

· 应用 / APPLICATION ·

并行 WENO 格式在三维定常粘性流体计算中的应用

叶钦巴图^{1,3}, 胡晓东¹, 张鉴¹, 陆忠华¹, 李新亮²

1. 中国科学院计算机网络信息中心, 北京 100190
2. 中国科学院力学研究所 高温气体动力学重点实验室, 北京 100190
3. 中国科学院大学, 北京 100049

摘要: 我们将目前计算流体力学中比较流行的高精度 WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) 格式引入到大规模并行计算求解中, 使用隐式 WENO3 阶格式和 WENO5 阶格式对 ONERA-M6 翼型和 DLR-F6 机身/机翼以及 DLR-F6 机身/机翼/发动仓/吊架模型进行了模拟测试。并行规模从 64 核到 1 024 核。通过数值计算结果和实验结果的对比分析, 得出 WENO 格式在大规模并行计算中能够有效的发挥其高精度的优势, 对于激波捕获和涡脱离流动的模拟中能够获得较好的模拟效果。

关键词: 并行计算; 计算流体力学; WENO 格式; 三维粘性流体; N-S 方程

Parallel WENO Scheme for Three-Dimensional Steady Viscous Fluid Computation

Yeqin Batu^{1,3}, Hu Xiaodong¹, Zhang Jian¹, Lu Zhonghua¹, Li Xinliang²

1. Computer Network Information Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China
2. State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, LHD, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) is a popular high precision scheme in CFD. In this paper, WENO is introduced into large-scale parallel simulation. The simulation tests for ONERA-M6 Wing, DLR-F6 Body/Wing and DLR-F6 Body/Wing/Nacelle/Pylon modes are performed with the implicit WENO 3-order and WENO 5-order schemes. The number of compute nodes is ranged from 64 to 1024. The comparison of calculation with experimental results shows that the WENO schemes in massively parallel computing can

基金项目: 国家自然科学基金 (91130019); 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2012AA01A304)

effectively play its advantages of high-precision, and get good results in shock wave and vortex flow simulation.

Keywords: parallel computing; CFD; WENO; 3D viscous fluid; N-S equations

引言

近几十年来,在航空航天等领域需求的推动下,计算流体力学发展十分迅速,已逐渐成为一种功能强大、不可或缺的新手段。CFD (Computational Fluid Dynamics) 的广泛应用也给航空航天等领域带来了巨大变革,促进了这些领域的科学发展和技术进步。伴随着 CFD 的迅速发展和广泛应用,美国、欧洲近 30 多年来对于 CFD 计算结果的可信度做了大量的验证确认工作。1998 年开始,美国 AIAA 应用空气动力学技术委员会发起组织“ AIAA CFD Drag Prediction Workshop”,简称 DPW。DPW 是 CFD 发展史上规模最大,持续时间最长、也是最重要的一次国际合作,全世界 5 大洲近 30 个著名的研究机构和工业部门参加了这一至今已持续十年的学术活动。本文所使用的 F6 机身模型和 CRM 机身模型分别来自第三次和第四次 DPW 会议。

WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) 格式是有 ENO (Essentially Non-Oscillatory) 格式发展而来。ENO 方法首先由 Harten、Engquist、Osher 和 Chakravarthy 于 1987 年提出。ENO 方法是第一个成功做到对于分段光滑函数的插值逼近满足自相似性、一致高阶精度且本质无震荡的方法。WENO 格式最初是在 1994 年,由 Liu、Osher、Chan 提出来,随后, Jiang、Shu 给出了一个可以构造任意阶精度的有限差分 WENO 格式框架。至今五阶精度的 WENO 格式是使用最为广泛的一种计算流体力学高精度格式。

大规模的工程计算流体力学计算中,在尽可能得到高的精度的前提下还要求计算周期不能够太长。对于大型飞机的跨音速流场模拟,高精度格式能够更加准确的描述在机身局部产生的激波,同时高精度格式能够相对更精确的预测机身上的分离涡流。这对于飞机的设计而言是非常有意义的,激波特性和分离流动

是设计机翼和机身的重要参考标准,例如往往需要在机翼和机身连接处设计整理罩来减小分离流动,让飞机有更理想的升力阻力曲线。但随着数值格式精度的提高,相应的计算量也会增加。这对于大规模问题而言,意味着更长的计算周期。所以必须使用多核并行计算解决这一矛盾。对于 WENO 格式而言,在使用并行算法时,网格块邻接面上数据交换的量决定于使用的 WENO 格式精度。例如 WENO3 阶格式,要求每个网格块的边界数据层数不少于 2 层, WENO5 阶格式要求边界层数不少于 3 层, WENO7 阶格式要求边界层数不少于 4 层,以此类推。但增加每个网格块的边界数据层数意味着增加网格块之间的通讯量,这直接会导致在计算过程中节点之间的通讯相对于计算比重的增加,对于并行效率会有影响。所以本文中仅仅使用了 WENO3 阶格式和 WENO5 阶格式来做计算模拟。同时将每个块的边界数据限制在 2 层,这意味着如果使用 WENO5 阶格式,需要在每个块的最外层边界处自动将计算精度降为 WENO3 阶格式。计算结果表明,在网格快边界上的降阶对于整个流场精度而言基本上不会有影响。

还有两个影响流场解的最为重要的因素是网格质量和湍流模型。由于本文所使用的网格为 NASA 官方网站提供的 ONERA-M6 网格和实验数据,以及 DPW 会议官方网站提供 DLR-F6 的网格和实验数据,所以仅是选取了其中公认合适规模尺寸的网格密度计算,将结果直接与实验结果对比,来验证得到 WENO 格式的有效性。对于湍流模型而言,则用目前较为成熟的,广泛运用的,稳定性较好的一方程 Spalart-Allmaras 湍流模型。

1 控制方程

1.1 Navier-Stokes 方程

曲线坐标系下的三维无量纲可压缩 Navier-Stokes

方程表示为：

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(H - H_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

其中 t 表示无量纲时间, Q 表示守恒量, $F, G,$ 和 H 分别表示表示曲线坐标系下三个方向上的对流量, $F_v, G_v,$ 和 H_v 表示粘性通量。守恒量和各个通量的具体表达式间参考文献[1]。

1.2 Spalart-Allmaras 湍流模型方程

在流场求解中采用稳定性较好的 Spalart-Allmaras 湍流模型。Spalart-Allmaras 湍流模型为单方程湍流模型, 在流场中求解一个和湍流粘性相关的变量 \hat{v} 的偏微分方程。湍流粘性可以通过如下表达式得到：

$$\mu_t = \rho \hat{v} f_{v1} \quad (2)$$

湍流方程为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} = & C_{b1}(1 - f_{t2})\Omega \hat{v} \\ & + \frac{M_\infty}{\text{Re}} \{C_{b1}[(1 - f_{t2})f_{v2} + f_{t2}]\frac{1}{k^2} - C_{w1}f_w\} \left(\frac{\hat{v}}{d}\right)^2 \\ & + \frac{M_\infty}{\text{Re}} \left\{ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + (1 + C_{b2})\hat{v}) \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j}] - \frac{C_{b2}}{\sigma} v \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial x_j^2} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

其中 Ω 为涡量, d 为流场点到壁面的最短距离, 其他参数定义详见文献[4]。方程右侧第一项可视为涡粘性的产生项, 第二项可视为涡粘性的毁灭项, 第三项为扩散项。

2 数值方法

2.1 空间离散格式

本文使用空间半离散有限体积格式。对于定常问题的流场求解, 流场精度取决于右端项的空间离散格式精度, 这样时间项就可以采用稳定性最好的一阶时间离散格式。对于非定常流场的求解, 流场的精度同时受空间离散格式精度和时间离散格式精度的影响, 这时时间项应该采用更高阶的离散格式。半离散有限体积格式的 N-S 方程可以表示为：

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = R(Q) = -[\delta_\xi(F - F_v) + \delta_\eta(G - G_v) + \delta_\zeta(H - H_v)]_i \quad (4)$$

粘性项采用中心差分格式得到控制体边界上的粘性通量, 而对流项采用基于 Roe 格式的 FDS 方法得到控制体边界上的对流量。对于 Roe 格式的具体推导和描述见文献 [2]。

对于流场中的激波间断, 如果使用间断两侧的点进行二阶以上的拉格朗日插值, 得到的插值函数在间断面附近会出现非物理数值震荡。所以对于高精度格式, 在重构每个有限体积界面左侧和右侧的值时, 需要使用通量限制器来保证重构得到的流场满足 TVD 条件, 而 WENO 格式正式一种本质无震荡的高精度格式, 其的具体推到过程参见文献 [3]。由于通量限制器的概念出现的比 WENO 格式早, 所以本论文将 WENO 重构方程改写成通量限制器的形式, 将 WENO 格式看作是一种特殊的通量限制器。对于每一个控制体, 边界上的值可以表示为：

$$\begin{aligned} q_{R,i-\frac{1}{2}} &= q_i - \Delta_R/2 \\ q_{L,i+\frac{1}{2}} &= q_i + \Delta_L/2 \quad (5) \end{aligned}$$

$q_{R,i-1/2}, q_{L,i+1/2}$ 分别表示 i 控制体左侧边界的右值和右侧边界的左值。通量限制器的目的就是为了得到保证流场满足 TVD 条件和高阶精度的 Δ_R 和 Δ_L 。需要注意的是 WENO 格式在重构 i 控制体左侧边界的右值和右侧边界的左值时所使用的邻接单元控制体是相同的, 根据这个特点, 将 WENO 格式改写为通量限制器形式如下。

2.1.1 WENO3 通量限制器

将 WENO3 重构格式按照通量限制器格式, 进行重写, 可以得到：

$$\begin{aligned} \Delta_R &= \frac{d_1 \omega_1 \Delta_i + d_2 \omega_2 \Delta_{i+1}}{d_1 \omega_1 + d_2 \omega_2} \\ \Delta_L &= \frac{d_2 \omega_1 \Delta_i + d_1 \omega_2 \Delta_{i+1}}{d_2 \omega_1 + d_1 \omega_2} \quad (6) \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{2}{3}, d_2 = \frac{1}{3} \\ \omega_1 &= (\epsilon + \Delta_i^2)^{-2} \\ \omega_2 &= (\epsilon + \Delta_{i+1}^2)^{-2} \end{aligned}$$

2.1.2 WENO5 通量限制器

将 WENO5 重构格式按照通量限制器格式，进行重写，可以得到：

$$\Delta_R = \frac{d_1\omega_1(-\Delta_{i-1} + 4\Delta_i) + d_2\omega_2(2\Delta_i + \Delta_{i+1}) + d_3\omega_3(5\Delta_{i+1} - 2\Delta_{i+2})}{3(d_1\omega_1 + d_2\omega_2 + d_3\omega_3)}$$

$$\Delta_L = \frac{d_3\omega_1(-2\Delta_{i-1} + 5\Delta_i) + d_2\omega_2(\Delta_i + 2\Delta_{i+1}) + d_1\omega_3(4\Delta_{i+1} - \Delta_{i+2})}{3(d_3\omega_1 + d_2\omega_2 + d_1\omega_3)} \quad (7)$$

其中，

$$d_1 = \frac{3}{10}, d_2 = \frac{3}{5}, d_3 = \frac{1}{10}$$

$$\omega_1 = \left[\varepsilon + \frac{13}{12}(\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 + \frac{1}{4}(3\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 \right]^{-2}$$

$$\omega_2 = \left[\varepsilon + \frac{13}{12}(\Delta_{i+1} - \Delta_i)^2 + \frac{1}{4}(\Delta_{i+1} + \Delta_i)^2 \right]^{-2}$$

$$\omega_3 = \left[\varepsilon + \frac{13}{12}(\Delta_{i+2} - \Delta_{i+1})^2 + \frac{1}{4}(\Delta_{i+2} - 3\Delta_{i+1})^2 \right]^{-2}$$

2.2 时间离散格式

隐式格式具有比显示格式更好的稳定性。显示格式的时间步长必须满足 CFL 数小于 1 的限制，而隐式格式不受 CFL 条件的限制，可以将 CFL 数取的较大，从而，隐式格式可以使用更大时间步。这样在计算定常问题时，隐式格式的收敛速度和稳定性都优于显示格式。从而在本论文的算例中，使用了隐式时间格式。其中隐式时间项实用稳定性最好的一阶离散。本论文使用迎风一阶离散格式如下：

$$[I + \Delta t(\delta_\xi^- A^+ + \delta_\xi^+ A^- + \delta_\eta^- B^+ + \delta_\eta^+ B^- + \delta_\zeta^- C^+ + \delta_\zeta^+ C^-)] \Delta Q^n = \Delta t R(Q^n) \quad (8)$$

其中，在 ξ 方向上

$$A^\pm = T_A A_A^\pm T_A^{-1} = T_A (A_\xi^\pm \pm v_\xi I) T_A^{-1} \quad (9)$$

其中 T_A 和 T_A^{-1} 为对流项特征矩阵 A 的右矩阵和左矩阵， A_A 为 A 的特征速度的对角矩阵， A_ξ 为对流项的特征速度对角矩阵， v_ξ 为对于对流特征速度的粘性修正项，其表达式参考文献 [5]。

在实际计算中，使用了多重网格技术和局部时间步长方法，来进一步加快流场收敛的速度。对于局部时间步长，每个控制体单元的局部时间步长，可以通

过如下的计算表达式得到：

$$\Delta t = CFL / (|\nabla \zeta|_{t_1} + |\nabla \eta|_{t_2} + |\nabla \zeta|_{t_3}) \quad (10)$$

其具体的描述推到过程见文献 [5]。而多重网格方法则是在每层网格计算之前首先将更粗一层的网格流场解插值到本层，作为本层的初值进行迭代求值。先从最粗层开始，使用初始条件作为最粗层的初值流场解进行迭代计算。

3 并行算法

3.1 数据通讯

结构网格具有多块灵活性和精度高的特性。对于包含复杂几何形体的流场，通常将流场划分为多个结构网格块。每一个网格块包含两个组数据，第一组是网格块本身所对应的流场数据，另一组是网格块的边界数据。在每一次迭代之前，每个网格块首先要通过邻接网格块的内部流场数据来更新本网格块的边界数据。对于重叠网格，需要从邻接网格块内部格点插值得到本网格块的边界数据。对于点对点对应的网格，则是直接将邻接网格块的内部流场数据拷贝到对应的本网格块的边界数据中。这样对于每个网格块而言，相当于是给定了边界条件，可以独立的在每个块内求解 N-S 方程。所以对于采用这种并行方案的算例，单块网格的有限体积算法就可以很方便的推广到多块网格的情形。

对于节点内部的网格数据通讯，通过直接的内存的拷贝可以实现。而对于节点之间的网格数据通讯，本文使用了 MPI 数据通讯接口来实现。一般而言，每个节点包含多个网格块，而每个网格块通常包含多个通讯边界，这样每个节点就需要和多个节点通讯，在这种情况下使用非阻塞式通讯，将数据的发送和接受独立于处理器的计算，可以极大的提高并行效率。

3.2 分区方法

对于包含复杂几何外形的流场，得到的初始网格往往是多块的，不均匀的网格。在进行多核并行计算时，可能会出现网格的块数不满足核数的要求，或者

网格块数不均匀, 导致计算负载均衡性达不到要求。这样就需要将初始得到的网格进一步分区。一般而言对于包含复杂外形的多块结构网格, 网格分区需要考虑三点, 一是分区后的网格能否在特定结算节点数下, 尽可能使每个结算节点的负载均衡。对于这一点, 分区后的网格数量越多, 将越有利于各个计算节点的负载均衡。二是在同样的分区数量下使得新生成的内部邻接面面积最小。在本文中让分区后得到的每个网格块三个方向上的网格点数目尽可能一致, 这样得到的内部邻接边界面积比网格的总体积就会相对更小。分区的网格数量越多将会产生越多的内部邻接边界, 从而会有越多的网格块之间的数据交换。三是使用一定的算法将得到的各网格分配到各计算节点, 让各个节点之间满足负载均衡的前提下使得节点之间的数据通讯最小化。

对于第三点, 本论文中将节点负载均衡性最优和节点之间的通讯最小化这二者作为目标函数, 将各个网格块包含的点数作为顶点权重, 将邻接网格块间的邻接面积作为这两个网格点的链接边权重, 使用基于图分区的算法, 寻找这两个目标函数的最优解, 从而实现网格块到计算节点的的最优分配。

4 结果分析

4.1 ONERA-M6 机翼跨音速流场模拟

使用 ONERA-M6 三维翼形的跨音速绕流算例来验证多核 WENO 并行算法的精度。ONERA-M6 机翼是一个半翼面, 沿展向没有几何扭转, 前缘后掠角为 30 度, 后缘后掠角为 15.8 度, 截面翼型是 ONERA 的对称翼型, 且翼型的最大厚度在 37.6% 处, 展弦比为 3.8。原始的网格为一个 C 型网格, 网格规模为 96 万, 表面和镜像对称面的网格分布见图 1。将原始单块网格分区规模均匀的 216 块小网格, 分区后的网格分布见图 2。来流马赫数为 0.84, 基于平均气动弦长的雷诺数为 1.74×10^7 , 来流攻角为 3.06 度。使用 64 核并行 WENO3 和 WENO5 格式计算得到的残差收敛结果见图 3, 这里使用了三层网格, 每次网格在迭代开始之前只用粗一层的网格迭代后的值作为本层迭代

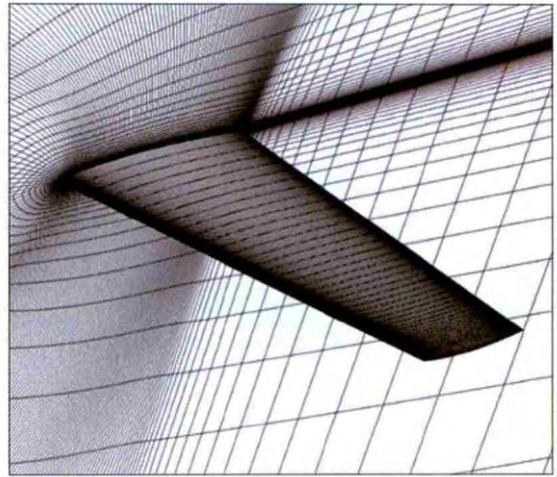


图1 M6 网格密度分布
Fig. 1 M6 mesh density distribution

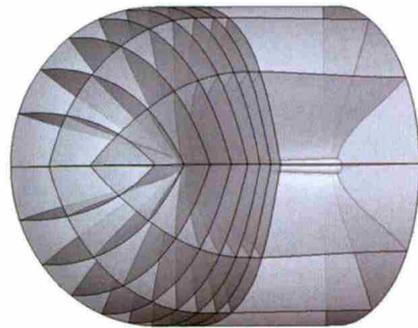


图2 M6 空间分区位置
Fig. 2 M6 space partition location

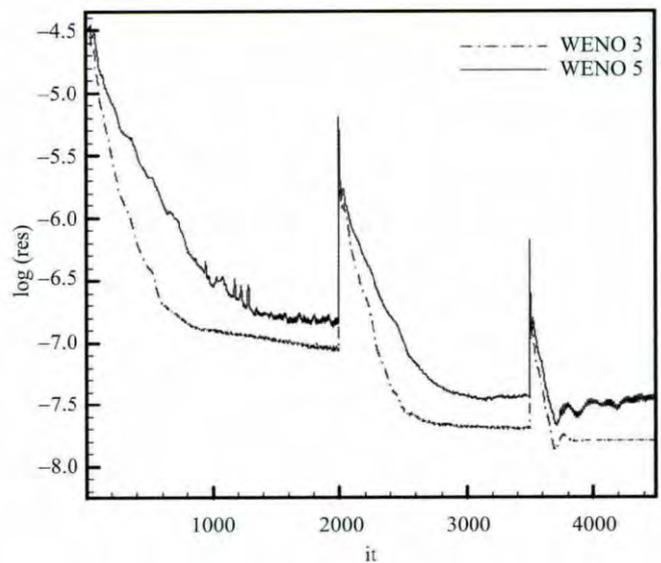


图3 M6 残差收敛曲线
Fig. 3 M6 residual convergence curve

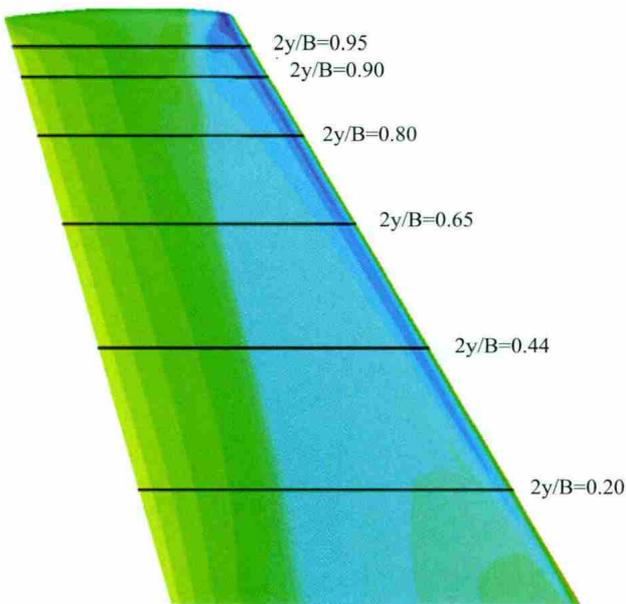


图4 M6 压力系数及实验剖面分布

Fig. 4 M6 pressure coefficient distribution and experimental profiles

开始的初值，从而能进一步加速收敛的速度。图 4 显示了与实验结果对比的翼展截面位置，各翼展截面压力系数分布的实验对比结果结果见图 5，得到的压力系数分布如图 6 和图 7 所示。在此来流条件下，在机翼上表产生激波与机翼表面相互作用形成复杂的空间流场，在机翼表面表现为机翼末端表面的回流区域，图 8 和图 9 显示了计算得到的机翼末端表面流线分布。

残差收敛图 3 可以看出，WENO3 格式比 WENO5 格式有更好的收敛性。压力系数与实验结果的对比图 5 显示出隐式 WENO 的并行算法能够有效的模拟流场压力分布。并且 WENO5 格式相对于 WENO3 格式能够在激波附近得到更好的精度。通过压力系数分布云图 6 和图 7 以及机翼末端流线图 8 和图 9 可以看出 WENO5 格式相对于 WENO3 格式得到的激波范围和回流区域都更大。

4.2 F6 机身模型计算结果

F6 机身模型是的德国宇航中心 (DLR) 在 F4 的基础上改进的模型。其相比 F4 机身模型，升力分布更加椭圆，机翼上表面后援分离区域面积更小。并添加包含发动机短舱和悬架的 F6 机身模型。法国国家航空航天科研局 (ONERA) 提供了 DLR-F6 机身的风洞

试验数据。本文中分别使用了 F6 机翼/机身模型 (F6-WB) 和 F6 机翼/机身/发动机舱/发动机舱吊架 (F6-WBNP) 模型。图 10 和图 11 分些显示了这两个模型的表面网格和镜像对称面的网格密度分布。F6-WB 和 F6-WBNP 的网格规模分别为 1 042 万和 1 428 万。

原始网格块数分别为 32 块和 58 块，分区完之后的网格块数分别为 2 100 块和 2 819 块，使用 1 024 核 WENO3 和 WENO5 格式进行了数值计算。

测试的来流条件如表 1 所示，基于平均气动弦长的雷诺数为 3×10^6 。

其中将 F6-WB 模型马赫数为 0.7520，来流攻角为 0.490 的工况下翼展各截面 (图 12) 的压力系数分布与实验结果进行了比较 (图 13)。F6-WBNP 模型马赫数为 0.7510，来流攻角为 1.003 的工况下翼展各截面 (图 12) 和发动机舱不同仓位壁面 (图 13) 的压力系数分布与实验结果进行了比较 (图 14 和图 15)。通过压力系数与实验数据的对比可以知道千核规模下的 WENO3 和 WENO5 格式能够有效模拟跨音速流动。其中在 F6-WBNP 模型的发动机舱外壁内侧后缘部位产生了一个弱激波，WENO5 格式比 WENO3 格式在此位置处得到的压力分布曲线更为陡峭，并更接近实验数据。从而可以看出 WENO5 有比 WENO3 格式有更高的精度，更好的激波捕获效果。

图 16、图 17、图 18 分别给出了在给定马赫数为 0.75，雷诺数为 3×10^6 的来流条件下，攻角分别与升力系数、阻力系数和力矩之间的关系。图 19 给出了 WENO5 格式的残差收敛曲线。由这三个图可以看出，WENO5 格式计算得到的力的积分相对于

表1 测试的来流条件

Table 1 Stream conditions in test

模型	马赫数	来流攻角/度
F6-WB	0.7533	-0.304
	0.7520	0.490
	0.7516	1.230
F6-WBNP	0.7516	0.190
	0.7510	1.003
	0.7505	1.738

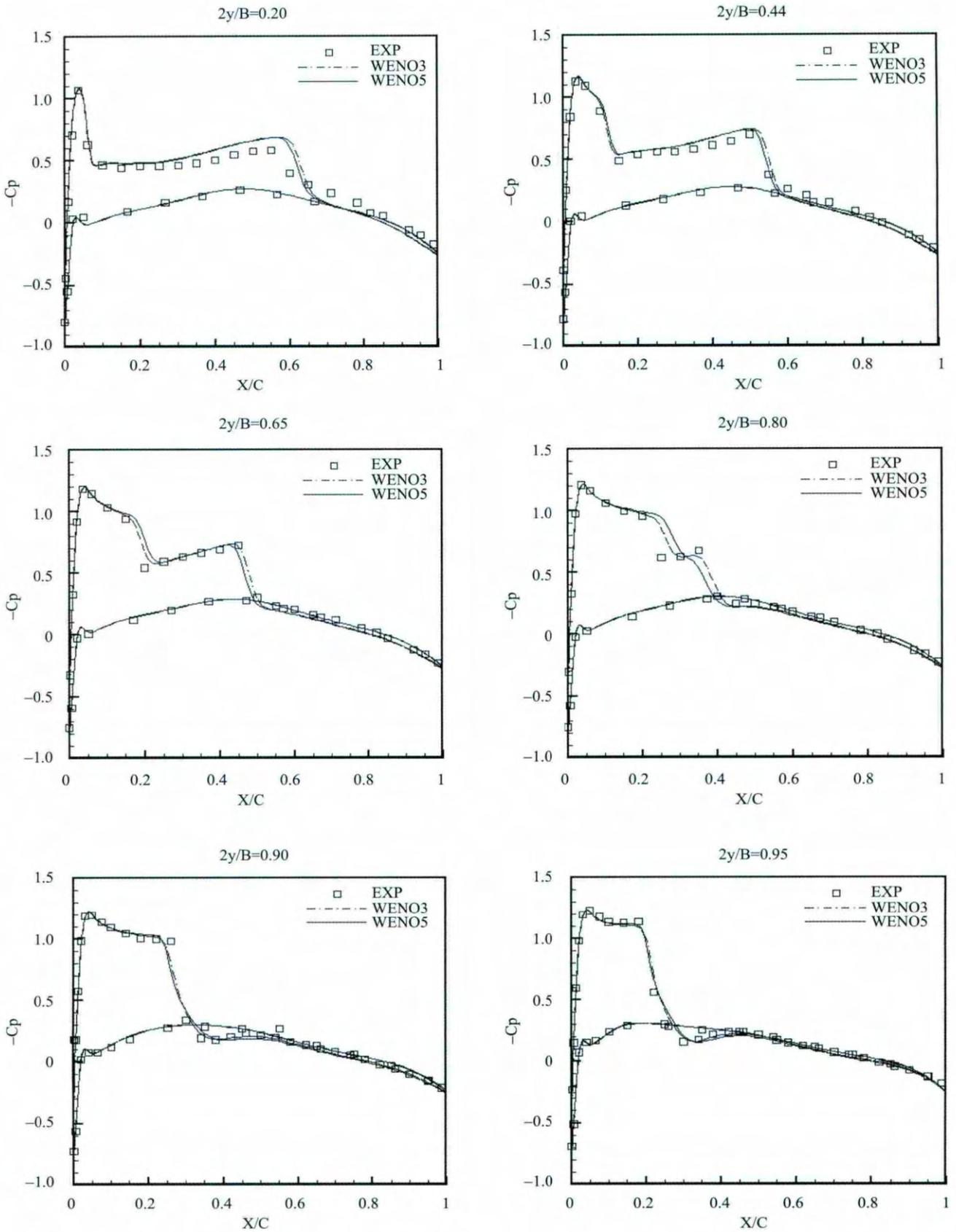


图5 M6 在不同剖面处数值结果与实验数据的压力系数分布对比

Fig. 5 M6 numerical and experimental distribution of pressure coefficient at experimental profiles

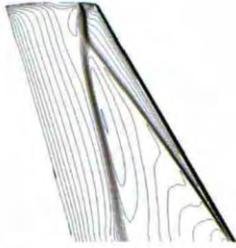


图6 WENO3 格式 M6 压力系数分布
Fig. 6 M6 pressure coefficient distribution by WENO3



图9 WENO5 格式 M6 末端回流流线
Fig. 9 M6 Wing tip surface flow lines by WENO5

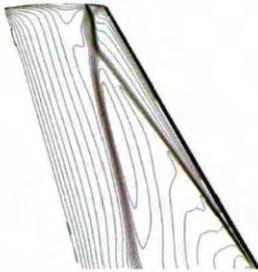


图7 WENO5 格式 M6 压力系数分布
Fig. 7 M6 pressure coefficient distribution by WENO5

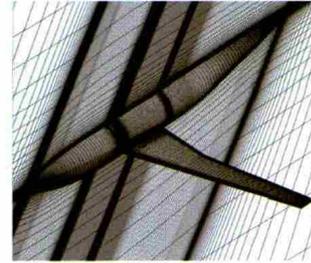


图10 F6-WB 网格密度分布
Fig. 10 F6-WB mesh density distribution



图8 WENO3 格式 M6 末端回流流线
Fig. 8 M6 Wing tip surface flow lines by WENO3

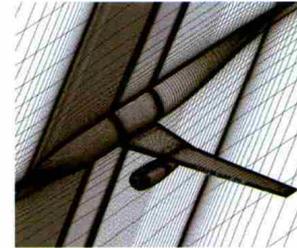


图11 F6-WBNP 网格密度分布
Fig. 11 F6-WBNP mesh density distribution

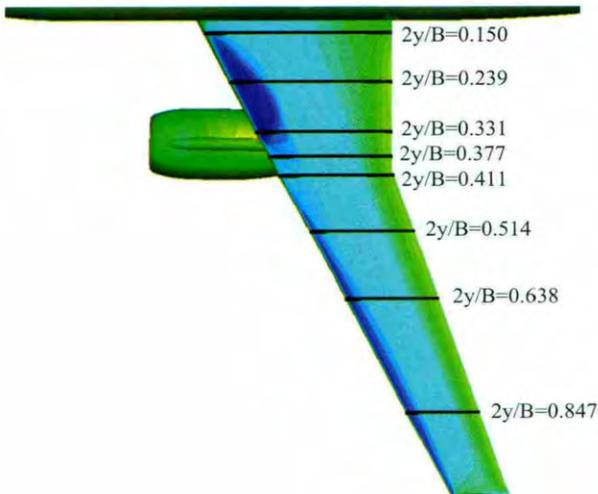


图12 F6 机翼实验剖面分布
Fig. 12 F6 experimental wing profile distribution

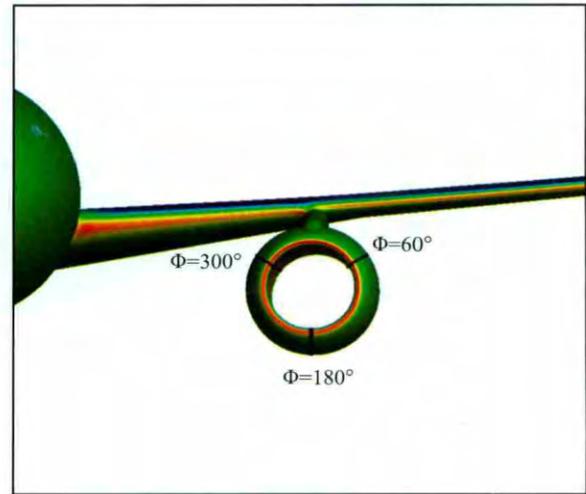


图13 F6-WBNP 发动机舱实验剖面分布
Fig. 13 F6-WBNP experimental nacelle profile distribution

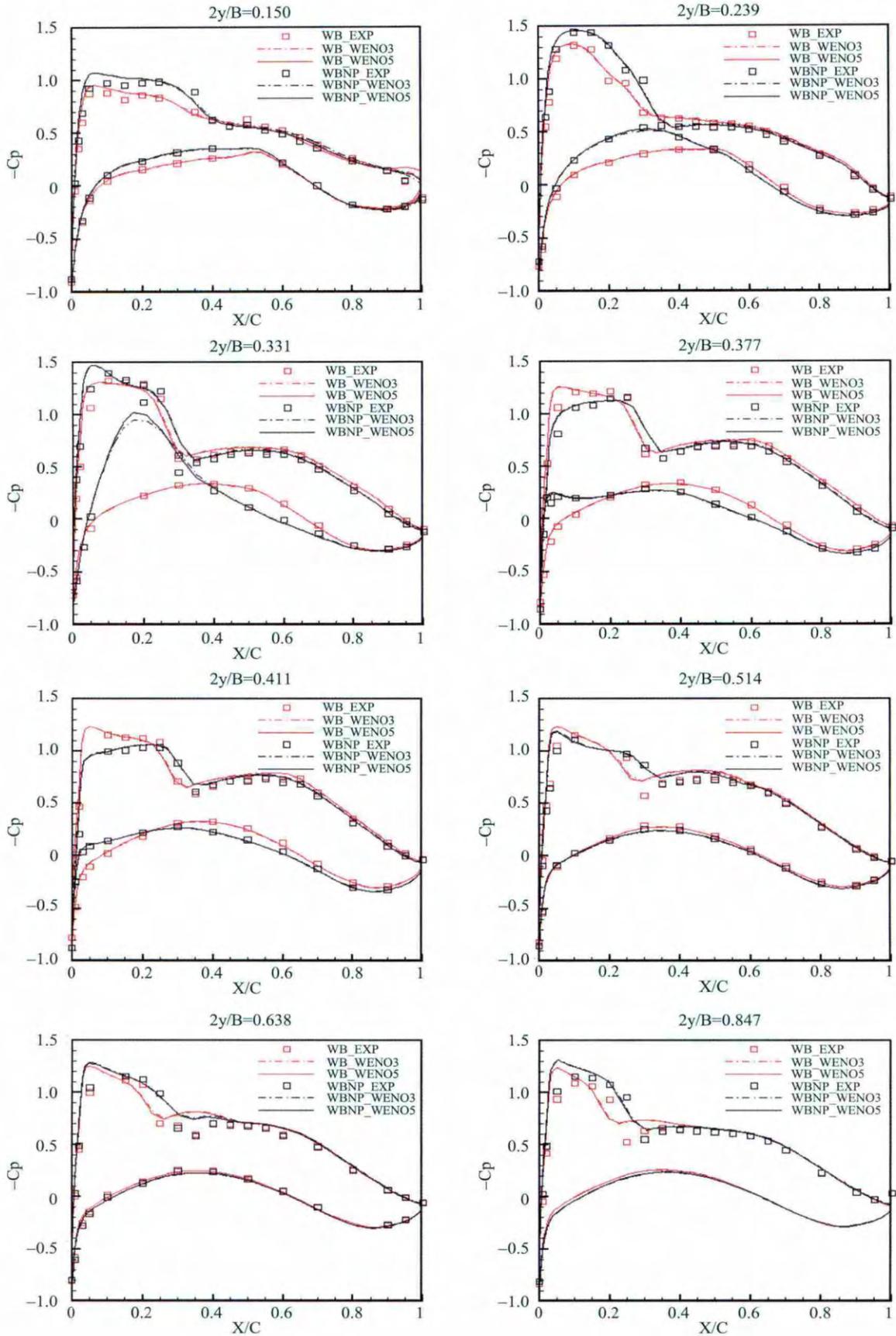


图14 F6-WB/WBWP 机翼不同剖面处数值结果与实验数据的压力系数分布对比

Fig. 14 F6-WB/WBWP numerical and experimental distribution of pressure coefficient at wing experimental profiles

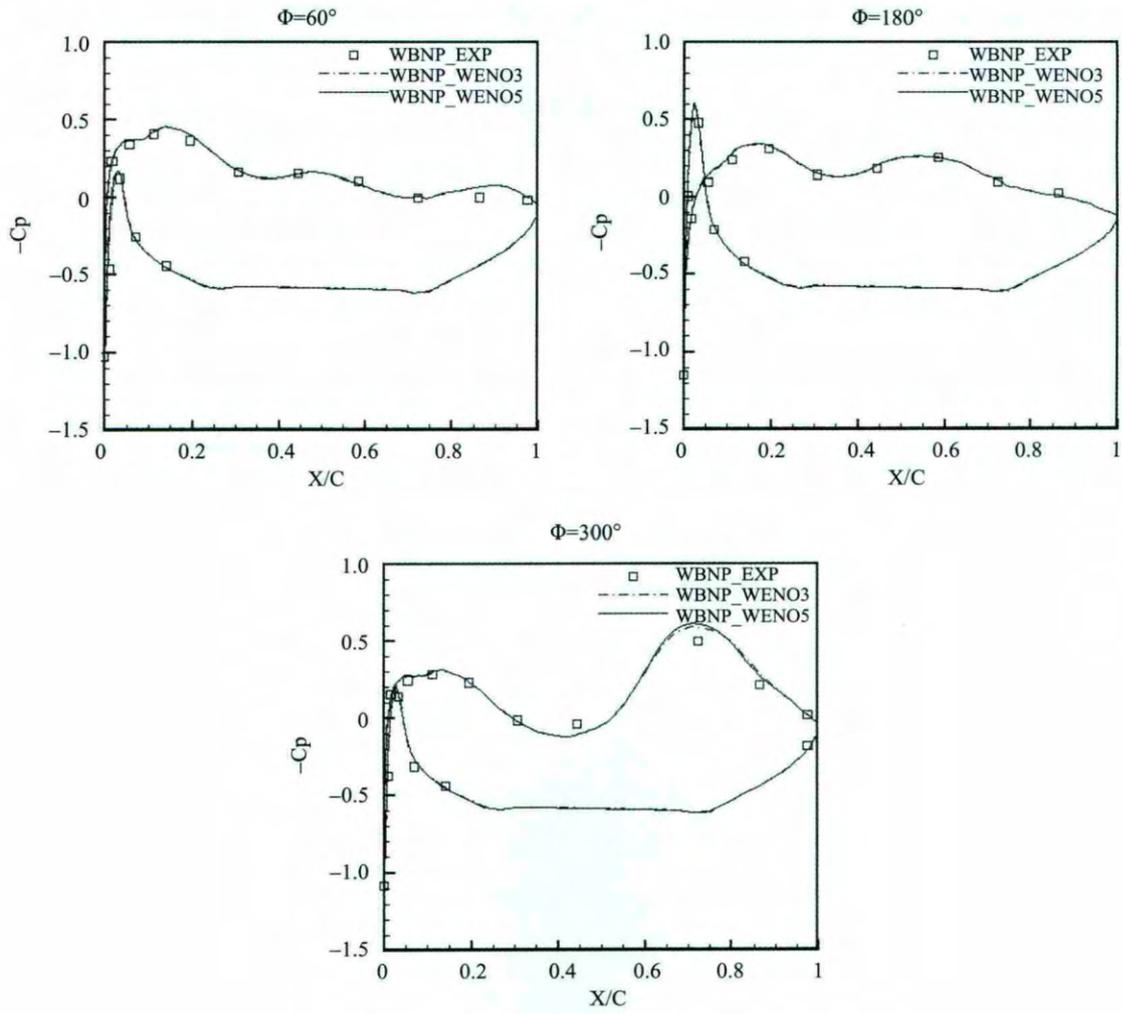


图15 F6-WBNP 发动机舱不同剖面处数值结果与实验数据的压力系数分布对比

Fig. 15 F6-WBNP numerical and experimental distribution of pressure coefficient at nacelle experimental profiles

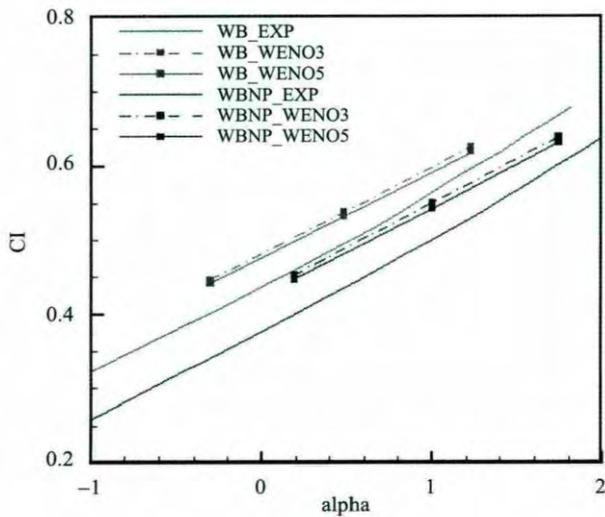


图16 F6-WBNP 发动机舱实验剖面分布

Fig. 16 F6-WBNP experimental nacelle profile distribution

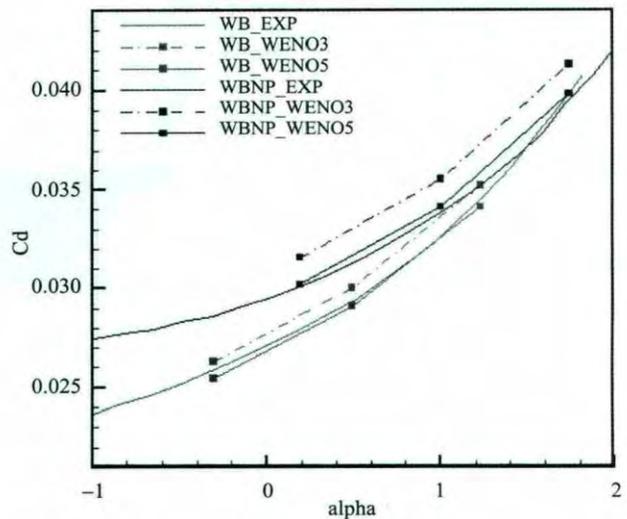


图17 F6-WBNP 发动机舱实验剖面分布

Fig. 17 F6-WBNP experimental nacelle profile distribution

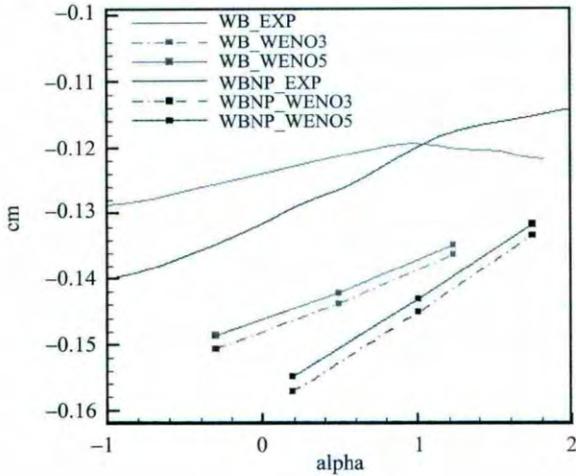


图18 F6-WBNP 发动机舱实验剖面分布
Fig. 18 F6-WBNP experimental nacelle profile distribution

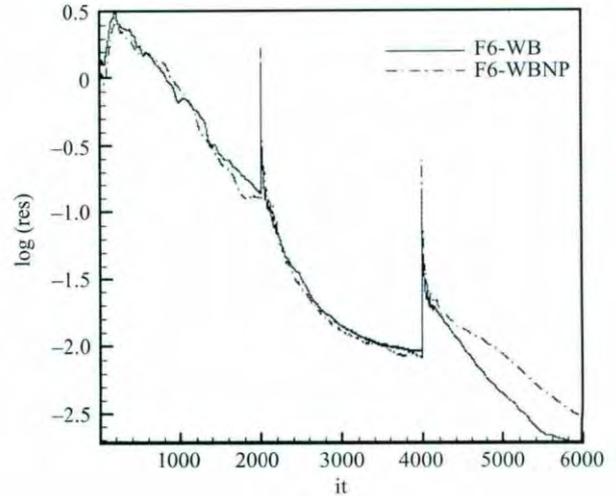


图19 F6-WBNP 发动机舱实验剖面分布
Fig. 17 F6-WBNP experimental nacelle profile distribution

WENO3 格式更加接近实验数据。同时两个格式在计算力矩随攻角的变化数值结果和实验数据相差较大。可能原因有 (1) 数值模型没有考虑解随着网格质量和密度的收敛特性, 网格质量和密度往往是影响精度的第一因素。(2) 实验条件无法做到与数值模型有完全相同的边界条件, 从而严格的说实验和数值模型在本质上描述的是两个不同的问题。(3) 数值模型没有考虑在实际的实验过程中机翼的气动弹性变形。(4) 由于力是积分量, 反应的是数值模型和实验模型之间误差的一个累积量, 而力矩在此累积量上还要加上两个模型间的几何尺寸的误差, 从而要使用数值模型准确预测升力系数、阻力系数和力矩相对而言是比较困难的。

图 20 和图 21 显示了实验和数值模拟得到的机翼尾部的分离涡流现象对比。图 22、图 23、图 24 和图 25 展示了使用 WENO3 和 WENO5 分别对于 F6-WB 和 F6-WBNP 机翼根部的分离涡流在壁面上的流线。可以看到使用 WENO5 得到的分离涡流比 WENO3 格式得到的分离涡流更大。这个由于 WENO5 格式比 WENO3 格式有更小的耗散性。

4.3 并行效率

本论文使用 F6-WBNP 模型 4 160 万网格规模, 分区为 2 658 块网格数目的算例分别在 64 核、128 核、256 核以及 1 024 核, 对并行效率进行了测试。

图 26 给出不同并行规模下各个计算节点的负载分配情况, 图 27 分别给出不同并行规模下的负载均衡系数和相对于 64 核的并行效率。负载均衡系数的计算表达式为 W_{avg}/W_{max} , 其中 W_{avg} 表示计算节点的平均负载, W_{max} 表示计算节点的最大负载。各并行规模下计算节点数目为总的节点数减去一个控制节点数。

图 26 可以看出对于结构网格, 很难做到负载绝对的均衡, 因为其最小的分配单元为每个结构网格块, 但是对于非结构网格而言, 最小分配单元为每个网格单元, 这样对于非结构网格, 负载均衡会容易很多。由于每一步迭代之后都需要同步所有计算节点, 从而每个计算节点的等效负载等于所有计算节点中的最大负载。如果不考虑通讯因素, 最大负载也决定了每次迭代的计算时间, 这样就将最大负载除以平均负载的倒数作为负载均衡系数具有一定的合理性。图 26 展示了各并行规模下的负载均衡系数变化, 可以看到在相同网格规模, 相同分块数目的条件下, 负载均衡系数随着核数的增多逐渐减小, 这说明在相同网格块数规模下, 计算节点越多, 就越不容易做到负载均衡, 这个是结构网格固有的特点, 想要做到完全的负载均衡是很困难的。通过图 27, 还可以看出负载均衡系数与并行效率表现出一种正相关的关系, 因为负载不均衡导致增加了许多额外的等待时间。对于结构网格而言,



图20 F6-WBPN 翼根涡流实验流线
Fig. 20 F6-WBPN experimental vortex flow lines at wing root surface

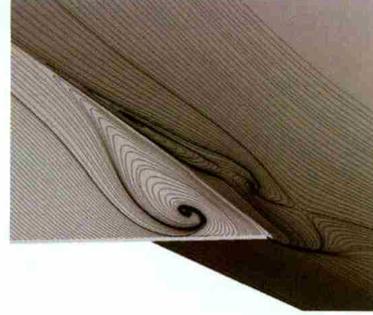


图24 WENO3 F6-WBPN 机翼根部涡流流线
Fig. 24 F6-WBPN vortex flow lines at wing root surface by WENO3

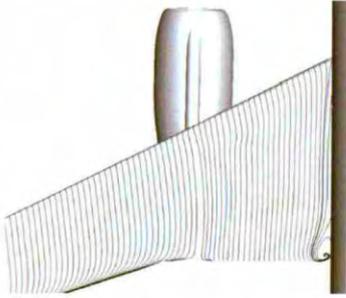


图21 WENO5 F6-WBPN 翼根涡流数值流线
Fig. 21 WENO5 F6-WBPN numerical vortex flow lines at wing root surface



图25 WENO5 F6-WBPN 机翼根部涡流流线
Fig. 25 F6-WBPN vortex flow lines at wing root surface by WENO5

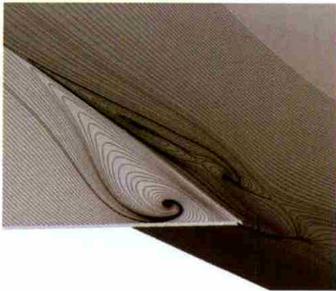


图22 WENO3 F6-WB 机翼根部涡流流线
Fig. 22 F6-WB vortex flow lines at wing root surface by WENO3

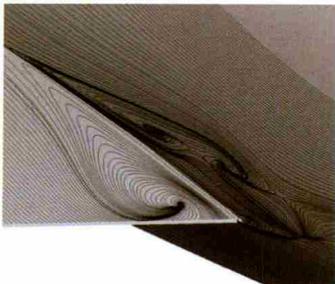


图23 WENO5 F6-WB 机翼根部涡流流线
Fig. 23 F6-WB vortex flow lines at wing root surface by WENO5

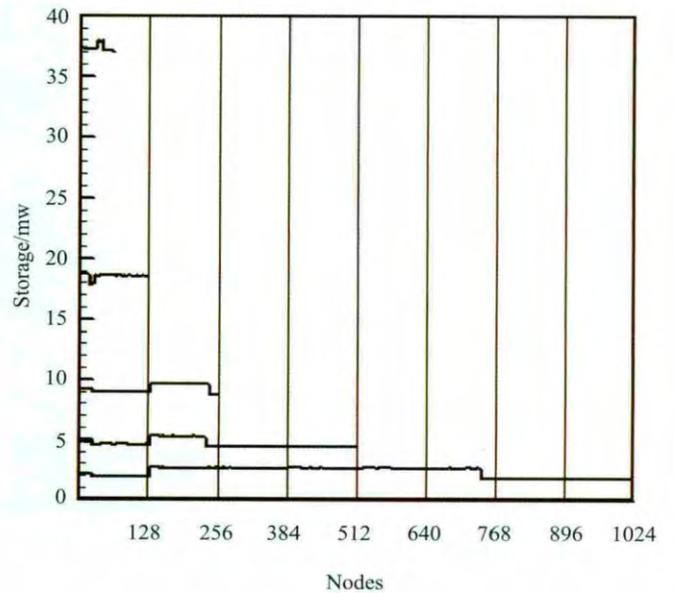


图26 不同并行规模下的节点负载分布
Fig. 26 Nodes load distribution in different parallel scale

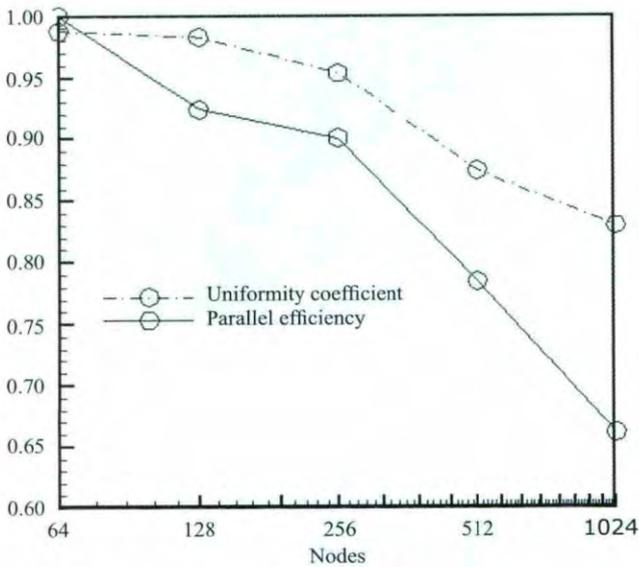


图27 不同并行规模下的负载均衡系数和并行效率
Fig. 27 Load balance and parallel efficiency coefficient distribution in different parallel scale

负载均衡性是影响并行效率的一个关键因素，另一个关键因素是节点之间的通讯量，如果将邻接的网格尽可能的放在同一节点中，这样就可以将更多的邻接面的通讯作为节点内部通讯，而节点内部通信不需要通过 MPI 通讯接口，而仅是内存的拷贝。图 27 展示了使用图分区算法后各并行规模下相对 64 核的并行效率。在 4 160 万网格规模下，千核效率相对于 64 达到 65% 以上。

5 总结

通过 ONERA-M6 机翼和 DLR-F6 机身模型的测试，可以看到，使用并行隐式 WENO 格式能够有有效的计算亚音速和跨音速流动，并能准确的描述激波的位置，以及流动过程中的分离涡。不过对于定常问题而言，如果流场中出现分离涡流，会导致流场解的收敛性降低，这是由于分离流动往往具有非定常特性。WENO3 阶格式相对于 WENO5 格式的收敛效果更好，在实际的计算中，当采用高阶格式时，可以适当的改小 CFL 数，在本论文算例中 CFL 数均为 2。WENO5 格式和 WENO3 格式得到的流场压力系数分布和 DLR-F6 机翼根部的分离涡流分布也略有

差别。对于 ONERA-M6 机翼 5 阶格式比 3 阶格式得到的激波范围更大，机翼末端的回流区域也更大。对 DLR-F6 机翼根部的分离涡流，5 阶格式得到的涡流相对于 3 阶格式更大。这种现象性往往是由于高阶格式相对于低阶格式而言耗散性更小，从而可以更好的保证激波特性和涡流特性，使得激波的厚度更薄，范围更大，够得到的涡流细节更加复杂。

由于文章所使用的是 NASA-DPW 会议官方网站提供的网格模型、模拟条件和实验数据。在 DPW 第二次会议中，来自世界各地的研究机构使用不同的软件和格式对 F6-WB 和 F6-WMNP 模型在和本论文相同的条件下进行了模拟，展示了升力、阻力、力矩与实验结果的对比图，普遍而言，升力、阻力、力矩数值预测和实验对比误差都比较大，尤其是力矩预测结果。本论文中得到的结果相比较于会议上的展示结果，误差大小和误差趋势是合理的，并且 WENO5 阶格式的误差比大多数机构得到的误差要小很多。

基本上每次计算的第一步都是要对原始网格进行分区，得到能够满足计算核数的网格数量，同时要求分区得到的网格能够尽可能的均匀。这对于后期的负载均衡和减小核之间的通讯量是有益处的。

致谢

本文得到了国家自然科学基金委项目 (批准号：91130019，项目名称：飞行器高雷诺数下气动优化及动边界问题高精度快速算法研究) 和国家高技术研究发展计划 (836 计划) (基金号：2012AA01A304，基金名称：真实飞机外型全流场和优化设计数值模拟) 的资助，在此表示感谢。

参考文献

- [1] Thomas, J. L., Krist, S. L., and Anderson, W. K., Navier-Stokes Computations of Vortical Flows Over Low-Aspect-Ratio Wings, AIAA Journal, Vol. 28, No. 2, pp. 205-212, 1990.
- [2] Roe, P., Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes, Journal of

Computational Physics, Vol. 43, 1981.

- [3] Chi-Wang Shu, Essentially Non-oscillatory and Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, B. Cockburn, C. Johnson, C.-W. Shu and E. Tadmor (Editor: A. Quarteroni), Lecture Notes in Mathematics, volume 1697, Springer, 1998, pp. 325-432.
- [4] Spalart, P. and Allmaras, S., A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, La Recherche Aeronautique, No. 1, pp. 5-21, 1994.
- [5] Coakley, T., Implicit Upwind Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations, AIAA 83-1958, July 1983.
- [6] Anderson, W. K., Implicit Multigrid Algorithms for the Three-Dimensional Flux Split Euler Equations, PhD thesis, Mississippi State University, 1986.
- [7] Yoon S, Kwak D. Implicit Navier-Stokes solver for three-dimensional compressible flows. AIAA J 1992;30:2653-9.
- [8] Juan-Chen Huang, Heng Lin, Jaw-Yen Yang, Implicit preconditioned WENO scheme for steady viscous flow computation, Journal of Computational Physics 228 (2009) 420-438.
- [9] Juan-Chen Huang, Heng Lin, Tsang-Jen Hsieh, Tse-Yang Hsieh, Parallel preconditioned WENO scheme for three-dimensional flow simulation of NREL Phase VI Rotor, Computers & Fluids 45 (2011) 276-282.

能计算和计算机可视化。E-mail: zhangjian@sccas.cn

陆忠华：中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心，研究员，博士生导师，主要研究方向为高性能计算及应用。E-mail: zhlu@sccas.cn

李新亮：中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室，研究员，博士生导师，主要研究方向为计算流体力学、湍流数值模拟和大规模并行计算。
E-mail: lixl@imech.ac.cn

收稿日期：2013 年 7 月 12 日

叶钦巴图：中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心，硕士研究生，主要研究方向为高性能并行计算、计算流体力学。E-mail: yeqbt@sccas.cn

胡晓东：中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心，博士研究生，主要研究方向为高性能并行计算、计算流体力学。E-mail: huxd@sccas.cn

张 鉴：中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心，博士，副研究员，主要研究方向为科学计算、高性