

斜爆轰波面失稳特性的数值研究

滕宏辉, 李馨东, 姜宗林

(中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190)

摘要: 对爆轰波面失稳过程进行模拟, 研究了不同条件下的失稳特性。研究采用爆轰波极线关系来确定化学反应速率系数, 以保证不同条件下的斜爆轰波具有足够的、相同的精度。以前的研究认为, 类似于正爆轰波, 过驱动度的提高会抑制斜爆轰的不稳定性, 在过驱动度 1.7~1.8 之间存在一个临界值, 过驱动度大于该值的斜爆轰波波面不会失稳。然而本文研究发现, 虽然过驱动度的提高有利于形成稳定的斜爆轰波面结构, 过驱动度 2.06 以上的斜爆轰波仍然会失稳。进一步的研究发现, 在相同的化学反应模型下, 斜爆轰波还受到过驱动度以外其它因素的影响。对于不同的来流马赫数和气流偏转角, 可以形成相同过驱动度的斜爆轰波, 它们的失稳位置是不同的。

关键词: 爆轰, 不稳定性, 过驱动, 数值

引言

爆轰波是一种通过前导激波压缩迅速释放热能以实现自持传播的超声速燃烧波^[1,2]。由于在高超声速推进系统领域有广阔的应用前景^[3,4], 研究者对爆轰波开展了深入持续的研究, 其中可应用于冲压发动机和冲压加速器的斜爆轰波研究是一个重要的研究方向^[5,6]。早期研究中将斜爆轰波简化为斜激波和其后的放热区^[7], 主要关注形成斜爆轰的必要条件^[8,9]。但是这种简单的结构仅在流场远处成立, 在楔尖附近是不正确的。Li 等^[10]通过数值模拟发现斜爆轰的结构由无反应的斜激波、诱导区、爆燃波以及斜爆轰波面组成, 这种结构在 Viguier 等^[11]的氢氧燃烧试验中得到了证实。后来的试验^[12]和数值计算^[13]发现斜爆轰波面存在与正爆轰波类似的三波点, 而 Choi 等^[14]认为高活化能是形成这些三波点的必要条件, 并讨论了斜爆轰波和正爆轰波的结构差异。斜爆轰波的这种结构在初始阶段通常只有一组迎风传播的三波点, 但是由于来流的作用这组三波点在实验室坐标系中是向下游运动的。最近研究发现^[15,16], 认为如果爆轰波沿下游的跨度足够长, 则爆轰不稳定性将诱导出另一组三波点, 继而发展成类似于正爆轰波的结构。

为了理解斜爆轰波面上复杂结构出现的机理, 需要将爆轰波的胞格结构和爆轰波不稳定性的机理联系起来^[17-22]。斜爆轰波是过驱动的, 因此对其不稳定性的研究可以借鉴过驱动的正爆轰的研究成果。一维过驱动爆轰的研究认为较高的过驱动度不易导致失稳, 而较低的过驱动度容易导致失稳^[23,24]。Grismer 和 Powers^[25]也研究了斜爆轰的稳定性, 给出了相似的规律, 在相同化学参数下得到的过驱动度很接近。Choi 等^[26]数值模拟了大楔角的斜爆轰波, 当过驱动度很大时也会出现三波点。但是由于上述的计算没有排除楔面尾部稀疏波的影响, 所以很难确定三波点的形成完全是由爆轰不稳定性诱导的。对此, Verreault 等^[16]采用半无限长楔面研究了三个波点的成因, 发现过驱动度比一维过驱动正爆轰波的过驱动度稍大一些。这些学者主要沿着以下思路研究过驱动爆轰波的不稳定性: 当活化能和过驱动参数确定后, 爆轰波的振荡特征便可以预测的。但是斜爆轰却不同, 因为它的形成还与楔角和边界条件有关, 即使给定相同的活化能和过驱动度, 通过调整楔角会产生不同马赫数的斜爆轰波, 此时三波点的形成也会依赖马赫数。本文模拟和分析了斜爆轰的形成, 并研究和讨论了影响斜爆轰波面结构的参数。

1 数值方法

1) The project was supported by the

(12345678) and

(9876543)

2) E-mail:

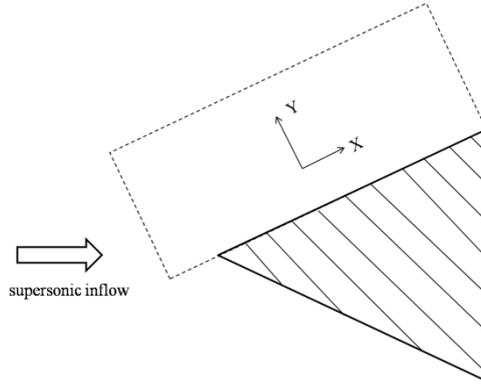


图 1 混合可燃气体通过楔面诱导斜爆轰波的示意图

Fig. 1 Sketch of oblique detonation wave induced by the wedge in the combustible gas mixtures

混合可燃气体通过楔面诱导斜爆轰波的过程如图 1 所示。超声速可燃气体通过二维的楔面首先产生一道斜激波，激波诱导放热的化学反应，然后在下游形成复杂的爆轰结构。计算区域是图 1 中的虚线部分，坐标系沿楔面取正向。以往研究^[27,28]表明粘性和边界层对斜爆轰的结构影响很小，粘性仅对边界层的厚度有稍微改变，所以多数研究采用无粘流动进行计算^[13-16,25,26]。无量纲化的 Euler 方程如下：

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + p)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(\lambda(e + p))}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda(e + p))}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho l)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho ul)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vl)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$E = \frac{p}{(g-1)} + \frac{\rho u^2}{2} + \rho l Q \quad (6)$$

$$p = \rho T \quad (7)$$

$$\dot{w} = -k \rho l \exp\left(-\frac{E_a}{T}\right) \quad (8)$$

式中， ρ, u, v, p, E 分别是密度， x 方向的速度， y 方向的速度，压力和总能。 λ 为反应进度， Q 为放热量。反应由活化能 E_a 和指前因子 k 控制，并由二者确定时空尺度。为了方便与以前的结果进行比较，这里取

$Q = 50, g = 1.2, E_a = 50$ 。

3 结果与分析

3.1 斜爆轰的结构

为了深入地研究斜爆轰波，数值解的精度是很重要的。指前因子 k 和网格尺度共同决定精度，通常固定 k ，改变网格尺度以确保分辨率。为了便于定量研究，计算时在 x 和 y 方向的网格尺寸都取为 0.01，仅改变 k 。另外，在以前的研究中 k 通常由 CJ 爆轰确定，而网格尺度在过驱动爆轰中要求更高。这将带来不确定性，因为对于不同的过驱动度，相同的 k 意味着不同的数值结果。因此在本文的数值模拟中，指前因子 k 的选择要确保半个反应区内有 20 个网格。

为了确定参数 k ，首先要根据楔面角 θ 和来流马赫数 M_{in} 来计算斜爆轰角 β ，即爆轰波极线关系式

$$\frac{\tan b}{\tan(b - q)} = \frac{(g + 1)M_{in}^2 \sin^2 b}{\frac{g}{g-1} M_{in}^2 \sin^2 b + 1 - \sqrt{(M_{in}^2 \sin^2 b - 1)^2 - 2(g^2 - 1)M_{in}^2 \sin^2 b} - Q_{\pm}^{\pm}} \quad (9)$$

过驱动度由下式定义

$$f = \frac{M_{in} \sin(b)}{M_{CJ}} \quad (10)$$

式中， M_{CJ} 为 CJ 马赫数。根据 f 和 M_{CJ} ，过驱动爆轰波的 ZND 结构可以通过积分获得前导激波的压力，温度和密度的分布。通过调整指前因子 k 以确保半反应区内有 20 个网格。表 1 是 $M_{in} = 15$ 时的指前因子 k 。可以看到当楔角减小时，过驱动度也减小，但指前因子却是增加的。

表 1 Ma=15 时斜爆轰波的过驱动度和指前因子

Table 1 overdrive degree and pre-exponential factor of oblique detonation in the case of Ma 15

θ	β	f	k
30°	39.63°	2.37	300
27°	36.46°	2.06	475
24°	33.47°	1.77	815

根据表 1 的参数数值计算斜爆轰波，结果如图 2 所示。在计算域的左边界和上边界取自由来流值作为入口条件，楔面取滑移边界条件，从下边界 $x=0.5$ 作为起始点。出口条件通过内点外插，在楔前的右边界和下边界实现。斜爆轰结构由温度和图中的白线表示，此时对应的反应度为 $l = 0.95$ ，激波和反应区末端能够被观察和分析。在爆轰波面通常有很大的不同，当 $q = 30^\circ, f = 2.37$ 时，爆轰波面是平面，白线几乎平行于斜爆轰波面，因此反应区长度保持一致。当 $q = 27^\circ, f = 2.06$ 时，虽然爆轰波面仍为平面，但白线在下游边界出现振荡。当 $q = 24^\circ, f = 1.77$ 时，白线和爆轰波面都出现振荡，甚至形成了几个三波点，爆轰波面变为胞格结构。

这些结果表明了随着过驱动度的减小斜爆轰波会出现不稳定性，这与一维爆轰波的研究结果一致。但是斜爆轰波更容易失稳，这在 Verreault^[16]等的研究中也进行了阐释。不过得益于较高的模拟精度，本文的研究发现斜爆轰波在较高的过驱动度，如 2.06 的条件下，仍然会失稳。

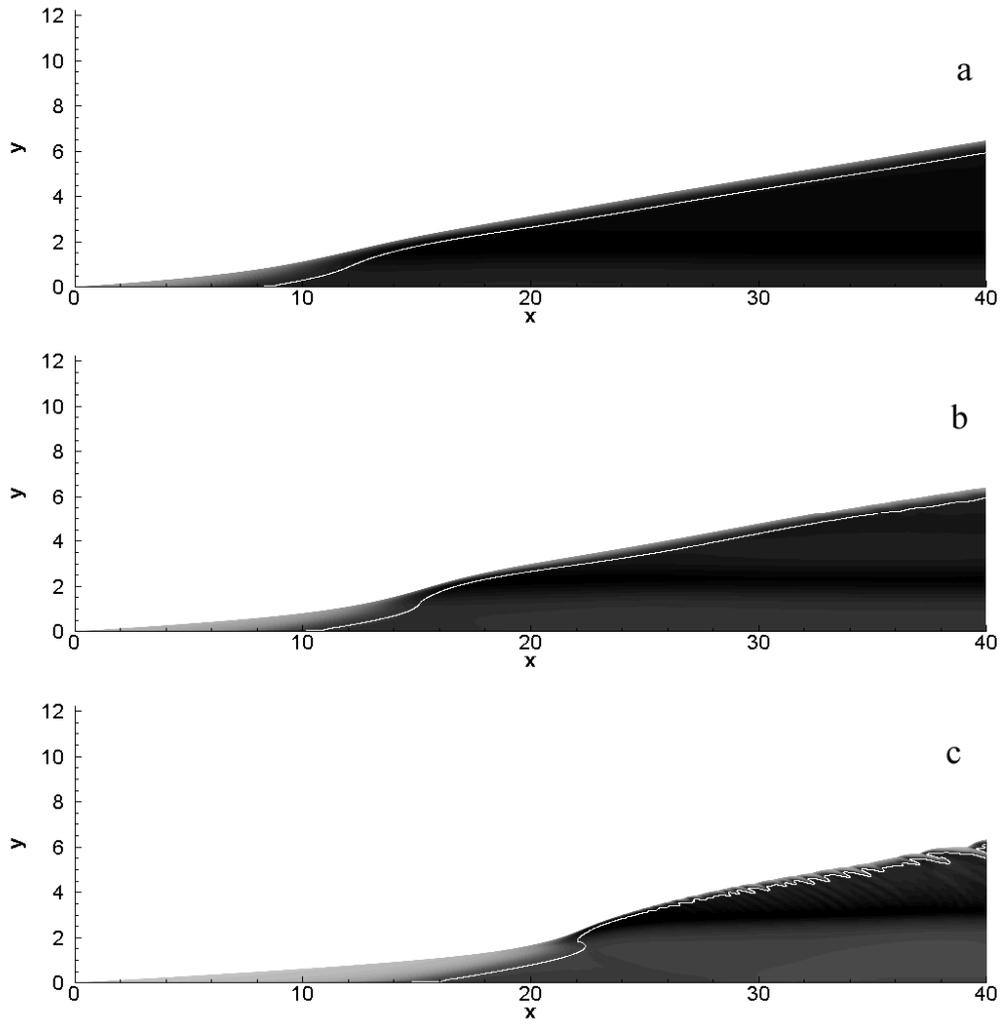


图 2 不同楔角在 $Ma=15$ 时的斜爆轰波

Fig. 2 Oblique detonation waves in the case of $Ma=15$ with different wedge angles

(a) $q = 30^\circ, f = 2.37$; (b) $q = 27^\circ, f = 2.06$; (c) $q = 24^\circ, f = 1.77$

3.2 反应区长度的分析

前面讨论了斜爆轰波面的不稳定性，但是还缺乏定量的研究，而且三波点形成的条件也不清楚。根据相同精度下得到的数值结果，可以对反应区进行细致分析。在本文中，反应区长度是沿着变化最大的 y 轴方向计算的，取为 $l = 0.05$ 到 $l = 0.95$ ，长度的变化如图 3 所示，分别对应图 2 中的流场。一般情况下，反应区长度在斜激波作用下首先增加，然后由于燃烧开始下降，在斜爆轰波面形成处达到最小值。起爆点过后反应区长度再次增加，这时出现了不同的特征。当 $f = 2.37$ 时，振荡很难出现，但当 $f = 2.06$ 时出现了明显的振荡，如图 3b 所示；当过驱动度小于 $f = 1.77$ 时，在起爆点后立即出现强烈的振荡。这种特征是一维过驱动爆轰的，后者在同样化学参数下的过驱动度临界值为 $f = 1.73$ ^[23,24]。

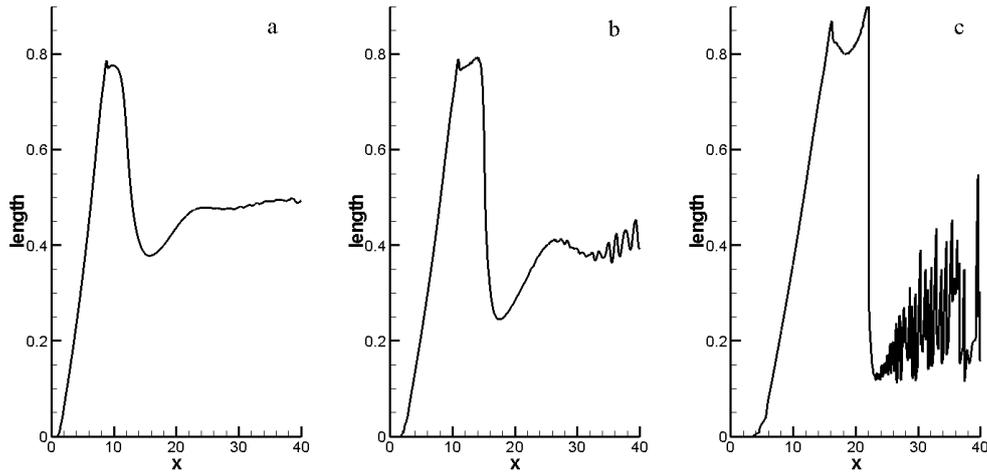


图 3 不同楔角在 $Ma=15$ 时的反应区长度

Fig. 3 Reaction zone length in the case of $Ma=15$ with different wedge angles

(a) $f=2.37$; (b) $f=2.06$; (c) $f=1.77$

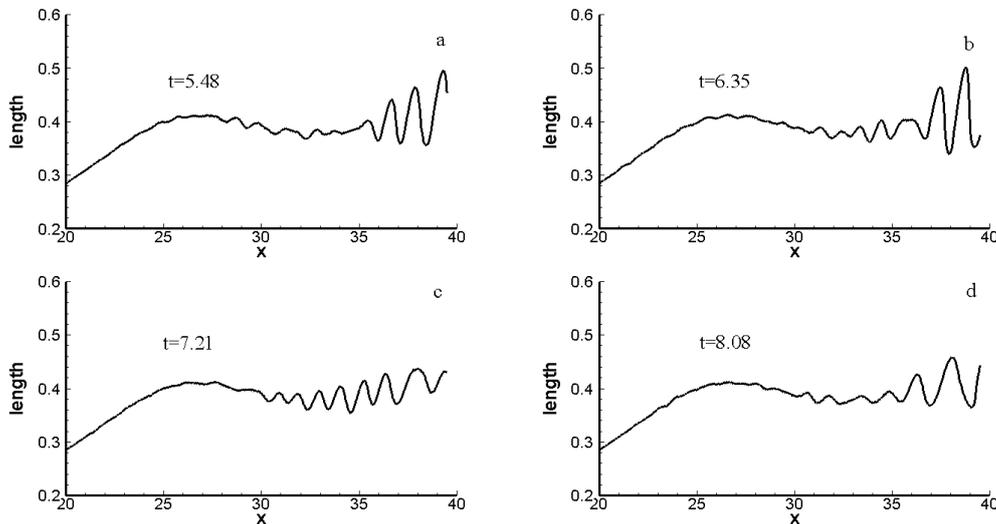


图 4 $Ma=15, f=2.06$ 时斜爆轰波的非静止反应区长度

Fig. 4 Unstationary reaction zone length of oblique detonation waves with the degree of overdrive 2.06 and $Ma=15$

在图 2 中 $q=27^\circ, f=2.06$ 的情形下, 虽然波面看似是稳定的, 但实际上反应区长度是振荡的, 而且从反应区长度的描述来看是与时间相关的。图 2 和图 3 对应的无量纲瞬时时间为 8.52, 图 4 为四个时刻的反应区长度, 相邻时间间隔几乎相等。从图中可以看出, 一开始曲线不是光滑的, 来流存在一些小尺度的振荡, 在曲线波峰点的后部区域逐渐扩大。然而, 反应区长度开始失稳的临界点很难定义, 因为这是一种随机振荡, 很难预测, 这与正爆轰波胞格结构的演化很相似。

3.3 不同来流马赫数的影响

与一维爆轰波不同的是, 斜爆轰波与楔角和边界条件有关。即使给定过驱动度, 对于不同的来流马赫数和楔角可能会出现不同的斜爆轰波。为了研究不同来流马赫数的效应, 在过驱动度为 2.06 的条件下计算了三种工况。这里需要根据来流马赫数确定楔角, 首先由式(10)计算出斜爆轰角 β , 再由式(9)得到楔角 θ , 如表 2 所列。由于过驱动度不变, 因此指前因子 k 也不变。图 5 表示在同样过驱动度 2.06 的条件下反应区的不同长度, 可以看出长度的变化与图 3b 的结果类似。三种情况的计算结果表明, 反应区长度都是先增加后减小的过程从而形成了一个波峰, 振荡在波峰过后显著地扩大。由于振荡是缓慢发展的, 爆轰波开始失稳的点无法精确确定。

表 2 过驱动度为 2.06 时的斜爆轰角和楔角

Table 2 Oblique angle and wedge angle in the case of overdrive degree 2.06

Ma	β	θ
13	43.28°	31.29°
14	39.54°	29.00°
15	36.46°	27.00°
16	33.85°	25.25°

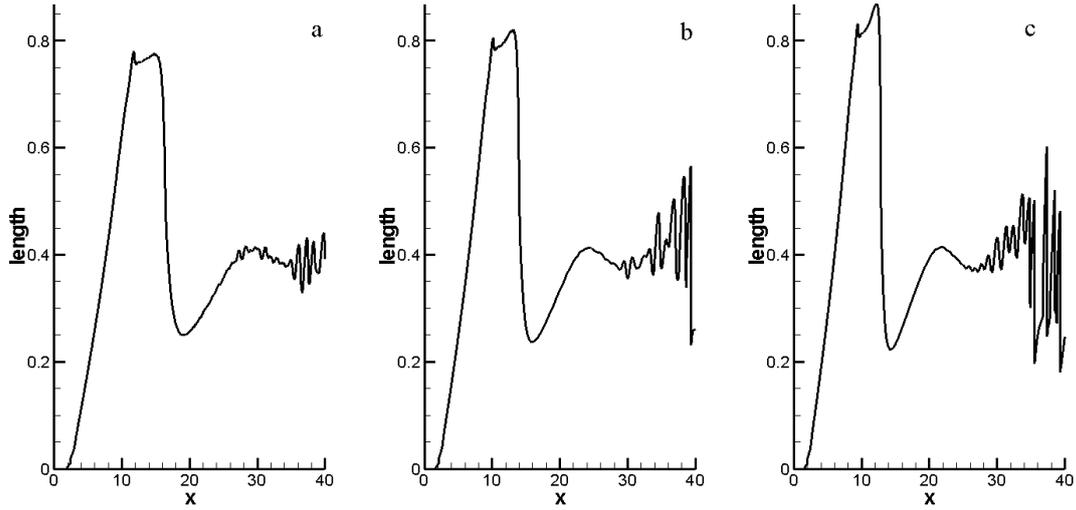


图 5 过驱动度为 2.06 和不同 Ma 数下斜爆轰波的反应区长度: (a) Ma=16, (b) Ma=14 and (c) Ma=13

Fig. 5 Reaction zone length of oblique detonation waves with the degree of overdrive 2.06 and different Ma: (a) Ma=16, (b) Ma=14 and (c) Ma=13

为了定量研究斜爆轰波的不稳定性, 这里给出“失稳长度”的概念, 即最小值点到波峰点的距离, 这个长度用来近似评估振荡形成的难度。从图 5 可知, 首先计算主要的失稳长度 $L\phi$, 然后将其投影到斜爆轰波方向, 最后得到沿波面的真实的失稳长度:

$$L = \frac{L\phi}{\cos(b - q)} \quad (11)$$

失稳长度如表 3 所列, 可以看到 Ma 数越高, 失稳长度越大, 反之 Ma 数越低, 失稳长度越小。这意味着当过驱动度不变, 马赫数越低斜爆轰波面越容易失稳, 从图 5 中也能定性地看出。在下游边界附近, 马赫数为 13 时反应区长度的振荡比马赫数为 16 时的情形更剧烈。因此, 斜爆轰波的不稳定性除了过驱动度外还受马赫数影响, 当来流马赫数降低时爆轰波变得不稳定。

表 3 过驱动度为 2.06 时的失稳长度

Table 3 Stability length in the case of overdrive degree 2.06

Ma	trough position	crest position	L
13	14.3	21.9	7.5
14	15.9	24.4	8.6
15	17.6	27.2	9.7
16	19.2	29.9	10.8

4 结 论

本文通过数值模拟斜爆轰波研究了爆轰波面的不稳定性，确定了指前因子以保证过驱动爆轰波有相同的精度，从而进行定量分析。驱动度降低会导致斜爆轰波失稳，过驱动度 2.06 时反应区长度出现振荡。通过三个算例研究了来流马赫数的影响，数值结果表明过驱动度给定时，斜爆轰波面随着马赫数的降低会出现不稳定性。

参考文献

- 1 J. H. S. Lee, *The Detonation Phenomenon* (Cambridge University Press, 2008).
- 2 J. E. Shepherd, "Detonation in gases," *Proc. Combust. Inst.* 32(1), 83–98 (2009).
- 3 K. Kailasanath, "Recent developments in the research on pulse detonation engines," *AIAA Journal* 41, 145-159 (2003).
- 4 P. Wokanski, "Detonative propulsion," *Proc. Combust. Inst.* 34(1), 125–158 (2013).
- 5 J. M. Powers, "Oblique detonations: theory and propulsion applications," in *Combustion in High-Speed Flows*, edited by J. Buckmaster, T. L. Jackson and A. Kumar (Kluwer Academic, Norwell, MA, 1994), pp. 345–371.
- 6 A. J. Higgins, "Ram accelerators: outstanding issues and new directions," *Journal of propulsion and power* 22, 1170-1187 (2006)
- 7 G. P. Menes, H. G. Adelman, J. L. Cambier, and J. V. Bowles, "Wave combustors for trans-atmospheric vehicles," *Journal of propulsion and power* 8, 709-713 (1992)
- 8 J. M. Powers, "Reaction zone structure for strong, weak overdriven, and weak underdriven oblique detonations," *Phys. Fluids A* 4, 2082-2089 (1992)
- 9 J. Verreault, A. J. Higgins and R. A. Stowe "Formation and structure of steady oblique and conical detonation waves," *AIAA Journal* 50, 1766-1772 (2012)
- 10 C. Li, K. Kailasanath, and E. S. Oran, "Detonation structures behind oblique shocks," *Phys. Fluids* 4, 1600-1611 (1994)
- 11 C. Viguier, L. Figueira da Silva, D. Desbordes and B. Deshaies, "Onset of oblique detonation waves: comparison between experimental and numerical results for hydrogen-air mixtures," *Proc. Combust. Inst.* 26, 3023–3031 (1996)
- 12 C. Viguier, A. Gourara and D. Desbordes, "Three-dimensional structure of stabilization of oblique detonation wave in hypersonic flow," *Proc. Combust. Inst.* 27, 2207–2214 (1998)
- 13 M. V. Papalexandris, "A numerical study of wedge-induced detonations," *Combust. Flame* 120, 526–538 (2000)
- 14 J. Y. Choi, D. W. Kim, I. S. Jeung, F. Ma and V. Yang, "Cell-like structure of unstable oblique detonation wave from high-resolution numerical simulation," *Proc. Combust. Inst.* 31, 2473–2480 (2007)
- 15 M. Y. Gui, B. C. Fan, G. Dong, "Periodic oscillation and fine structure of wedge-induced oblique detonation waves," *Acta Mech. Sin.* 27, 922–928 (2011)
- 16 J. Verreault, A. J. Higgins and R. A. Stowe "Formation of transverse waves in oblique detonations," *Proc. Combust. Inst.* 34, 1913–1920 (2013).
- 17 D. R. White, "Turbulent structure of gaseous detonation," *Phys. Fluids* 4, 465–480 (1961).
- 18 M. I. Radulescu, G. J. Sharpe, C. K. Law, and J. H. S. Lee, "The hydrodynamic structure of unstable cellular detonations," *J. Fluid Mech.* 580, 31–81 (2007).
- 19 L. Massa, J. M. Austin and T. L. Jackson, "The hydrodynamic structure of unstable cellular detonations," *J. Fluid Mech.* 586, 205–248 (2007).
- 20 L. Massa, M. Chauhan, and F. Lu, "Detonation-turbulence interaction," *Combust. Flame* 158, 1788–1806 (2011).
- 21 A. Chinnayya, A. Hadjidi and D. Ngomo, "Computational study of detonation wave propagation in narrow channels," *Phys. Fluids* 25, 036101 (2013).
- 22 H. D. Ng and F. Zhang, "Detonation instability," in *Shock Wave Science and Technology Reference Library*, Vol. 6, edited by F. Zhang, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012), pp. 107–212.
- 23 L. He and J. H. S. Lee, "The dynamical limit of one-dimensional detonation," *Phys. Fluids* 7, 1151-1158 (1995).
- 24 Y. Daimon and A. Matsuo, "Detailed features of one-dimensional detonations," *Phys. Fluids* 15, 112-122 (2003).
- 25 M. J. Grismer and J. M. Powers, "Numerical predictions of oblique detonation stability boundaries," *Shock waves* 6, 147–156 (1996)
- 26 J. Y. Choi, D. W. Kim, I. S. Jeung, F. Ma and V. Yang, "Cell-like structure of unstable oblique detonation wave from high-resolution numerical simulation," *Proc. Combust. Inst.* 31, 2473–2480 (2007)
- 27 L. Figueira da Silva and B. Deshaies, "Stabilization of an oblique detonation wave by a wedge: a parametric numerical study," *Combust. Flame* 121, 152-166 (2000).
- 28 C. Li, K. Kailasanath, and E.S. Oran, "Effects of boundary layers on oblique detonation structures," *AIAA paper 93-0450* (AIAA, Washington, DC, 1993)