

# 一种高空高超声速非定常气动力工程计算方法

张陈安, 韩汉桥, 王发民

(中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室, 北京海淀区 100190)

**摘要** 针对高空高马赫数飞行环境和强粘性干扰的物理特性, 在当地流活塞理论的基础上引入有效外形修正, 发展了粘性修正当地流活塞理论, 结合定常 N-S 方程解给出了高空高马赫数下针对该方法的有效外形的判据。通过对典型尖头薄翼和典型钝头翼的一系列二维非定常算例和三维算例, 将该方法与一阶活塞理论、基于 Euler 方程的当地流活塞理论和非定常 N-S 方程数值解进行了对比。结果显示在高度为 40~70km、马赫数 10~20 范围内, 通过该方法计算得到的非定常气动力与非定常 N-S 方程数值解吻合较好, 明显优于传统活塞理论和基于 Euler 方程的当地流活塞理论。该方法克服了传统的活塞理论和当地流活塞理论不能用于高空高马赫数问题的弊端, 在较宽的马赫数、攻角、飞行高度范围内都有良好的适用性, 同时其计算效率远高于非定常 N-S 方程。

**关键词** 高超声速; 粘性干扰; 非定常气动力; 当地流活塞理论; 粘性修正

## 引言

以 HTV-2 为代表的高超声速远程滑翔飞行器需要以高马赫数( $M>10$ )在高空( $H=40\sim 70\text{km}$ )做长时间机动飞行, 其动稳定性和气动弹性、气动伺服弹性问题是在飞行器设计阶段需要评估和解决的。这些问题的分析依赖对非定常气动力准确、高效的计算。

经过二十多年的发展, CFD 方法拥有了较高的计算精度, 并且随着计算机性能的提高已经逐渐进入各种工程应用。尽管如此, 非定常问题的 CFD 计算量对于工程应用而言仍然十分巨大, 更重要的是由于模型的复杂性, 在与飞行力学或结构动力学模型耦合后难以进行分析, 难以获得定性的结论和定量判据, 因而这类问题工程上仍主要采用工程模型进行研究。

对于高超声速远程滑翔飞行器而言, 随着马赫数和飞行高度的提高, 粘性效应不可忽略, 并且根据防热、高升阻比等需要, 飞行器往往包含钝头、大后掠角、非轴对称等几何特征, 飞行攻角也在较宽的范围, 工程上广泛采用的牛顿法、激波膨胀波法、切楔/切锥法和活塞理论等方法<sup>[1,2]</sup>难以应用。因此, 发展高效、精确的高超声速非定常气动力模型是这个领域的一个研究热点。

近年来很热门非定常气动力降阶模型 (ROM)<sup>[3]</sup>在计算精度和计算效率上取得了很好的平衡。然而由于气动力降阶模型仍然部分依赖耦合非定常 CFD 数值计算, 其鲁棒性仍不够高, 因此一些学者转而采用定常 CFD 和工程方法相结合的思路构建非定常气动力模型, 其中最典型的是基于 CFD 技术的当地流活塞理论和有效外形修正理论。

Morgan 等<sup>[4]</sup>最早提出了当地流活塞理论, 运用激波膨胀波法计算定常流场, 再用当地流动参数结合活塞理论计算非定常气动力, 这种方法扩展了活塞理论对大攻角问题的适应性, 陈劲松等<sup>[5]</sup>在 90 年代将这一方法引进国内。张伟伟等<sup>[6-8]</sup>则利用定常 Euler 方程计算流场, 利用获得的物面当地流动参数结合活塞理论来计算非定常气动力。这一方法摒除了活塞理论只能计算小攻角尖头薄翼的弊端, 并成功应用于超声速和高超声速气动弹性的问题中。但由于该模型不能考虑粘性的影响, 对于高空高马赫数问题其精度会下降较多, 降低了在高超声速领域应用的价值。

对低雷诺数的问题, 由于边界层使得飞行器有效外形发生了明显改变, 传统方法计算结果可信度较低, 对此 2010 年 McNamara 等<sup>[9]</sup>提出了有效外形修正活塞理论。该方法首先利用半经验公式或结合定常 N-S 方程数值解和活塞

理论计算边界层位移厚度，得到飞行器的有效外形，再利用活塞理论根据修正后的外形求解非定常气动力。边界层位移厚度的半经验公式是基于平板在弱粘性干扰时的层流状态下推导出来的，应用范围局限性很大；而通过定常 N-S 方程算得表面压强分布，然后结合活塞理论中压强与外形的关系反推出有效外形的方法也没有获得优于当地流活塞理论的结果。

在有效外形修正活塞理论的启示下，本文结合当地流活塞理论建立了一种新的粘性修正方法，并给出针对该方法的有效外形判定准则。该方法能考虑边界层位移厚度对飞行器有效外形的影响，可以用于高空高马赫数情况下的非定常气动力计算。

## 1 基于 Euler 方程的当地流活塞理论

### 1.1 基于 Euler 方程的当地流活塞理论

活塞理论<sup>[10,11]</sup>认为：对于薄或细长的物体，当来流马赫数  $M \gg 1$  时，沿流向的速度变化和流动参数的梯度相比法向的要小得多，物面运动对流场的扰动可认为仅沿法向传播，形如活塞。根据动量定理和等熵关系可推导出物面压强  $p$  和物面下洗速度  $W$  之间的关系：

$$p = p_\infty \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{W^2}{a_\infty^2} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1)$$

其中  $p_\infty$  和  $a_\infty$  分别为来流的压强和声速， $\gamma$  可取 1.4。针对经典活塞理论只适用于小攻角尖头翼、马赫数不能太大或太小、不能考虑膨胀、绕流等三维流动效应等缺陷，文献[6]提出了基于 Euler 方程的当地流活塞理论(简称 LPT 方法)。在经典活塞理论的基础上保留一阶项并将来流的参数替换为当地流动参数(下标  $l$ )后，物面压强可表示为：

$$\begin{cases} p = p_l + \rho_l a_l W \\ W = \mathbf{V}_l \cdot \delta \mathbf{n} + \mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n} \\ \delta \mathbf{n} = \mathbf{n}_0 - \mathbf{n} \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{n}_0$  为物面变型前的外法线单位矢量， $\mathbf{n}$  为物面变型后的外法线单位矢量， $\mathbf{V}_l$  和  $\mathbf{V}_b$  分别表示当地流动速度和物面振动速度， $W$  是当地下洗速度，由物面变形  $\mathbf{V}_l \cdot \delta \mathbf{n}$  和振动  $\mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n}$  组成。LPT 方法对于大攻角、宽马赫数范围及钝头外形有较好的适用性，计算精度接近非定常 Euler 方程，且对每个来流状态(马赫数、攻角)，只需计算一次定常 Euler 方程即可获得非定常气动力。

### 1.2 适用范围

LPT 方法未考虑粘性效应的影响，在高雷诺数时能够获得较好的计算结果。而在高马赫数( $M > 10$ )高空( $H = 40 \sim 70 \text{ km}$ )情况下，空气密度较低，雷诺数急剧下降，物面附近边界层的位移厚度增大，粘性干扰效应将会使翼型表面的压强分布产生较大的变化，基于无粘 CFD 计算结果的 LPT 方法精度下降较多。

以做俯仰运动的 4% 厚度圆弧翼型的非定常算例进行验证。翼型运动表示如下：

$$\alpha = \alpha_0 + d\alpha \cdot \sin(kt + \varphi) \quad (3)$$

其中  $k = \omega c / (2u_\infty)$  为减缩频率， $\omega$  为振动圆频率， $c$  为弦长， $u_\infty$  为来流速度。在该算例中  $\alpha_0 = 0^\circ$ ， $d\alpha = 1^\circ$ ， $k = 0.02$ ， $\varphi = 0$ 。表 1 比较了不同飞行条件下采用 LPT 方法和非定常 N-S 方程计算获得的法向力系数和俯仰力矩系数振幅的相对误差。从表 1 可以看出随着雷诺数的减小，采用当地流活塞理论获得的气动力系数与非定常 N-S 方程的结果相差越来越大，当雷诺数降至  $10^5$  左右时 LPT 方法计算结果已难以接受。若认为 LPT 方法计算获得的法向力系数与 CFD 结果相差 10% 以上，或俯仰力矩系数结果相差 20% 以上就需要考虑粘性效应，则飞行高度大于 40km 后 LPT 方法就不能忽视粘性的影响。

表 1 不同飞行条件下非定常气动力系数幅值的比较

$M$	$H/\text{km}$	$\text{Re}/\text{m}^{-1}$	$C_N(\text{LPT}) \times 10^{-3}$	$C_N(\text{N-S}) \times 10^{-3}$	相对误差 $C_N$	$C_m(\text{LPT}) \times 10^{-4}$	$C_m(\text{N-S}) \times 10^{-4}$	相对误差 $C_m$
10	20	$1.85 \times 10^7$	7.44	7.71	3.5%	7.76	8.09	4.1%
10	30	$3.77 \times 10^6$	7.44	7.95	6.4%	7.76	9.33	16.8%
10	40	$7.92 \times 10^5$	7.44	8.18	9.1%	7.76	10.2	23.9%

15	50	$2.98 \times 10^5$	5.49	6.88	20.2%	2.82	7.87	64.2%
20	60	$1.23 \times 10^5$	4.64	6.90	32.8%	0.65	8.40	92.2%

## 2 粘性修正当地流活塞理论 (VLPT 方法)

$$\bar{V}' = \frac{M\sqrt{C'}}{\sqrt{\text{Re}_L}} \quad (6)$$

### 2.1 粘性修正方法

粘性的引入使得流场中的物体存在边界层，改变了它的有效形状，从而使它的气动特性相较原始外形发生了变化。经典观点认为，将物体本身的形状加上边界层的排移厚度作为其有效外形，则有效外形以外的流场仍可近似认为是无粘流动。因此采用如下思路对当地流活塞理论进行粘性修正：首先通过数值求解定常 N-S 方程得到流场的定常解，然后通过数值解获得飞行器有效外形，最后针对所得到的有效外形，结合有效外形点处的当地流动参数运用当地流活塞理论求解非定常气动力。我们将这一方法称为粘性修正当地流活塞理论（简称为 VLPT 方法）。

在进行有效外形判别时，本文采用涡量作为特征量，这是因为涡量是由流场的速度梯度造成的，涡量的变化表征了速度梯度的变化。在进行有效外形修正时常用的方法是在物面附近加上一层边界层位移厚度，由 Anderson<sup>[12]</sup>给出的强粘性干扰效应时平板边界层位移厚度的公式可知：

$$\delta^* \propto M^{1/2} \text{Re}^{-1/4} x^{3/4} \quad (4)$$

结合式(4)和涡量的定义，本文给出以下判定有效外形的涡量关系式：

$$|\omega| < C_{\text{eff}} \cdot \frac{u_\infty}{M^{1/2} \text{Re}^{-1/4} x^{3/4}} \quad (5)$$

其中， $C_{\text{eff}}$  为待定的有效外形判定系数， $M$  为来流马赫数， $\text{Re}$  为单位长度雷诺数， $u_\infty$  为来流速度。即从物面向外搜索涡量分布，认为涡量满足式(5)的区域边界为有效外形。

### 2.2 有效外形判定系数

下面确定式(5)中的有效外形判定系数。高空粘性干扰效应直接影响着边界层的位移厚度，进而会改变飞行器的有效外形。粘性干扰参数是粘性干扰效应的表征量，有效外形判定系数  $C_{\text{eff}}$  有可能与之存在单一的依赖关系，本文中粘性干扰参数采用如下形式<sup>[12]</sup>：

其中参考长度  $L$  取翼型弦长， $C'$  采用文献 [13] 中的方法进行计算。本文通过一组数值算例寻找这一关系。同样以  $\alpha_0=0^\circ$ ， $d\alpha=1^\circ$  的 4% 厚度圆弧翼作为模型，选取  $H=50\sim 70\text{km}$  范围内一组  $\bar{V}'$  不同的工况，尝试不同的有效外形判定系数  $C_{\text{eff}}$ ，直至 VLPT 方法计算得到的结果与非定常 N-S 方程结果吻合。我们幸运地发现， $C_{\text{eff}}$  与  $\sqrt{\bar{V}'}$  之间存在着近似线性的关系，如图 1 所示。通过线性拟合可得：

$$C_{\text{eff}} = 9.533\sqrt{\bar{V}'} - 0.365 \quad (7)$$

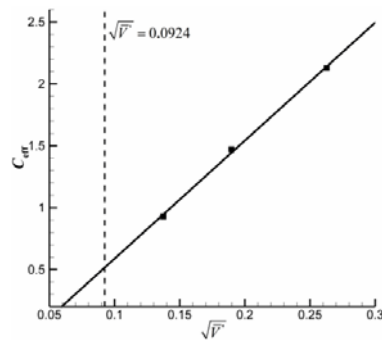


图 1 有效外形修正系数随粘性干扰参数的变化

为验证  $C_{\text{eff}}$  与  $\bar{V}'$  的唯一依赖性，表 2 给出了一组  $\bar{V}'$  相同，但马赫数、雷诺数和翼型长度均不同的工况下，通过 VLPT 方法计算得到的上述俯仰翼型的气动力系数幅值与非定常 N-S 方程数值解的对比。结果表明在同一个粘性干扰参数下，可以用相同的有效外形修正系数进行粘性修正，可认为有效外形修正系数只与粘性干扰参数有关。

## 3 算例

上述 VLPT 方法的粘性修正通过尖头薄翼在  $0^\circ$  攻角下的俯仰运动来验证的，本节通过一系列算例对比考察 VLPT 方法对大攻角、钝头外形和三维问题的适用性。

### 3.1 二维翼型非定常气动力计算

图 2 对比了经典的一阶活塞理论、LPT 方法、VLPT 方法和非定常 N-S 方程对三组算例

的计算结果。算例 1 为 4%厚度圆弧翼型俯仰运动， $M=15$ ， $H=50\text{km}$ ， $\alpha_0=15^\circ$ ， $d\alpha=1^\circ$ ， $dh=0$ ， $k=0.02$ ， $\bar{v}'=0.0189$ 。算例 2 为 4%厚度圆弧翼型在约为  $1.2\times 10^5$  的低雷诺数来流下的俯仰/沉浮耦合运动， $M=20$ ， $H=60\text{km}$ ， $\alpha_0=5^\circ$ ， $d\alpha=1^\circ$ ， $dh=0.1c$ ， $k=0.01$ ， $\bar{v}'=0.036$ 。算例 3 为典型钝头厚翼型 NACA0012 的俯仰/沉浮耦合运动， $M=15$ ， $H=50\text{km}$ ， $\alpha_0=5^\circ$ ， $d\alpha=1^\circ$ ， $dh=0.1c$ ， $k=0.02$ ， $\bar{v}'=0.0189$ 。由图 2 可以看到，对于高空高马赫数下的大攻角问题或是钝头厚翼型问题，VLPT 方法均可以获得与非定常 N-S 方程数值解十分接近的计算结果，而由于这些算例雷诺数均低于  $10^6$ ，基于 Euler 方程的 LPT 方法计算结果与非定常 N-S 方程数值解有明显的偏离，

力矩系数偏差尤其明显，一阶活塞理论计算结果则偏差非常大。

### 3.2 三维乘波体非定常气动力计算

计算模型为长为 4m 的钝化乘波体，前缘钝化半径为 2mm，计算状态为  $M=20$ ， $H=60\text{km}$ ， $\alpha_0=0^\circ$ ， $d\alpha=1^\circ$ ， $k=0.02$ 。其原始外形和粘性修正后的有效外形如图 3 示，可以看到由于粘性效应的凸显，其有效外形发生了显著变化，尤其是背风面的变化更为显著。图 4 给出了该外形俯仰振荡的非定常气动力系数计算结果，可以看出 VLPT 方法的结果与非定常 N-S 方程解吻合很好，相比 LPT 方法有了显著提高。

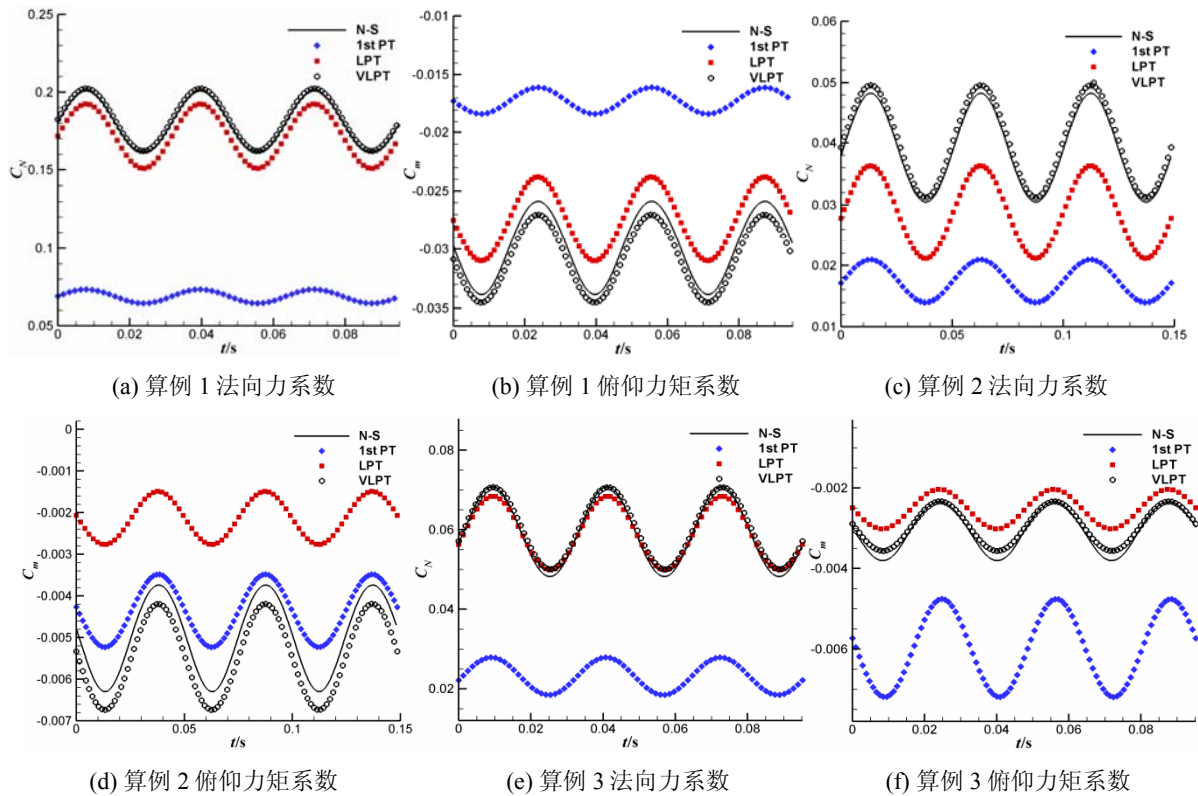


图 2 不同工况下的非定常气动力系数

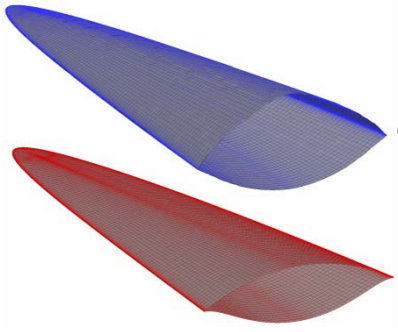


图3 钝化乘波体的有效外形和原始外形

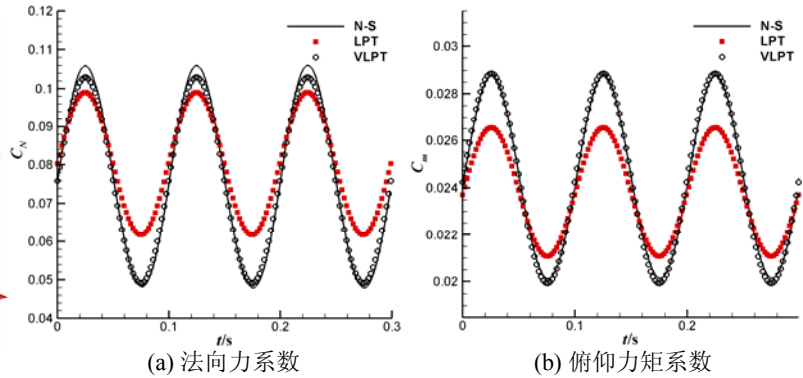


图4 钝化乘波体外形的非定常气动力系数

## 4 结论

本文通过对当地流活塞理论进行粘性修正，发展了一种能够用于低雷诺数、超声速/高超声速条件的粘性修正当地流活塞理论（VLPT 方法），给出了针对该方法的有效外形判据，并对该判据进行了数值验证和分析。通过对不同外形、不同攻角和不同运动情况的二维非定常算例考察了该方法的适用性，并在典型钝化乘波体上验证了其对三维问题的适应能力。结果表明，VLPT 方法能够较好地应用于高空高马赫数下尖头、钝头外形、大攻角问题，计算结果与非定常 N-S 方程吻合较好，扩展了当地流活塞理论的应用范围，同时仍保留了该方法每个流动状态只需计算一次定常流场的特性，计算效率和鲁棒性远高于非定常 CFD 方法，有较高的工程应用价值。

## 参考文献

1 McNamara JJ, Friedmann PP. Aeroelastic and aerothermoelastic analysis of hypersonic vehicles: Current status and future trends. AIAA Paper 2007-2013, 2007.

2 Anderson JD. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. New York: McGraw Hill, 1990.

3 Lucia DJ, Beran PS, Silva WA. Reduced-order modeling: new approaches for computational physics. Progress in Aerospace Sciences, 2004, 40(1-2):51-117.

4 Morgan HG, Runyan HL, and Huckel V. Theoretical considerations of flutter at high Mach numbers. Journal of the Aeronautical Sciences, 1958, 25(6): 371-381.

5 陈劲松, 曹军. 超声速和高超声速翼型非定常气动力的一种近似计算方法. 空气动力学学报, 1990, 8(3): 339-343.

6 张伟伟, 史爱明, 王刚等. 结合定常 CFD 技术的当地流活塞理论. 西北工业大学学报, 2004, 22(5): 545-549.

7 张伟伟, 叶正寅. 基于当地流活塞理论的气动弹性计算方法研究. 力学学报, 2005, 37(5): 632-639.

8 Zhang WW, Ye ZY, Zhang CA, et al. Supersonic flutter analysis based on local piston theory. AIAA Journal, 2009, 47(10): 2321-2328.

9 McNamara JJ, Crowell AR, Friedmann PP. Approximate modeling of unsteady aerodynamics for hypersonic aeroelasticity. Journal of Aircraft, 2010, 47(6): 1932-1945.

10 Lighthill MJ. Oscillating airfoils at high Mach number. Journal of the Aeronautical Sciences, 1953, 20(6): 402-406.

11 Ashley H, and Zartarian G. Piston theory—a new aerodynamic tool for the aeroelastician. Journal of the Aeronautical Sciences, 1956, 23(12):1109-1118.

12 Anderson JD. Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics. New York: McGraw Hill, 1989.

13 李维东, 韩汉桥, 陈文龙等. 考虑高空粘性干扰效应的乘波体气动性能工程预测方法研究. 宇航学报, 2011, 32(6): 1217-1223.

## AN APPROXIMATE UNSTEADY AERODYNAMIC MODEL FOR HYPERSONIC PROBLEMS AT HIGH ALTITUDE

Chen-an ZHANG, Hanqiao HAN and Famin WANG

(Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

**Abstract:** The paper introduces a local piston theory with viscous correction for the prediction of hypersonic unsteady aerodynamic loads at high altitude. A semi-empirical relation for the determination of effective shape

for this method is presented. Numerical examples with various Mach numbers, angles of attack and operating altitudes for typical thin airfoil and typical blunt airfoil are provided. The unsteady aerodynamic force coefficients are in well agreement with the unsteady N-S prediction for all operating conditions. Compared with classical piston theory and local piston theory, this model performs much better at high altitudes. This model can be applied in supersonic/hypersonic problems with wide range of Mach number, angle of attack, altitude and shape.

**Key words** hypersonic, viscous interaction, unsteady aerodynamics, approximate model, local piston theory, viscous correction