷管喉道后约 1/5 喷管长度处气流即已处于冻结流状态,组分浓度和振动温度随气流流动基本不变;焓值在 8.4MJ/kg ~ 19.5MJ/kg 之间变化时,非平衡程度随着焓值的增加而增强,但是低焓值时非平衡程度的增强更加剧烈。

关键词: 爆轰驱动; 非平衡; 焓值; 激波风洞

中图分类号: O242

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2013.0001

Numerical simulation of non-equilibrium characteristics of high enthalpy shock tunnel nozzle flow

Wang Qiu, Zhao Wei, Teng Honghui, Jiang Zonglin

(The State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The high enthalpy shock tunnel is an important ground facility for the research of hypersonic flow. However, the expansion process of the high enthalpy flow in the nozzle is a typical flow with thermo non-equilibrium and chemical non-equilibrium, and the characteristic parameters of the free stream flow are difficult to be determined by direct measurement tools. With numerical solving axisymmetric Navier-Stokes equations coupling with two temperature model, the non-equilibrium flow characteristic in a high enthalpy shock tunnel under its typical experiment conditions is studied in this paper. The rule of enthalpy to the non-equilibrium characteristics is also studied. Results show that the uniform field at the nozzle exit can reach up to 75% of the nozzle exit diameter, which can offer sufficient space for model experiment. The nozzle free stream will be frozen at about 0.4m after the nozzle throat. With the increase of enthalpy from 8.4 to 19.5MJ/kg, the non-equilibrium degree will increase with as enthalpy increases. At the low enthalpy, the increase will be more intense.

Keywords: detonation driven; non-equilibrium; enthalpy; shock tunnel

0 引言

高超声速流动规律是设计高超声速飞行器的基

础,在航空航天领域具有重要的应用背景。高超声速飞行器会形成强激波,使气体被加热到较高的温度,导致流动介质发生振动激发、离解甚至电离的高温真

* 收稿日期: 2013-01-10; 修订日期: 2013-02-18

基金项目: 国家自然科学基金(11402275)

作者简介: 汪球(1985-),男,湖北,研究生,研究方向为高焓气动物理. E-mail: wangqiu@imech.ac.cn

引用格式: 汪球,赵伟,滕宏辉,等. 高焓激波风洞喷管流场非平衡特性研究[J]. 空气动力学学报, 2015, 33(1): 66-71.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2013.0001. Wang Q, Zhao W, Teng H H, et al. Numerical simulation of non-equilibrium characteristics of high enthalpy shock tunnel nozzle flow[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2015, 33(1): 66-71.

实气体效应。这种效应会对飞行器的气动力、气动热和气动物理等气动特性产生很大的影响,因此成为气体动力学研究的前沿领域。由于飞行试验成本较高,大量的试验研究还是在地面模拟设备中完成,而为了模拟飞行器高速飞行时所遇到的高温真实气体效应,地面实验研究又极大的依赖于能模拟再入速度的高焓气动设备。目前常用的高焓设备有激波管、弹道靶、电弧风洞、高焓激波风洞等,相比较而言,高焓激波风洞是应用广泛且最具发展前景的一种地面实验设备^[1]。

高焓激波风洞利用强激波将空气加热到很高的温度和压力,然后通过喷管将加热气源膨胀加速到设计的马赫数。为了形成强激波,提高激波风洞的驱动能力是非常关键的,可以采用加热轻气体、燃烧驱动、变截面驱动等方法^[2]。20 世纪 90 年代,俞鸿儒等^[3]提出了采用爆轰驱动的方法获得强激波和高焓气流,取得了很大的成功。以此为基础在中科院力学所建立了系列激波风洞,获得了高品质的高焓试验气流,其中的典型代表就是 JF10 爆轰驱动高焓激波风洞,它为开展高超声速气动力/热、真实气体效应、气动物理等问题的研究创造了基本条件^[4]。

高焓激波风洞是反射型风洞,强的入射激波在驻室端壁反射后,虽然驻室中产生了试验所需的高温高压气源,但高温气体发生了很强的振动激发、离解甚至电离,气流在喷管中的膨胀过程速度很快且密度较低,在热化学非平衡效应的影响下试验段气体组分和真实飞行环境下的空气存在一定差别。这种非平衡特性会不同程度的影响到激波脱体距离、压力系数、气动热、辐射特性等气动特性^[5-7],因此必须对高焓风洞试验段气流参数进行评估。目前,高焓风洞热化学非平衡气体特性的直接实验测量还非常困难,依靠皮托测压等传统方式难以完全确定高焓风洞全部特征参数,通常要借助数值方法进行分析^[8]。在德国的 HEG 自由活塞驱动激波风洞上,Hannemann^[9]等采用 5 组元单温度模型数值给出了喷管的热化学非平衡自由流场;Maclean^[10]等也通过 5 组元双温度模型确

定了 LENS 激波风洞的流场状态参数。

虽然高焓激波风洞喷管的自由流参数通过数值方法能够得到解决,但是高焓状态下自由流的非平衡特性及其影响规律并不是完全清楚。本文针对中科院力学所 JF10 高焓激波风洞上调试得到的稳定试验状态参数,采用 Navier-Stokes 方程和双温度模型对热化学非平衡流动进行了数值模拟,分析了喷管的非平衡自由流状态,研究了不同试验条件下焓值对非平衡程度的影响规律。

1 高焓激波风洞及典型试验状态

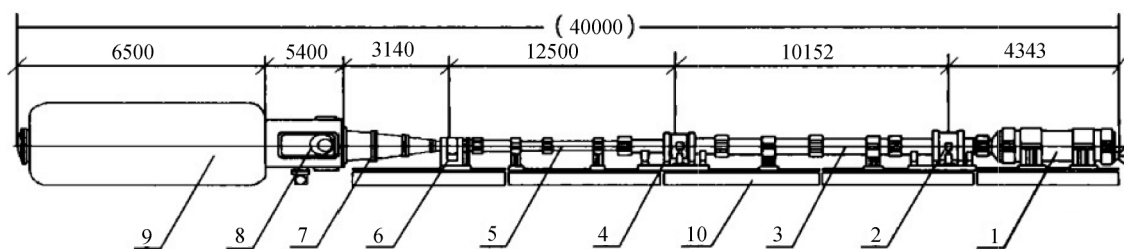
JF10 爆轰驱动高焓激波风洞示意图如图 1 所示,风洞主体结构长约 40m,它由爆轰驱动段、卸爆段、被驱动段、喷管、试验段、真空容器及真空抽气机组成。实验喷管为出口直径 $\Phi 500\text{mm}$,锥度为 $7^\circ 7'$ 的锥形喷管,喉道直径 $\Phi 11\text{mm}$ 。利用驱动段爆轰波后产生的高温、高压气体作为驱动气体,风洞可以在获得高总焓的同时具有高总压的试验气流,具有模拟高温真实气体效应的能力^[11]。大量的理论、实验研究以及数值模拟为其工作原理、驱动性能及驱动的关键技术方面提供了可靠的依据,并改善了气流品质和有效试验时间^[11-17]。

目前调试较为稳定的试验状态参数如表 1 所示,其中 M_s 为被驱动段末端运动激波马赫数,由电离探针测速获得, H_0 为驻室总焓, T_0 为驻室总温。驱动段中保持总压 2.5MPa,氢氧混合比为 4:1,由正向爆轰或反向爆轰驱动方式来获得高温高压的驱动气

表 1 JF10 典型试验状态

Table 1 Typical test conditions of JF10

Test No.	Stagnation conditions		
	M_s	$H_0 / (\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	T_0 / K
1	8.2	8.4	5030
2	9.3	11.2	6180
3	10.5	13.9	7060
4	11.3	15.9	7600
5	11.8	18.2	8200
6	12.2	19.5	8560



1 卸爆段, 2 夹膜机, 3 驱动段, 4 夹膜机, 5 被驱动段, 6 夹膜机, 7 喷管, 8 试验段, 9 真空罐, 10 支架

图 1 JF10 高焓激波风洞结构示意图

Fig. 1 Sketch of the JF10 high enthalpy shock tunnel

体^[12]。通过驱动方式、有效膜片厚度、低压段初始压力之间的不同组合能获得所需的试验气源。常用状态下,焓值能达到约 20MJ/kg,总温到约 8600K,能够模拟高空高超声速飞行时气流中发生的一些复杂物理化学现象。

2 数值模拟方法

采用 NND 有限差分方法数值求解 5 组分(N₂、O₂、NO、N、O)轴对称 Navier-Stokes 方程。控制方程如下:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + H = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial r} + H_v + W$$

其中, F_v 、 G_v 、 H_v 为粘性项。

$$U = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{ns} \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho e_v \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho_1 u \\ \vdots \\ \rho_{ns} u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \\ \rho u e_v \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_{ns} v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \\ \rho v e_v \end{bmatrix}$$

$$H = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho_1 v \\ \vdots \\ \rho_{ns} v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ v(E + p) \\ \rho v e_v \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{ns} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_v \end{bmatrix}$$

$$E = \rho \left[e + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right]$$

$$e = \sum_{i=1}^{ns} C_i (e_{ti} + e_{ri} + e_{di} + \Delta h_i^0) + \sum_{i=mol} C_i e_{vi}$$

式中, e_{ti} 、 e_{ri} 、 e_{di} 、 e_{vi} 分别是组元的平动能、转动能、束缚电子激发能和振动能^[18], ρ_i 、 e_v 分别为组元密度和振动能量, W 是热化学非平衡源项, Δh_i^0 为组分生成焓, C_i 为组分质量分数。

本文采用的化学反应模型为 5 组元 17 化学反应的 Dunn-Kang 空气化学反应模型。热力学模型采用考虑平动温度和振动温度的双温度模型, 振动非平衡源项包括平动能和振动能的交换项 Q_{V-D} 以及振动能和离解能之间的交换项 Q_{T-V} :

$$Q_{V-D} = \sum_i \omega_i \frac{R_i \theta_{vi}}{e^{\theta_{vi}/T_v} - 1}$$

$$Q_{T-V} = \sum_i \omega_i \frac{\rho_i R_i \theta_{vi} \left(\frac{1}{e^{\theta_{vi}/T} - 1} - \frac{1}{e^{\theta_{vi}/T_v} - 1} \right)}{\tau_{vi}}$$

式中, τ_{vi} 为不同组分振动能量交换的松弛时间, θ_{vi} 为组分振动特征温度, T 、 T_v 分别为平动温度和振动温度。热化学反应模型的相关数据见文献[18]。

由于风洞喷管是轴对称外形, 计算选取一半区域, 计算网格节点数为 240×60 , 流向 240 个网格点, 在壁面和轴线附近加密。壁面条件对喷管流场影响只限于壁面附近区域^[19], 因此壁面边界条件均采用等温 ($T=300\text{K}$) 非催化壁面条件, 入口条件由驻室参数获得。

3 计算结果及分析

3.1 喷管流场状态参数

表 1 中试验编号 5 所对应的状态为 JF10 高焓激波风洞上调试稳定且最为常用的试验状态。在这个状态下, $M_s=11.8$, 总焓 18.2MJ/kg, 总温 8200K, 利用正向爆轰驱动方式获得。图 2 给出了这种状态下喷管流场中 Ma 分布云图, 可见喷管出口已经形成了均匀流场。图 3 给出的是喷管出口轴线速度分布及实验所获得的皮托压力分布, 对应状态下喷管出口轴线速度约为 5400m/s, 且数值计算与皮托测压所反映的出口截面气流均匀区域基本一致, 达到出口截面直径的 75% 以上, 能够为高超声速流动的地面实验研究提供足够的模型试验区域。

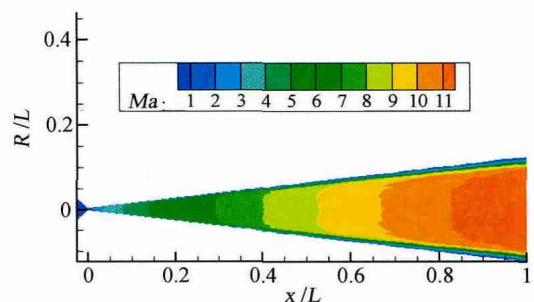


图 2 喷管流场 Ma 分布云图

Fig. 2 Ma contour of the flow field in the nozzle

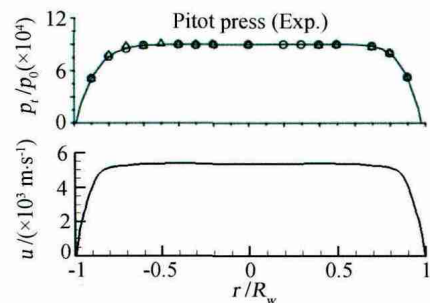


图 3 喷管出口速度分布

Fig. 3 Velocity distribution of the nozzle exit

为了研究热化学非平衡效应的影响, 图 4 给出的是喷管轴线方向上速度、组分质量分数、振动温度及平动温度的分布。在喉道附近, 振动温度和平动温度

重合,流动处于近平衡状态,不同能量项之间的交换迅速完成而达到平衡;在喷管后部,气流迅速膨胀,在约 1/5 喷管长度后(喉道后约 0.4 m),振动温度基本不变,而平动温度随气流流动仍不断降低,同时组分浓度基本不变,流动的特征时间小于粒子能量松弛特征时间和化学反应特征时间,此后在喷管中气流处于冻结流状态。在流动过程中,速度在喷管喉道后迅速增加到约 5400m/s,之后增长缓慢,锥形喷管出口对应马赫数约为 12。出口气体组分中存在一定质量分数的 O 和 NO,和空气成分有一定差别,且振动温度与平动温度有较大的差别,风洞自由流处于热化学非平衡状态。这种非平衡特性会对气动实验结果产生不同程度的影响,实验数据需根据不同的非平衡程度进行修正才能和真实飞行条件下的数据对应起来,但首先我们需要评估高焓风洞的非平衡程度以及影响非平衡特性的因素和规律。

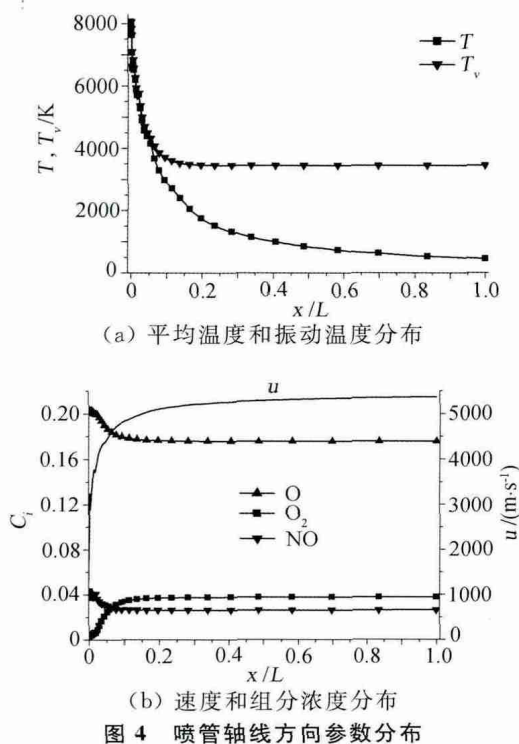


图 4 喷管轴线方向参数分布

3.2 焓值对喷管流场非平衡特性影响

由于非平衡效应的影响,高焓风洞实验数据须进行修正才能和飞行实验结果对应起来。非平衡效应的强弱和焓值是密切相关的,因此有必要研究不同焓值状态下的喷管流场非平衡特性。图 5 给出的是喷管轴线方向上的参数分布,包括 O_2 和 N_2 的质量分数以及平动温度和 T_k ($T_k = \sqrt{T * T_v}$)^[18]。焓值越高,气源所蕴含的总能量越大。随着焓值的升高,轴线方向上平动温度和 T_k 都明显随着焓值升高而升高的,但是 N_2 和 O_2 的质量分数随着焓值的增加呈现

不同的变化趋势:在喷管后部, N_2 浓度随着焓值增加不断增加,离解程度降低,而 O_2 质量分数则随着焓值增加而减小,离解程度增加。

这种差别产生的原因在于热化学非平衡效应作用下,离解和复合反应速率之间的差异。在目前风洞所覆盖的温度范围里,对 N_2 和 O_2 的浓度起主要作用的反应式:



式(1)中,对于离解反应(正反应),反应速率由平动温度和振动温度共同控制,采用 $T_k = \sqrt{T * T_v}$ 表征,而复合反应(逆反应)则由平动温度 T 控制。在 5000K 以下空气成分中发生的主要是 O_2 的离解反应,而 N_2 的离解反应在 6000K 以上时才比较明显^[20]。在气流处于非平衡流状态这一阶段,随着焓值的增加, T_k 和 T 都增加, T_k 的增加使得 O_2 的离解反应加剧,焓值越大离解反应越彻底,而非平衡流所处的温度 T_k 对于 N_2 的离解反应影响很小; T 的增加则使得 N_2 的复合反应有明显的促进作用,最终的效果是随着焓值的增加, N_2 的质量分数增加, O_2 的质量分数减小。

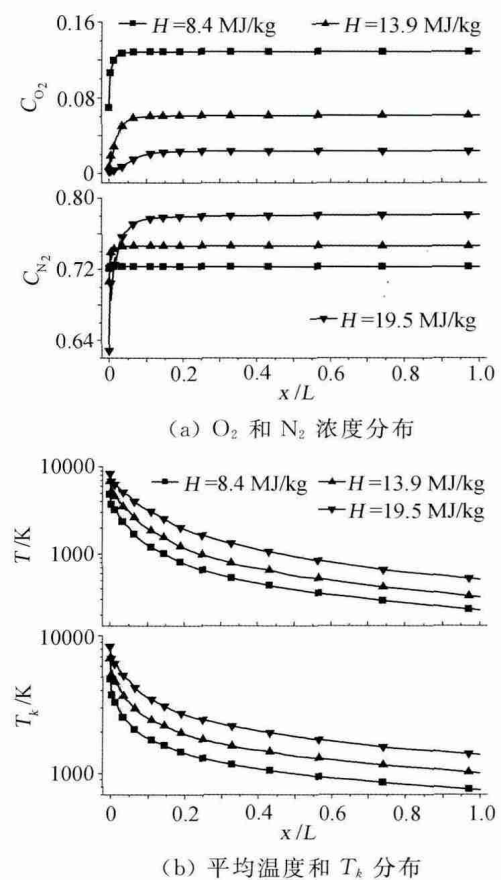


图 5 喷管轴线方向参数分布

Fig. 5 Parameters distribution along nozzle axis

为了定量的研究热化学非平衡效应的影响,Hermann 等提出了氧气离解度 α 、氮气离解度 β 及压

缩因子的概念^[21],其定义分别为:

$$\alpha = \frac{\bar{n}_O}{2n_{O_2}} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{\bar{n}_N}{2n_{N_2}} \quad (3)$$

$$z = \frac{m_0}{\bar{m}} \quad (4)$$

其中 \bar{n}_O 、 \bar{n}_N 分别为喷管出口试验气流中 O 和 N 的含量, n_{O_2} 和 n_{N_2} 分别为未离解空气中 O_2 和 N_2 的含量, m_0 为未离解空气的分子量, \bar{m} 为试验气流气体平均分子量。 α 、 β 对试验气流中 O_2 和 N_2 的离解程度进行了量化, 压缩因子对试验气体和理想空气的偏离程度进行了量化, 从而可以对气体的非平衡效应强弱进行定量的研究。在 8.4 ~ 19.5 MJ/kg 的焓值范围内 $\beta \approx 0$, N_2 的离解程度比较弱。图 6 给出了不同焓值状态下的 α 值及压缩因子, 焓值在 8.4 ~ 19.5 MJ/kg 之间变化时, 随着焓值增加 α 及压缩因子不断增大且呈现相同的变化趋势, 在这个焓值范围内, 气流的非平衡度主要由 O_2 的离解程度主导, 总体来说 $z < 1.2$, 自由流气体处于 O_2 离解区^[22]。在 16 MJ/kg 以下的低焓值时 α 及压缩因子增大速率较快, 随焓值增加 O_2 的离解度迅速加快。在 16 MJ/kg 以上时, O_2 基本离解完成, α 趋于极限值; 压缩因子增大幅度也较小, 离解程度变化不大, 但是在 19 MJ/kg 以上时, 压缩因子有增大的趋势, 主要是由于此时 N_2 的离解程度开始增大, 起到影响离解程度的主导因素。

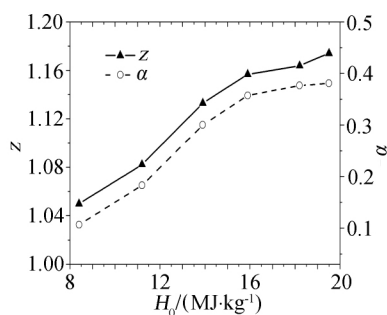


图 6 压缩因子随焓值变化曲线

Fig. 6 Distribution of compression factor with enthalpy

4 结 论

本文通过求解耦合双温度模型的轴对称 Navier-Stokes 方程, 研究了高焓激波风洞中典型状态下试验气流的热化学非平衡流动特性, 分析了焓值对非平衡特性的影响规律, 主要结论如下:

(1) 喷管出口自由流均匀区域达到出口截面直径的 75% 以上, 能够为实验提供足够的空间;

(2) 喷管出口自由流处于热化学非平衡状态, 在

喷管喉道后约 1/5 长度气流即已处于冻结流状态, 流动的特征时间小于粒子能量松弛特征时间和化学反应特征时间, 组分浓度和振动温度随气流流动基本不变;

(3) 焓值在 8.4 ~ 19.5 MJ/kg 之间变化时, 非平衡程度随着焓值的增加而增强, 但是低焓值时非平衡程度的增强更加剧烈且离解程度主要由 O_2 的离解程度所主导。

参 考 文 献:

- [1] Yu Hongru, Zhao Wei, Yuan Shengxue. Performance of shock tunnel with H_2-O_2 detonation driver [J]. Aerodynamic Experiment and Measurement & Control, 1993, 7(3): 38-42. (in Chinese) 俞鸿儒, 赵伟, 袁生学. 氢氧爆轰驱动激波风洞的性能 [J]. 气动实验与测量控制, 1993, 7(3): 38-42.
- [2] Chen Qiang. Theory and experimental technology of shock tube flow [M]. Hefei: University of Science and Technology of China, 1979. (in Chinese) 陈强. 激波管流动的理论和实验技术 [M]. 合肥: 中国科学技术大学, 1979.
- [3] Yu H R, Esser B, Lenartz M, et al. Gaseous detonation driver for a shock tunnel [J]. Shock Waves, 1992, 2(4): 245-254.
- [4] Jiang Zonglin, Yu Hongru. Progress of the research on hypersonic shock tunnels [J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(6): 766-776. (in Chinese) 姜宗林, 俞鸿儒. 高超声速激波风洞研究进展 [J]. 力学进展, 2009, 39(6): 766-776.
- [5] Tahir Gokcen. Effects of flow-field non-equilibrium on convective heat transfer to a blunt body [R]. AIAA Paper 96-0352, 1996.
- [6] Zeng Ming, Lin Zhenbin, Feng Haitao, et al. Numerical analysis of non-equilibrium scale effects in hypersonic nozzle [J]. Journal of Propulsion Technology, 2005, 26(1): 38-41. (in Chinese) 曾明, 林贞彬, 冯海涛, 等. 高超声速喷管非平衡尺度效应的数值分析 [J]. 推进技术, 2005, 26(1): 38-41.
- [7] Dong Weizhong, Le Jialing, Gao Tiesuo. Numerical analysis for correlation of standard model testing in high enthalpy facility and flight test [J]. Experiments and Measurements in Fluid Mechanics, 2002, 16(2): 1-8, 20. (in Chinese) 董维中, 乐嘉陵, 高铁锁. 顿体标模高焓风洞试验和飞行试验相关性的数值分析 [J]. 流体力学试验与测量, 2002, 16(2): 1-8, 20.
- [8] Zeng Ming, Lin Zhenbin, Guo Dahua, et al. Numerical rebuilding of free stream measurement in the high enthalpy shock tunnel [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2009, 27(03): 358-362. (in Chinese) 曾明, 林贞彬, 郭大华, 等. 高焓激波风洞自由流参数测量的数值重建 [J]. 空气动力学学报, 2009, 27(03): 358-362.
- [9] Hannemann K. High enthalpy flows in the HEG shock tunnel: experiment and numerical rebuilding [R]. AIAA 2003-0978.
- [10] MacLean M, Candler G V, Holden M S. Numerical evaluation of flow conditions in the LENS reflected shock tunnel facilities [R]. AIAA 2005-0903.
- [11] Zhao Wei. Performance investigation of facilities generating high enthalpy test flows by hydrogen-oxygen detonations [D]. [PhD Thesis]. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 1999. (in Chinese)

- 赵伟. 利用氢氧爆轰产生高焓试验气流装置的性能研究[D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 1999.
- [12] Yu Hongru. Oxyhydrogen combustion and detonation driven shock tube[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1999, 15(2): 97-107.
- [13] Lin Zhenbin, Guo Dahua, Zhu Naiyi, et al. The measurement and diagnostics in free stream of JF-10 hydrogen oxygen detonation driven shock tunnel[J]. *Experiments and Measurements in Fluid Mechanics*, 2000, 14(3): 12-17. (in Chinese)
林贞彬, 郭大华, 竺乃宜, 等. JF-10 氢氧爆轰驱动激波风洞自由流的测量和诊断技术[J]. *流体力学实验与测量*, 2000, 14(3): 12-17.
- [14] Jiang Zonglin, Zhao Wei, Wang Chun. Forward-running detonation drivers for high-enthalpy shock tunnels[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(10): 2009-2016.
- [15] Zhao W, Jiang ZL, Saito T, et al. Performance of a detonation driven shock tunnel[J]. *Shock Waves*, 2005, 14: 53-59.
- [16] Yang Hongwei, Huang Dun, Yu Hongru, et al. Numerical simulation of variable cross-section shock tubes with forward detonation driver[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2005, 37(4): 494-500. (in Chinese)
杨宏伟, 黄敦, 俞鸿儒, 等. 前向爆轰驱动变截面激波管特性的数值模拟[J]. *力学学报*, 2005, 37(4): 494-500.
- [17] Li Jinping. Investigation into essential problems of detonation-driven high enthalpy shock tunnels[D]. [PhD Thesis]. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2007. (in Chinese)
李进平. 爆轰驱动高焓激波风洞关键问题研究[D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2007.
- [18] Gregory H Furumoto, Xiaolin Zhong, John C Skiba. Numerical studies of real-gas effects on two-dimensional hypersonic shock-wave/boundary-layer interaction[J]. *Physics of Fluids*, 1997: 191-210.
- [19] Zeng Ming. Numerical rebuilding of free-stream measurement and analysis of non-equilibrium effects in high-enthalpy tunnel [D]. [PhD Thesis]. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2007. (in Chinese)
曾明. 高焓风洞流场测量的数值重建和非平衡效应的数值分析[D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2007.
- [20] Fu Zhijian, Fu Min, Chen Qifeng. Thermodynamic properties of high temperature air in the region of partial dissociation and ionization[J]. *Journal of Sichuan University*, 2010, 47(3): 585-592. (in Chinese)
付志坚, 傅敏, 陈其峰. 高温空气在部分离解和电离区的热力学性质的计算[J]. *四川大学学报*, 2010, 47(3): 585-592.
- [21] Rudolf Hermann. Hypersonic non-equilibrium flow and its thermodynamic relations[R]. UARI Research Report No. 30, 1965.
- [22] Tong Bingang, Kong Xiangyan, Deng Guohua. *Gasdynamics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990. (in Chinese)
童秉纲, 孔祥言, 邓国华. *气体动力学* [M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.