

均匀水流冲击下扭王字块断裂失稳过程的数值模拟研究

冯春, 李世海, 赵颖, 刘晓宇

(中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要:扭王字块是一种重要的港口防波堤护面块体,其断裂失稳过程与所受水流冲击力密切相关。文章以基于连续介质力学的离散元方法(CDEM)为基础,通过引入FVM算法及半弹簧-半棱联合接触模型,分别实现了大位移下单元变形的准确计算及单元接触的快速更新。基于改进后的CDEM方法,通过在扭王字块表面施加按流速方向逐渐增加的动态面力,对均匀水流冲击下单扭王字块的断裂过程及扭王字块群的失稳滑移过程进行了数值分析。通过分析,不同方向水流冲击下单扭王字块的主要断裂模式为沿着根部的折断,其断裂流速约为21~25 m/s;不同吨位下扭王字块群的失稳模式为扭王字块单体从群体中跳出,其失稳流速约为4~11 m/s。

关键词:CDEM;FVM;联合接触模型;防波堤;扭王字块;断裂失稳模式

中图分类号:O317 **文献标志码:**A **doi:**10.7511/jslx201402018

1 引言

扭王字块是一种常用的预制混凝土异形块体,由三根杆件组成,两端杆件平行,中间的杆件正交于两端杆件。扭王字块因其制作简单和良好的消浪护面功能已广泛应用于港口防波堤的护面结构中。散乱及断裂是防波堤消浪块体的两种主要灾害模式,据鹿岛辽一等^[1,2]对日本国内外防波堤消浪棱体的调查统计,消浪棱体的散乱约占93.9%,消浪棱体的破损约占6.1%。

目前,对防波堤消浪块体的稳定性研究方面,基于现场经验及简化模型的公式法已在工程设计中广泛应用,并纳入各国防波堤护面块体的设计规范中^[3-6],如1938年西班牙工程师提出的Iribarren法,1959年美国陆军工程兵团提出的Hudson公式及目前在西方国家已广泛应用的Van der Meer(荷兰,1987)方法等。上述方法使用简单,但由于对海浪与块体的相互作用进行了大量简化,无法真正刻画海浪作用下护面块体的启动及破裂机理。当然,也有一些学者做了更为细致性的工作,如J. P. Latham等^[7]研究了护面块体拓扑形状与护面

结构整体稳定性的对应关系,并形成了相应的评价方法;Hsiang Wang等^[8]基于室内试验及统计模型,研究了护面块体间咬合自锁产生的抵抗力对防波堤护面结构整体稳定性的影响;Dookie Kim等^[9]基于Van der Meer的实验数据,提出了基于神经网络的护面块体失稳数量预测方法;张慈珩^[10]以两个具体的港口项目为背景,研究了STEM波作用下防波堤护面的稳定性,并提出了优化设计的方案;俞聿修等^[11]通过试验研究了扭工字块体、钩连块体、四脚空心方块和块石等四种护面块体在五种波向角的斜向波与多向不规则波作用下的稳定性,给出了四种护面块体稳定重量的实用计算方法。

总体而言,对护面块体稳定性评价的研究以实验及概率统计的方式为主,而通过数值手段研究护面块体断裂失稳现象的较少。本文通过在基于连续介质力学的离散元方法(CDEM)中引入有限体积算法(FVM)及半弹簧-半棱联合接触模型,研究了均匀水流冲击下单扭王字块的断裂过程及扭王字块群的失稳过程,给出了断裂失稳的基本模式及相应的临界流速。

2 CDEM方法及其修正

CDEM是基于连续介质力学离散元方法(Continuum-based Discrete Element Method)的英文缩写^[12,13]。传统CDEM方法基于小变形假设,通过单元刚度矩阵 $[K]$ 及单元位移向量 $\{u\}$ 来计算单

收稿日期:2012-10-08;修改稿收到日期:2012-12-28.

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973)(2010CB731506);

国家科技支撑计划(2012BAK10B00);国家自然科学基金

基金青年基金(11002146)资助项目.

作者简介:冯春*(1982-),男,助理研究员,博士生

(E-mail: fengchun@imech. ac. cn).

元的节点力向量 $\{F\}_e$ (式 1), 这种方式在单元出现大位移(转动或平动)时将产生单元畸变及虚假接触现象。因此, 本文采用 FVM 算法来实现单元大位移下变形的精确计算, 并利用半弹簧-半棱联合接触模型实现单元间接触的快速检测更新。

$$\{F\}_e = [K]_e \{u\}_e \quad (1)$$

2.1 FVM 算法的引入

设 Ω 为一空间有界闭区域, 其边界曲面 $\partial\Omega$ 由有限块光滑或者分片光滑的曲面组成, 并设函数 $f(x, y, z)$ 在 Ω 上具有一阶连续偏导数, 根据高斯散度定理可得式(2)。

$$\oint_S f n_i dS = \iiint_{\Omega} (\partial f / \partial x_i) d\Omega \quad (2)$$

式中 n_i 为边界曲面外法线方向单位向量在 i 方向的分量。

$\partial f / \partial x_i$ 在有界闭区域内的平均值 $\langle \partial f / \partial x_i \rangle$ 可表示为式(3), 当 $\Omega \rightarrow 0$ 时, 有 $\langle \partial f / \partial x_i \rangle = \partial f / \partial x_i$ 。

$$\langle \partial f / \partial x_i \rangle = \frac{1}{V} \iiint_{\Omega} (\partial f / \partial x_i) dV = \frac{1}{V} \oint_{\partial\Omega} f n_i dS \quad (3)$$

式中 V 为有界闭区域 Ω 的总体积。

设一多面体含 N 个面, 则式(3)可改写为

$$\langle \partial f / \partial x_i \rangle \approx \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N \bar{f} n_i^k \Delta S^k \quad (4)$$

式中 ΔS^k 为第 k 个面的面积, 该面的外法线方向单位向量在 x_i 方向的分量为 n_i^k , \bar{f} 为 f 在第 k 个面上的平均值。

以四面体为例, 求单元内部的应力增量, 首先求四面体内速度梯度的平均值为

$$\langle \partial v_i / \partial x_j \rangle \approx \frac{1}{V} \sum_{k=1}^4 \bar{v}_i n_j^k \Delta S^k \quad (5)$$

应变增量可表示为

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i) \Delta t \quad (6)$$

应力增量如式(7), 其中 C_{ijkl} 为切向刚度张量:

$$\Delta \sigma_{ij} = C_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} \quad (7)$$

应力全量可写为

$$\sigma_{ij} = \sum \Delta \sigma_{ij} \quad (8)$$

四面体各节点的节点力分量为

$$f_i^N = \int_S \sigma_{ij} n_j ds \approx \sigma_{ij} \sum_{k=1}^3 n_j^k (\Delta S^k / 3) \quad (9)$$

式中 N 为第 N 个节点, k 为节点 N 所在面的序号(四面体中每个节点对应 3 个面), n_j^k 为节点所在面的单位法向量。

如果节点 N 被 M 个单元共用, 则总单元力的计算公式为

$$F_i^N = \sum_{l=1}^M (f_i^N)_l = \sum_{l=1}^M [\sigma_{ij} \sum_{k=1}^3 n_j^k (\Delta S^k / 3)]_l \quad (10)$$

为实现单元在大位移下真实变形的计算, 本文采用了实时更新单元坐标的方法(式(11)); 同时, 在每一时步更新四面体各面的法向量、面积及四面体的体积。设 i, j, k 和 l 为四面体的四个节点号, 则 ijk 面上的法向量计算如式(12)所示, 面积计算如式(13)所示, 四面体的体积计算如式(14)所示。其中 $P_{t+\Delta t}$, P_t 为下一时步及本时步的增量位置向量, Δu_t 为本时步的位移向量, N_{ijk} 为 ijk 面的单位外法向量, S_{ijk} 为 ijk 面的面积, V_{ijkl} 为四面体的体积, V_{ij} , V_{jk} 和 V_{jl} 为四面体对应两点之间的相对位置向量。

$$P_{t+\Delta t} = P_t + \Delta u_t \quad (11)$$

$$\begin{cases} N_0 = V_{ij} \times V_{jk} \\ N_1 = \text{sign}(N_0 \cdot V_{jl}) N_0, N_{ijk} = N_1 / |N_1| \end{cases} \quad (12)$$

$$S_{ijk} = |V_{ij} \times V_{jk}| / 2, V_{ijkl} = |V_{ij} \times V_{jk} \cdot V_{jl}| / 6 \quad (13, 14)$$

2.2 半弹簧-半棱联合接触模型的引入

半弹簧-半棱联合接触模型通过将顶点缩进至各面内形成半弹簧, 将顶棱缩进至各面内形成半棱的方式, 将六类接触类型(点-点、点-棱、点-面、棱-棱、棱-面、面-面)的判断转化为两类接触类型(半弹簧-目标面、半棱-目标棱)的判断, 从而简化了计算^[14, 15]。

以标准六面体为例, 通过顶点及顶棱的缩进, 共形成了 24 个半弹簧及 24 个半棱如图 1 所示。在进行接触计算时, 循环的主体是半弹簧链表及半棱链表, 循环的目标是找到对应的目标面及目标棱如图 2 所示。由于必须找到目标对象方能建立完整的接触对并进行接触计算, 故用“半”字表征缩进的顶点及顶棱的特征。

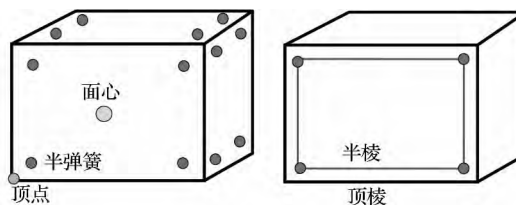


图 1 六面体中的半弹簧及半棱

Fig. 1 Semi-spring and semi-edge in hexahedron

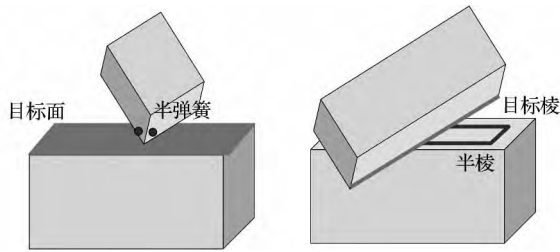


图2 半弹簧-目标面及半棱-目标棱接触方式
Fig.2 Semi-spring target face & Semi-edge target edge contact type

由于半弹簧、半棱均位于各面的面内,因此均具有各自的特征面积为

$$A_{SS} = A_{face} / N_v, A_{SE} = A_{SS-i} + A_{SS-j} \quad (15, 16)$$

式中 A_{SS} 和 A_{SE} 为半弹簧、半棱的面积, A_{face} 为半弹簧、半棱所在母面的面积, N_v 为所在母面的顶点数, A_{SS-i} 和 A_{SS-j} 为组成半棱的两根半弹簧的面积。

接触对建立完毕后,在每个接触对上创建法向及切向弹簧,并利用式(17)进行弹性接触力的计算。其中, F_n 和 F_s 为法向、切向接触力, K_n 和 K_s 为法向、切向接触刚度, Δd_n 和 Δd_s 为法向、切向相对位移增量。

$$\begin{cases} F_n(t + \Delta t) = F_n(t) - K_n \times \Delta d_n \\ F_s(t + \Delta t) = F_s(t) - K_s \times \Delta d_s \end{cases} \quad (17)$$

为了计算材料的渐进破坏过程,引入了 Mohr-Coulomb 准则及最大拉应力准则(式 18)。其中 T 为抗拉强度, C 为粘聚力, ϕ 为内摩擦角, A 为接触面积。

$$\begin{cases} \text{if } -F_n \geq T \cdot A, F_n = F_s = 0 \\ \text{next step } C = 0, T = 0 \\ \text{if } F_s \geq F_n \times \tan(\phi) + C \cdot A \\ F_s = F_n \times \tan(\phi) + C \cdot A \\ \text{next step } C = 0, T = 0 \end{cases} \quad (18)$$

3 单扭王字块断裂过程分析

模拟的扭王字块重 5 t, 包含 9817 个四面体单元及 2141 个节点, 材料参数列入表 1。单元采用各向同性线弹性模型, 单元之间的界面采用 Mohr-Coulomb 模型及最大拉应力模型。本模型通过单元来反映扭王字块的变形过程, 通过单元之间的界面来反映扭王字块的断裂过程。

表 1 扭王字块材料参数

Tab.1 Material parameter of accropode

单元(线弹性模型)		界面(Mohr-Coulomb 模型及最大拉应力模型)			
密度	弹性模量	泊松比	粘聚力	内摩擦角	抗拉强度
/kg · m ⁻³	/GPa		/MPa	/Deg	/MPa
2500	30	0.25	6	45	3

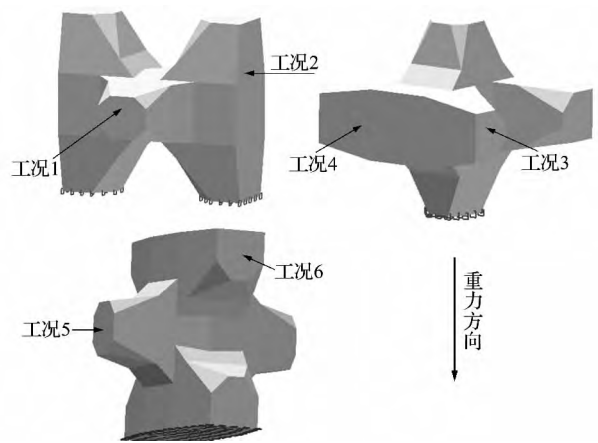


图3 六种不同的工况
Fig.3 Six different numerical cases

计算时,为了描述扭王字块在均匀水流作用下的渐进破坏过程,将该数值模型的某一表面进行全约束,并在侧面施加随着时间逐渐增加的线性面载荷。本计算中对模型的三个典型方向进行约束如图 3 所示,每种约束情况共分析两种水平方向的载荷,总计 6 个工况。

为了使施加的面力与均匀水流的作用接近,采用式(19)进行面力的施加。其中 $\alpha = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}$, \mathbf{V} 为均匀水流流动的方向向量, \mathbf{n} 为扭王字块某个外表面的单位内法向量, F_i 为水流垂直于块体表面冲击时的冲击面力(外部输入), F_a 为真正施加到扭王字块表面的面力。

$$\begin{cases} F_a = \alpha F_i, \alpha \geq 0 \\ F_a = 0, \alpha < 0 \end{cases} \quad (19)$$

为了获取扭王字块断裂时的临界流速,可采用动水压力与流速的换算公式(20),其中 ρ 为海水密度。

$$V = \sqrt{2|F_a|/\rho} \quad (20)$$

各工况下扭王字块的断裂模式如图 4 所示。可以看出,工况 1、工况 3 和工况 5 下扭王字块的断裂模式是以根部折断为主,工况 2 下的断裂模式以顶部折断为主,工况 4 下的断裂模式是以腰部左右侧折断为主,工况 6 下扭王字块的根部及腰部均出现贯穿性破坏。

各工况下扭王字块的临界断裂流速列入表 2。由表 2 可知,不同的来流方向及不同的固定约束位

表 2 不同工况下临界断裂流速统计表

Tab.2 Critical crack flow velocity in different cases

出现断裂时的临界流速/m · s ⁻¹					
工况 1	工况 2	工况 3	工况 4	工况 5	工况 6
23.66	20.78	22.44	21.71	24.17	24.50

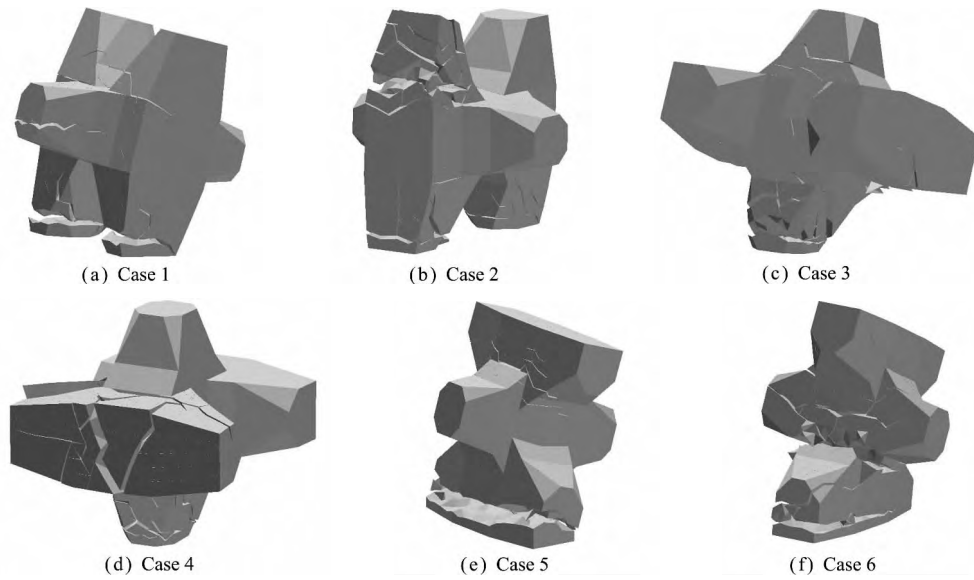


图 4 六种不同工况下扭王字块的开裂模式
Fig. 4 Different crack modes in six different cases

置,对单扭王字块的临界断裂流速影响较小,也即扭王字块各方向的惯性矩基本一致,无优势、劣势方向,是扭王字块设计合理的一种体现。

4 扭王字块群失稳过程分析

为评判扭王字块防波堤的整体稳定性,对 5 t, 9 t, 16 t 的扭王字块堆积体进行了失稳过程分析。为保证三种吨位扭王字块的可比性,保持初始堆积模式相同,仅改变扭王字块及防波堤的尺寸。

考虑到现场扭王字块的铺放过程复杂,完全按照实际工况进行数值建模较为困难。因此,本文采用重力下落法形成扭王字块初始堆积体。防波堤坡率 1:1.5,下落扭王字块 50 个如图 5 所示,为防止扭王字块下落时产生过大的水平运动,将底部 5 个扭王字块进行固定。扭王字块弹性模量 30 GPa,密度 2500 kg/m³,泊松比为 0.25,块间的摩擦角为 35°,重力作用下,扭王字块堆积体的最终堆积形状

如图 6 所示。

以图 6 所示扭王字块堆积体的几何拓扑形状为基础,通过改变模型尺寸,分别研究 5 t, 9 t 和 11 t 扭王字块堆积体的失稳模式及失稳时的流速(计算时假设所有扭王字块均处于水下,采用浮重度计算)。为准确模拟均匀水流对扭王字块的冲击作用,在每个扭王字块上施加沿岸坡向上逐级增加的面力,施加面力的方式与单扭王字块的一致。为防止上部扭王字块先行运动,对顶部若干扭王字块进行固定。

经分析,扭王字块群的失稳模式为扭王字块单体从群体中跃出。本算例扭王字块群中有 4 个扭王字块最容易发生跃出失稳,分别编号为 1[#]~4[#]如图 7 所示。介于三种吨位下扭王字块群的失稳模式及运动状态基本一致,仅给出 9 t 下扭王字块群整体的失稳运动总位移云图如图 8 所示。可以看出,4 个扭王字块跃出的先后顺序为 1[#], 2[#], 3[#] 和 4[#]。

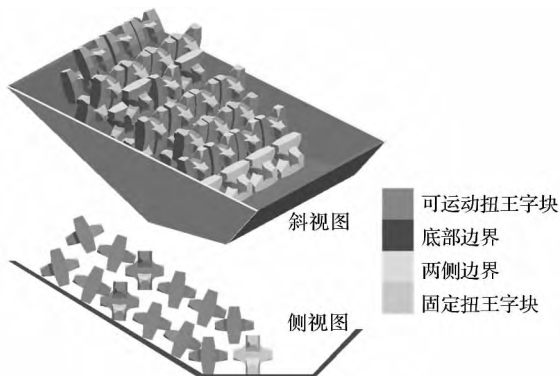


图 5 初始状态下的扭王字块体
Fig. 5 Accropodes at initial state

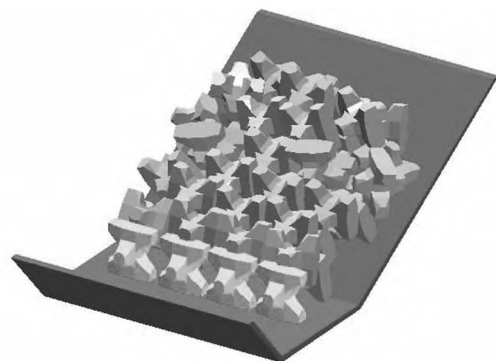


图 6 重力作用下扭王字块的最终堆积形状
Fig. 6 Final state of accropodes under gravity

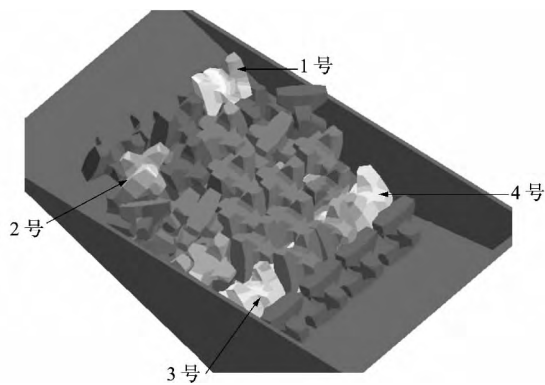


图7 流速逐渐增加下最易失稳的4个扭王字块体
Fig. 7 Four accropodes easiest to reach instability when flow velocity gradually increases

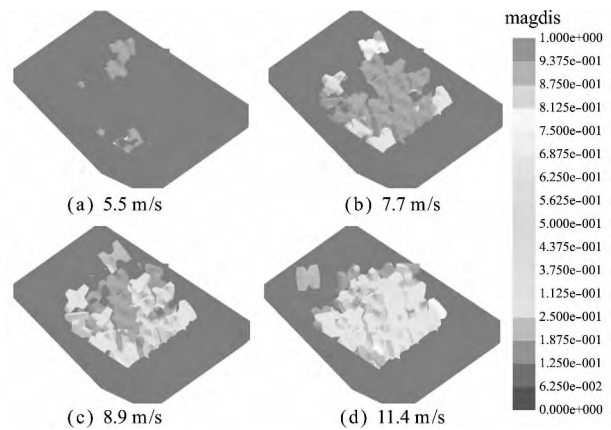


图8 不同等效流速下9 t扭王字块的运动状态
Fig. 8 Movement of 9 ton accropodes at different velocity

不同吨位下4个扭王字块的临界失稳流速列入表3。由表3可知,扭王字块吨位越大,越不容易失稳,如1#块体5 t时的失稳流速为4.5 m/s,10 t时的失稳流速为5.5 m/s,16 t时的失稳流速变为5.9 m/s;同一吨位下,不同扭王字块的失稳流速相差近6 m/s,这主要是由于每个块体与周围块体的咬合程度不同,在1#~4#块体中,1#块体的咬合程度最差,4#块体的咬合程度最好。

表3 不同吨位下4个扭王字块的临界失稳流速
Tab. 3 Critical instability velocity of 4 accropodes

吨位	临界失稳速度/ $m \cdot s^{-1}$			
	1#扭王字块	2#扭王字块	3#扭王字块	4#扭王字块
5 t	4.5	8.4	10.0	10.5
9 t	5.5	8.9	10.5	11.4
16 t	5.9	9.5	未失稳	未失稳

5 结 语

(1) 引入FVM算法及半弹簧-半棱联合接触模型后的CDM方法,可以实现大运动下块体变形的准确计算及复杂块体系统下接触对的快速检索,为模拟均匀水流冲击下扭王字块护面结构的断裂失稳过程提供了基础。

(2) 均匀水流作用下,单一扭王字块的主要断裂模式为根部折断,其临界断裂流速为21~25 m/s;扭王字块群的失稳模式为扭王字块单体从群体中的跃出,其临界失稳流速为4~11 m/s。

(3) 不同的来流方向及不同的固定约束位置对单扭王字块的临界断裂流速影响较小,由此表明,扭王字块各方向的惯性矩基本一致,无优势、劣势方向,是一种设计较为合理的防波堤护面异形块体。

(4) 扭王字块的吨位对扭王字块群的整体稳定性有较大影响,随着扭王字块吨位的增大,扭王

字块群中各块体失稳的临界流速逐渐增加;同一吨位下,不同扭王字块的失稳流速相差近6 m/s,由此表明,扭王字块的堆放方式至关重要,它将直接影响局部某些块体的失稳跃出。

(5) 文章将水流作用简化为施加在扭王字块表面的动态面力,探讨了均匀流速下扭王字块的破裂失稳模式及相应的临界流速,这与实际海浪作用下扭王字块的破裂失稳过程还存在一定的差距,通过流固耦合进行该问题的研究,将是后续工作的重点。此外,符合扭王字块现场堆放模式的扭王字块群快速建模方法,也需要进行深入研究。

参考文献(References):

- [1] 李炎保,吴永强,蒋学炼. 国内外防波堤损坏研究进展评述[J]. 中国港湾建设, 2004, 6: 53-56. (LI Yan-bao, WU Yong-qiang, JIANG Xue-lian. A review of the development of research on breakwater failures at home and abroad[J]. *China Harbour Engineering*, 2004, 6: 53-56. (in Chinese))
- [2] 鹿岛辽一,等. 被灾事例から見た防波堤、防波护岸の波浪被灾特性[A]. 第33届海岸工学讲演会论文集[C]. 1986, 626-630.
- [3] 中华人民共和国交通部. 防波堤设计与施工规范[S]. 北京:人民交通出版社, 1999. (Ministry of Transport of the People's Republic of China. Code of Design and Construction of Breakwaters[S]. Beijing: China Communications Press, 1999. (in Chinese))
- [4] BS6349, British Standard Code of Practice for Maritime Structures[S].
- [5] 白银战,庄正勇. 港口工程中扭王字块应用标准的比较[J]. 水运工程, 2005, 11: 36-38. (BAI Yin-zhan, ZHUANG Zheng-yong. A comparison of applied

- standards of accropode in port engineering[J]. *Port & Waterway Engineering*, 2005, **11**: 36-38. (in Chinese))
- [6] 合田良实. 港工建筑物的防浪设计[M]. 刘大中, 孙巨才, 译. 北京: 海洋出版社, 1983. (HE Tian-liang-shi. *The Wave-Proof Design of Port Structures* [M]. LIU Da-zhong, SUN Ju-cai, translated. Beijing: Ocean Press, 1983. (in Chinese))
- [7] Latham J P, Poole A B. The quantification of breakwater armour profiles for design purposes[J]. *Coastal Engineering*, 1986, **10**(3): 253-273.
- [8] Hsiang Wang, Steven J Peene. A probabilistic model of rubble mound armor stability[J]. *Coastal Engineering*, 1990, **14**(4): 307-331.
- [9] Dookie Kim, Dong Hyawn Kim, Seongkyu Chang. Application of probabilistic neural network to design breakwater armor blocks [J]. *Ocean Engineering*, 2008, **35**(3-4): 294-300.
- [10] 张慈珩. STEM波作用下防波堤护面稳定的物理模型研究[D]. 天津大学, 2011. (ZHANG Ci-heng. Physical Model Investigations on Stability of Breakwater Armor under Stem Wave Action [D]. Tianjin University, 2011. (in Chinese))
- [11] 俞聿修, 柳淑学, 朱传华. 多向不规则波作用下斜坡式建筑物护面块体的稳定性[J]. 海洋学报, 2002, **24**(4): 92-104. (YU Yu-xiu, LIU Shu-xue, ZHU Chuan-hua. Stability of armour units on rubble-mound breakwater under multi-directional waves [J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2002, **24**(4): 92-104. (in Chinese))
- [12] Li S H, Wang J G, Liu B S, et al. Analysis of critical excavation depth for a jointed rock slope using a face-to-face discrete element method[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2007, **40**(4): 331-348.
- [13] Wang Y N, Zhao M H, Li S H, et al. Stochastic structural model of rock and soil aggregates by continuum-based discrete element method[J]. *Science in China Series E-Engineering & Materials Science*, 2005, **48**(Suppl): 95-106.
- [14] Feng C, Li S H, Liu X Y. A combined contact model in CDEM and its application in blasting engineering [A]. *Discrete Element Methods, Simulation of Discontinua: Theory and Applications* [C]. London: Queen Mary, University of London, 2010: 153-158.
- [15] 冯 春, 李世海, 刘晓宇. 半弹簧接触模型及其在边坡破坏计算中的应用[J]. 力学学报, 2011, **43**(1): 184-192. (FENG Chun, LI Shi-hai, LIU Xiao-yu. Semi-spring contact model and its application to failure simulation of slope [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, **43**(1): 184-192. (in Chinese))

Numerical study on failure process of accropode under the impact of uniform flow

FENG Chun*, LI Shi-hai, ZHAO Ying, LIU Xiao-yu

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Accropode is considered as an important breakwater armour block, and the failure process is closely related to impact force of flow. Based on Continuum-based Discrete Element Method (CDEM), and by introducing FVM algorithm and semi-spring & semi-edge combined contact model, the precise calculation of element deformation and quick update of element contact under large displacement are realized. According to modified CDEM above mentioned, and by applying gradually increased dynamic face force on accropode surface with the direction of flow, the numerical simulations are taken. The crack process of single accropode and instability process of accropodes group under impact load of uniform flow are studied. Numerical results show that, the main crack mode of single accropode is root fracture, with the crack velocity 20~24 m/s in different impact direction; and the main instability mode of accropodes group is single accropode jumping out of group, with the instability velocity 4~12 m/s in different tonnage.

Key words: CDEM; FVM; combined contact model; breakwater; accropode; failure mode