

# Mach2.3 的激波-平板湍流边界层干扰的直接数值模拟

何志伟, 李新亮

中国科学院力学研究所, 高温气体动力学国家重点实验室(筹), 北京海淀区 100190

**摘要** 本文对来流马赫数等于 2.3, 激波角为  $\beta = 32.42^\circ$  的激波-平板湍流边界层干扰做了直接数值模拟。计算涵盖了从层流到转捩以及最终充分发展湍流, 入射激波的形成, 以及入射激波与充分发展湍流边界层干扰的全部空间过程。为了对已有湍流模型的评估和改进, 本文利用直接数值模拟的数据, 对平均场的平均速度(以及混合长), 湍动能方程的分布进行了分析。数值结果发现: 对于有分离流的流动, 再附区的平均速度, 湍动能方程的分布均不同于零压力梯度的平板湍流边界层的分布。从而湍流模型中(零方程模型, 一方程模型, 二方程模型)需要进行新的理论分析。本文还对流场中的拟序结构进行了分析, 发现干扰前的零压力梯度边界层区, 干扰区, 和再附区的流场结构呈现不同的状态。

**关键词** 激波, 湍流边界层, 直接数值模拟, 平均速度剖面, 湍动能方程, 拟序结构, 压力梯度

## 引言

从怀特发明飞机算起, 百余年的航空航天史, 是人类追求更高更远更快的历史。一般来讲, 飞行器的速度超过声速, 即为超声速。一个典型的飞行器, 如美国的航天飞机, 其在翻悔地球进入大气层的过程中, 就经历极高超声速、高超声速、超声速, 跨声速、亚声速直至落地。所以研究超、高超声速流场特点对于发展超、高超声速飞行器及其相关技术意义重大。

在跨声速或者超声速流场中, 尤其是超声速流场中激波是最普遍的现象。一方面, 激波是最普遍的, 在内流——如管道内或者外流——在飞行器绕流环境中几乎无处不在。另一方面, 在壁面——如飞行器表面, 气体的粘性作用不可忽略, 在雷诺数很高的流场中, 存在着边界层。不可避免的, 激波和边界层会发生相互干扰作用。当激波射入边界层之后, 会给流动带来逆压梯度。一方面, 跨过激波的逆压梯度可以通过边界层的亚声速区由下游传至激波上游, 从而影响激波的厚度。另一方面, 由于逆压梯度的存在, 可以导致流动分离。并且在分离区上游引起分离激波。分离流的存在对飞机气动性能的影响极大。反射激波的振荡优惠影响飞行器的气动外形[1]。

激波-边界层干扰是高超声速飞行器进气道、跨声速的机翼外部的典型流动模型, 有着重要的理论和应用背景。

激波-平板湍流边界层干扰的直接数值模拟是激波-边界层干扰问题的典型模型之一。图 1 给出了这一模型的基本流场。对这个问题进行直接数值模拟可以更方便的研究激波-边界层干扰的机理, 进而为评估和改进湍流模型进行服务。

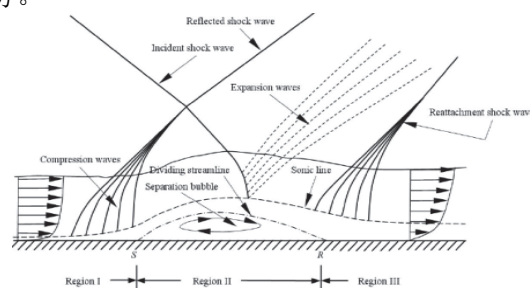


图 1 激波-平板湍流边界层干扰问题示意图

本文来流马赫数等于 2.3 的激波-平板湍流边界层干扰做了直接数值模拟。计算涵盖了从层流到转捩以及充分发展湍流, 入射激波的形成, 以及入射激波与充分发展湍流边界层干扰的全部空间过程。并对平均场的平均速度(以及混合长), 湍动能方程和流场中的拟序结构进行了分析。

## 1 数值模拟

本文利用有限差分方法直接求解无量纲的 NS 方程。具体表达式从略。此外,本计算中特征长度取 1mm。参考点取在  $x = 280\text{mm}$  处。计算的工况为来流马赫数为  $Ma = 2.3$ , 激波入射角为  $\beta = 32.42^\circ$  的激波湍流边界层干扰问题进行了直接数值模拟。具体参数如表一所示。可以看出,本文计算的工况的参数非常接近于[2]的实验,并且和[3]的直接数值模拟的工况较为接近。

### 1.1 网格

计算网格如图 2 所示。在法向采用双曲正切型拉伸,使得壁面附近的网格达到分辨湍流边界层的要求。展向采用均匀网格。流向采用八段分别加密,网格间距如图 3 所示。

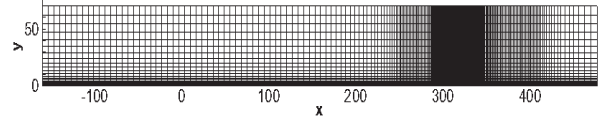


图 2 计算网格示意图

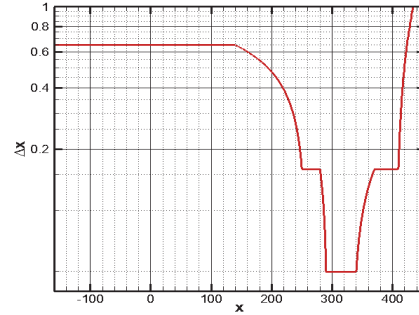


图 3 流向网格间距变化图

表 1 流动参数

	来流条件					干扰前参数			
	$Ma_\infty$	$T_t(K)$	$T_\infty(K)$	$T_w/T_\infty$	$Re/mm$	$Re_\theta$	$\delta_{99}(mm)$	$C_f(\times 10^{-3})$	$\theta(mm)$
本文 DNS	2.3	300	146.77	adiabatic	5308.21	6370	11.2	2.2	1.25
Dupont 等人实验	2.3	300	---	---	5390.63	6900	11	2.0	1.28
Pirozzoli 等人 DNS	2.25	323.9	169.44	1.9	25000	4260	---	2.4	2.04

### 1.2 计算方程

对流项采用 Steger-Warming 分裂后采用 WGVC-M7 格式[8]进行离散。WGVC-M7 格式是在我们新提出的加权群速度控制格式 WGVC7 的基础上进行修正得到,即

$$\hat{f}_{j+1/2} = \text{modify} / \text{correct}(WGVC)$$

我们给出的具体修正如下:

$$\hat{f}_{j+1/2} = WGVC + \hat{g}_{j+1/2}$$

其中

$$WGVC = \omega_m \hat{f}_{j+1/2}(\sigma_m) + \omega_s \hat{f}_{j+1/2}(\sigma_s)$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_{j+1/2} = & \theta(r) \cdot (\omega_m (\sum_{l=0}^N \omega_l \hat{f}_{j+1/2}^{(l)} - \hat{f}_{j+1/2}(\sigma_m)) \\ & + \omega_s (\sum_{l=0}^N \omega_l \hat{f}_{j+1/2}^{(l)} - \hat{f}_{j+1/2}(\sigma_s))) \end{aligned}$$

具体见[8]。

粘性项采用八阶中心差分进行离散。

时间推进采用显式具体有 TVD 性质的 3 阶 Runge-Kutta 方法[4]。

计算主体程序采用 OpenCFD-SC 软件框 [5]。

### 1.3 计算设置

如图 4 所示,入口处我们给定一个可压缩层流边界层的流动分布,并把此流动分布延展出拓展,这样我们就得到了三维的初始层流场。

在  $x \in [-160, -140]$  处,加入了周期性吹吸扰动[6]。经过转捩,在  $x = 250$  左右,达到充分发展湍流状态。在计算域的上面,在  $x = 252$  处,人为给定 R-H 关系式从而产生一个入射斜激波。在  $x = 300$  附近,入射激波射入湍流边界层,从而形成激波-湍流边界层干扰。

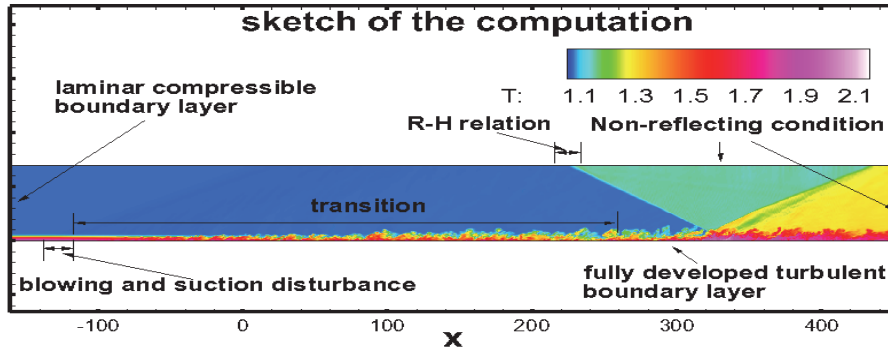


图4 计算设置

## 2 结果

为了方便讨论，如图 5 所示，我们将流动大致分为三个区域，干扰前的 ZPG 湍流边界层，干扰区，再附区三个位置。图中的  $\delta$  为参考点处的边界层厚度， $x_{imp}$  是入射激波的延长线与平板的交点。

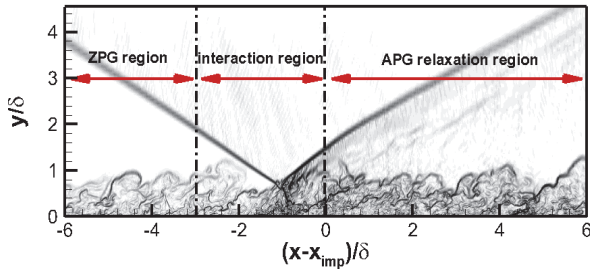


图5 流场的三大区域

图 6 给出了压力梯度随流向的分布。并且为了方便分析，我们取了 11 个不同的流向位置进行分析，具体位置如图 6 所示。

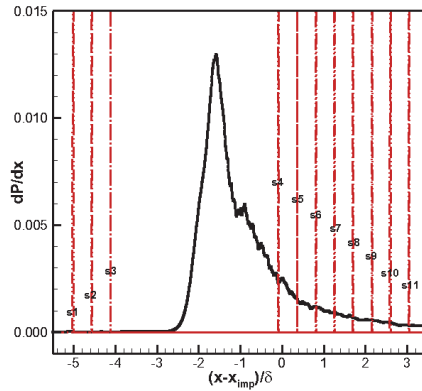


图6 不同流向位置示意图

图 7 (左) 给出了本计算的壁面平均压力分布、实验结果[2]和直接数值模拟结果[3]。可以看出，本文的数值模拟的结果与已有的结果很好的吻合。其中  $x^\# = (x-x_{imp})/L$ ，其中  $L = x_{sep} - x_{imp}$ ， $x_{sep}$  为平均分离点的位置。

图 7 (右) 给出了参考点处密度加权的脉动场速度均方根分布。同样可以看出本文的数值模拟的结果与已有的结果吻合的较好。

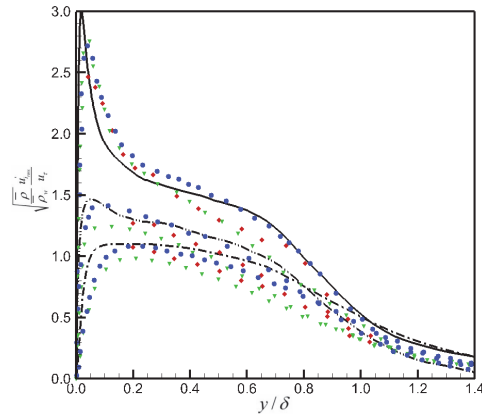
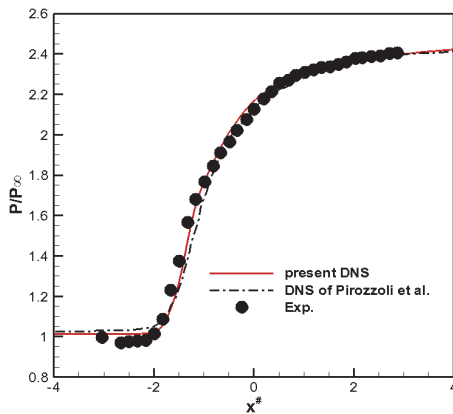


图7 (左) 平均场的壁面平均压力分布; (右) 参考点处脉动速度的密度加权均方根分布

2.1 平均速度

一般情况下, 中低等马赫数的湍流边界层平均速度剖面经过 van Driest 变换后和不可压缩的情况类似。Van Driest 变换定义为  $\tilde{u}_{VD}^+ = \int_0^{\tilde{u}^+} (\bar{\rho}/\bar{\rho}_w)^{1/2} d\tilde{u}^+$ 。图 8 给出了 van Driest 变换速度。从图 8 中可以看出, 在干扰前, 不同流向位置处的 van Driest 变换速度的分布均可以与不可压的对数律 ( $\tilde{u}_{VD}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$ , 其中  $\kappa = 0.4$ ,  $C = 5.5$ ) 重合。

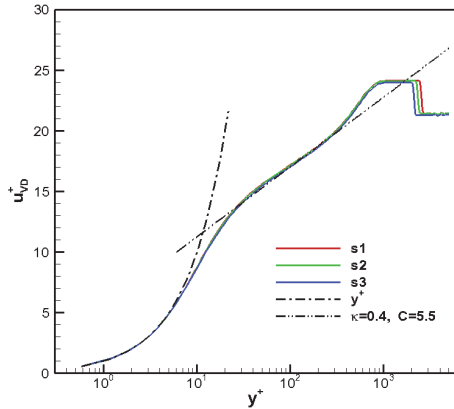


图 8 平均速度剖面

在干扰区的分离点和再附点, 由于  $\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y}|_w = 0$ , 导致传统的用于归一化平均速度的摩擦速度  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\bar{\rho}_w}$  为零。对于这种情况, Stratford, 1956 建议用如下的特征速度来归一化  $u_p = \left( \frac{\bar{v}_w}{\bar{\rho}_w} \frac{d\bar{p}_w}{dx} \right)^{1/3}$ 。图 9 给出了  $u_\tau$  和  $u_p$  沿流向的分布, 可以看出在分离点和再附点, 确实  $u_\tau \approx 0$ 。注意, 图中画的是  $u_\tau = \sqrt{|\tau_w|/\bar{\rho}_w}$  和  $u_p = \left( \frac{\bar{v}_w}{\bar{\rho}_w} \frac{d\bar{p}_w}{dx} \right)^{1/3}$ 。

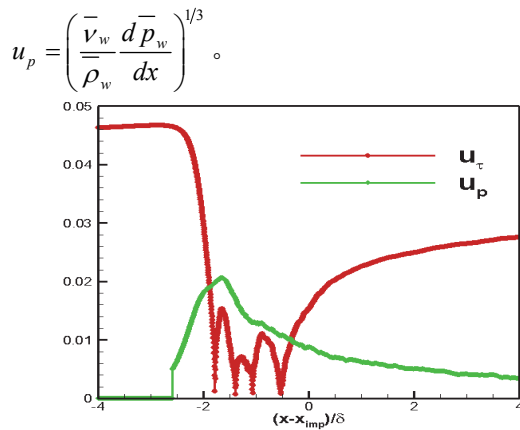


图 9  $u_\tau$  和  $u_p$  沿流向的分布

对于这种情况, 在不可压缩领域, 存在两种不同的观点, 一种是 Stratford 认为此时存在  $1/2$  幂律, 即  $\bar{u}/u_p = \frac{2}{\kappa} \left( \frac{yu_p}{v_w} \right)^{1/2} + A$ 。然而 Lumley 利用 Starford 的试验数据, 推出则认为仍然存在对数率, 即  $\bar{u}/u_p = \kappa_p \left( \frac{yu_p}{v_w} \right)^{1/2} + A_p$ , 其中  $\kappa_p \approx 5$ ,  $A_p \approx 8$ 。对于本工况, 我们定义此时的 van Driest 变换为  $\tilde{u}_{VD}^p = \int_0^{\tilde{u}^p} (\bar{\rho}/\bar{\rho}_w)^{1/2} d\tilde{u}^p$ , 其中  $\tilde{u}^p = \tilde{u}/u_p$ 。图 10 给出了分离点处的速度分布。可以看出对于本工况, Stratford 认为此时存在  $1/2$  幂律能比较好的和 DNS 试验数据吻合 (此时  $\kappa = 0.4$ ,  $A = -11$ )。

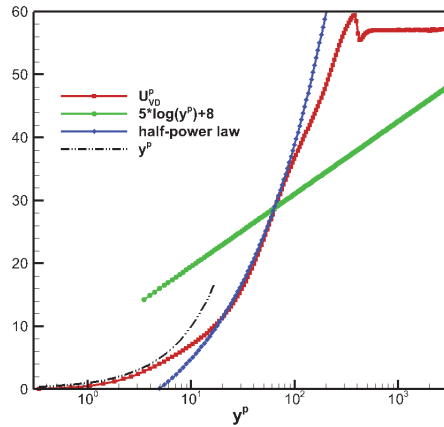


图 10 参考点处的平均速度剖面

对于再附区, 图 11 给出了其平均速度的分布。传统的速度分布规律不再成立。图 12 分别给出了图 11 中对于再附区边界层粘性底层和对数率层的局部放大图, 可以看出, 在粘性底层, 随着压力梯度的增大, 传统的线性关系亦不再成立。而在对数率层的位置, 随着压力梯度的增加, 对数率的截距不同给的变化, 随着压力梯度的不断增大, 对数率的形状直接发生了变化。这一点与[7]的结论一致。

从上述分析可以看出在干扰区和再附区, 平均速度剖面不再符合传统对数率的规律。那么基于传统 ZPG 的湍流边界层知识的零方程模型的理论基础值得商榷。由于零方程(如 BL 模型等)用到的混合长的概念, 我们给出了混合长

$$l_m = \frac{\langle \tilde{u}'' \tilde{v}'' \rangle^{1/2}}{\partial \tilde{u} / \partial y}$$

的分布。

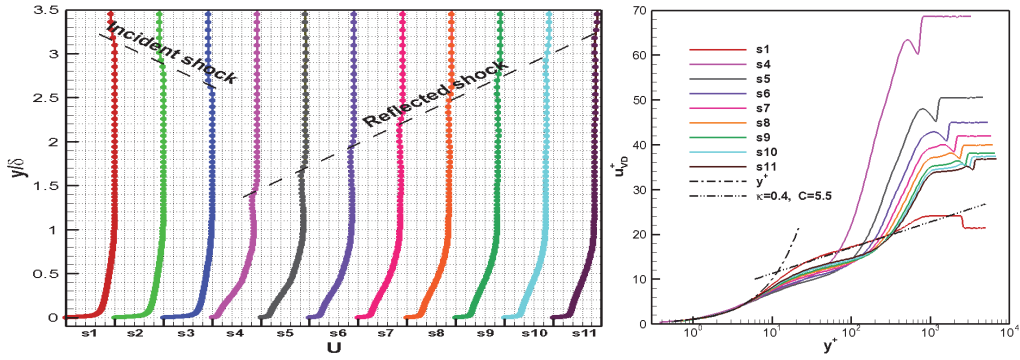


图 11 不同流向位置的平均速度分布

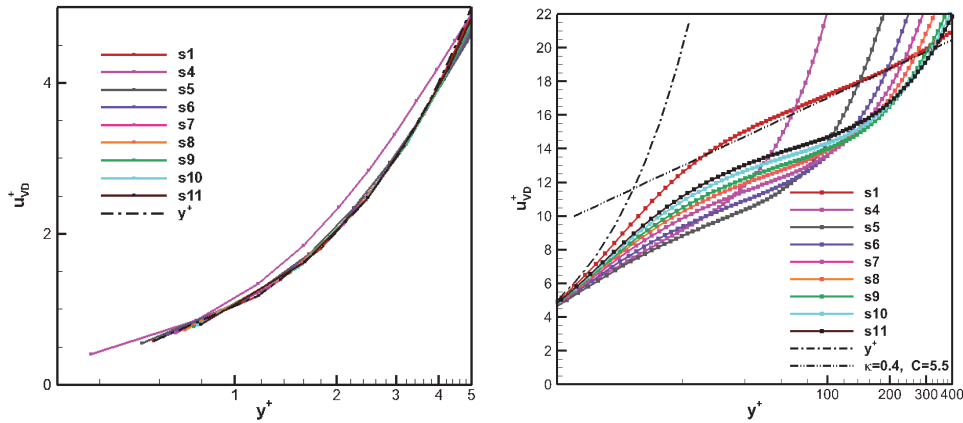


图 12 图 11 (右) 的局部放大图

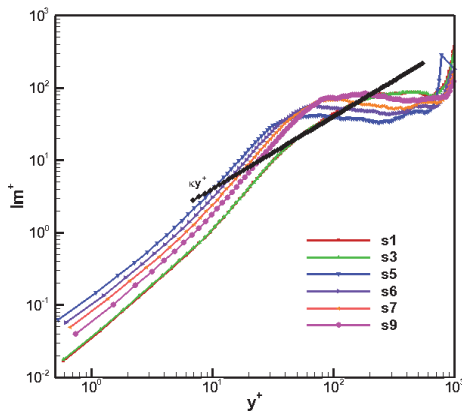


图 13 混合长的分布

从图 13 可以看出，再附区的混合长与干扰前 ZPG 湍流边界层的混合长呈现不同的趋势。为此需要专门对再附区的平均速度进行分析，进而来指导模型的改进。

## 2.2 湍动能分析

湍动能方程 ( $k$  方程) 是很多二方程模型 (如  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  模型等) 中必须的方程。为此我们分析下湍动能方程。

湍动能定义为  $\tilde{k} = \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho u_i u_i}}{\rho}$ 。湍动能输运方程

反映了湍流脉动的生成、耗散等输运机制。

湍动能的输运方程可以写为[6]:

$$\frac{\partial \overline{\rho k}}{\partial t} = -C + P + T + \Pi + D + M - \overline{\rho \varepsilon}$$

其中  $C = \frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{k}})}{\partial x_j}$  表示对流项；

$P = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}$  表示湍动能的生成项；

$T = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_j u_i u_i}$  表示湍动能的输运项；

$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = -\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{p u_j} - \overline{u_i} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{p} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j}$ ；

$D = D_1 + D_2 = \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\tau_{ji} u_j} + \overline{u_i} \frac{\partial \overline{\tau_{ji}}}{\partial x_j}$ ； $\overline{\rho \varepsilon} = \overline{\tau_{ji} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}$ 。其

中各项均以  $\left( \frac{\rho_w u_\tau^4}{\mu_w} \right)_{ref}$  归一化。

在干扰前，湍动能的 budget 为典型边界层的分布 (图 14) ——在边界层的大部分区域生成项和耗散项平衡；湍动能的输运和粘性扩散



主要在近壁区起作用，而在其他部分都可以忽略不计。而在近壁区域，对流项的作用亦可以忽略。

对于再附区，图 15 给出了不同流向位置处湍动能的 budget 为典型边界层的分布。可以看出：干扰后，由于压力梯度的存在，湍动能的 budget 显示出不同特点：当  $y_{ref}^+ \geq 50$  时，则显示出不同的特点，生成项和耗散项平衡经历了由

小到大在变小的过程，其第二峰值大约发生在  $y_{ref}^+ \approx 200$ 。在此过程中，生成项和耗散项仍然保持着平衡。

所以再附区的湍流生成耗散机制与 ZPG 湍流边界层不同。故需要分析再附区湍流边界层的湍流的生成耗散机制，从而更好的改进二方程模型（如  $k-\varepsilon$ ， $k-\omega$  模型等）。

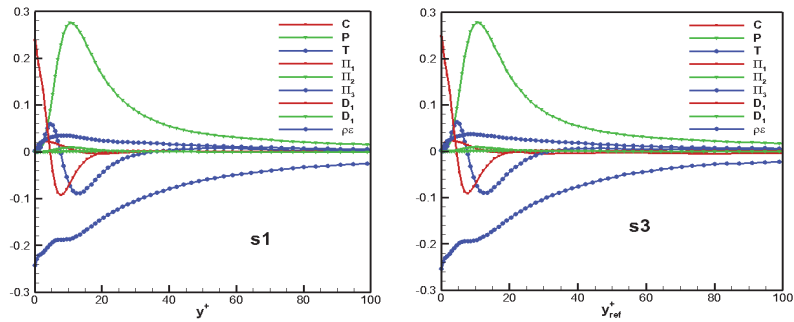


图 14 干扰前的湍动能方程中各项的分布

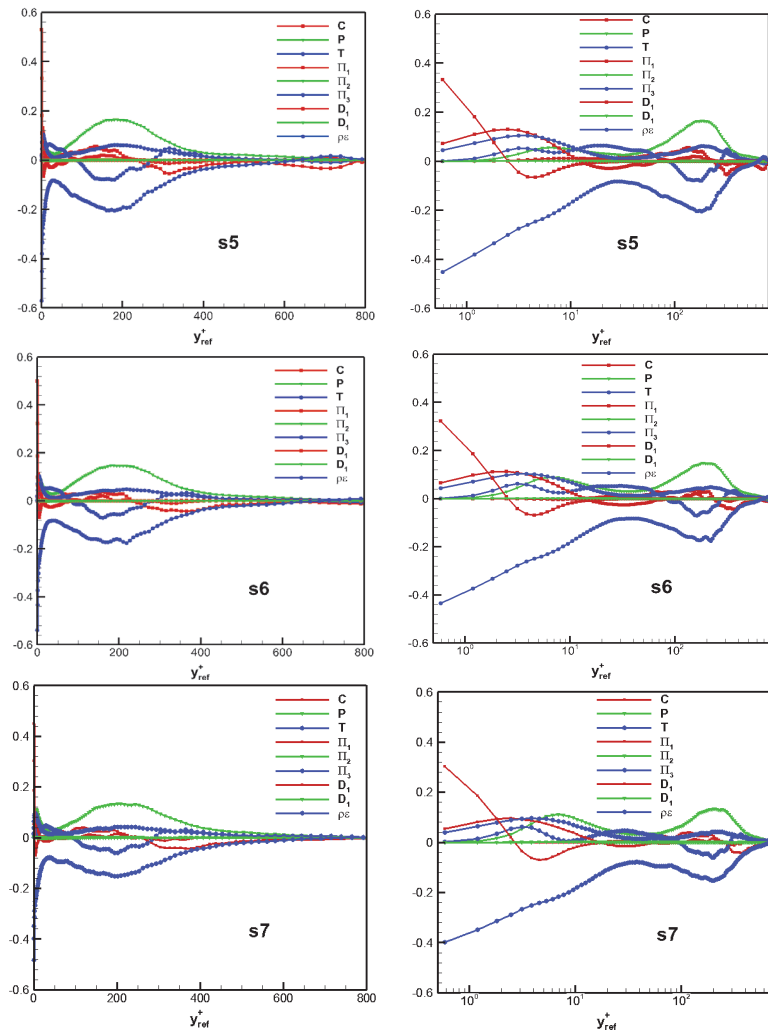


图 15 不同流向位置处的湍动能方程的各项分布

### 2.3 拟序结构

首先，我们给出了壁面处条带结构的演化规律。

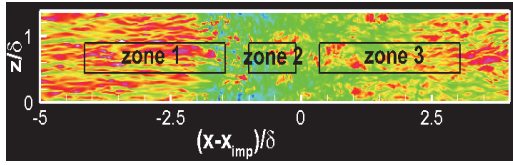


图 16 条带结构

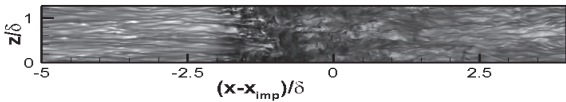


图 17 图 16 的纹影图

可以看出：条带结构呈现三个不同的区域 (zone1-3)。经过反射激波处后，存在一个很大

的逆压梯度，导致上游的条带结构在干扰区完全被破坏。条带是形成阻力的重要因素，所以，干扰区摩擦减小。条带在下游的再附区慢慢恢复。

其次，我们分析了流场中的拟序涡结构。为了方便显示，我们选取了三个不同区域进行比较。具体位置如图所示。

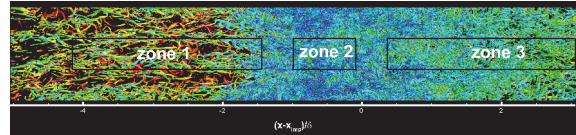


图 18 拟序涡结构的三个不同位置示意图

图 19 到图 24 给出了图 18 中三个不同位置处的流场的瞬时拟序涡结构。

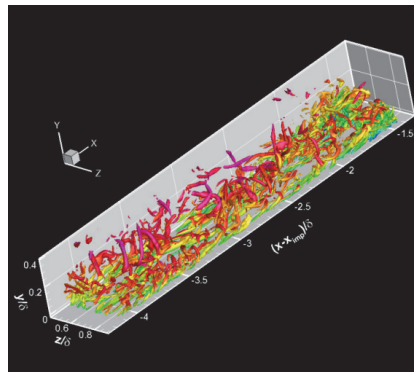


图 19 zone1 的三维拟序涡结构

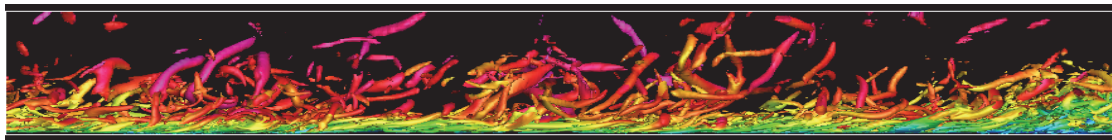


图 20 图 19 的侧视图

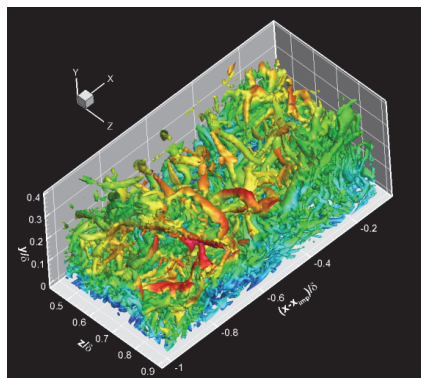


图 21 zone2 的三维拟序涡结构

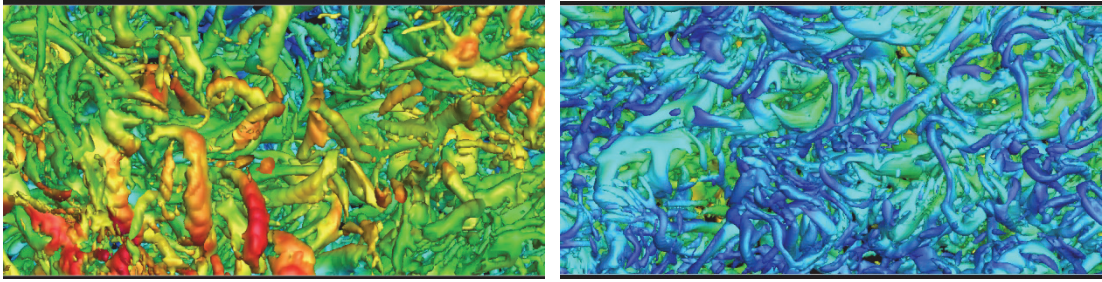


图 22 图 21 的 (左) 俯视图; (右) 仰视图

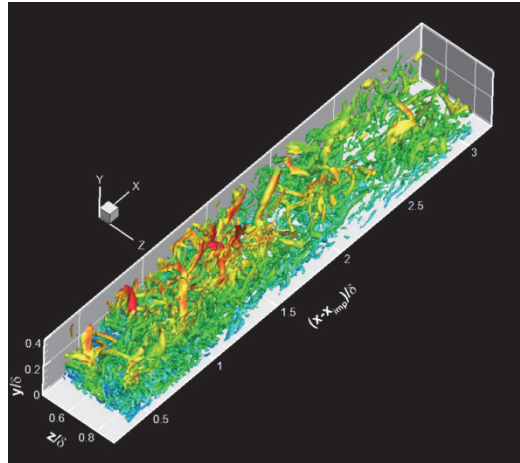


图 23 zone3 的三维拟序涡结构

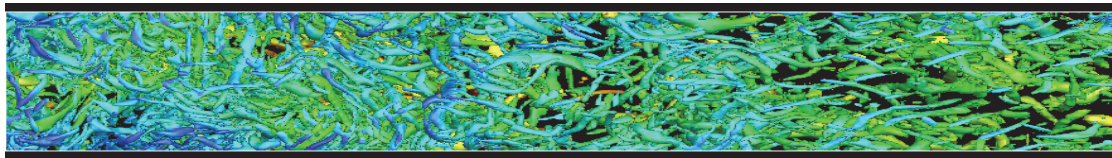


图 24 图 23 的仰视图

从上可以看出：A 在干扰区尤其是干扰前半部分（逆压梯度很大的部分）出现大量的展向涡。这就解释了“DNS 分离区的流向网格需要比湍流段的网格需要密 3-4 倍”的 DNS 计算经验。B 在干扰区尤其是干扰前半部分（逆压梯度很大的部分），准流向涡大幅减少，估计准流向涡与展向涡发生了粘结，形成了较强的发卡涡，则此处的上抛和下扫运动应很剧烈，此处的湍流应增强。C 发卡涡涡头被沿展向拉长，涡腿缩短，估计没到粘性底层，一进步也难形成涡包，以致未见明显的条带结构。D 干区也存在大量的法向涡。

### 3 结 论

本文对来流马赫数等于 2.3 的激波-平板湍流边界层干扰做了直接数值模拟。计算涵盖了

从层流到转捩以及最终充分发展湍流的，入射激波的形成，以及入射激波与充分发展湍流边界层干扰的全部空间过程。通过对数据的分析，我们得出如下结论：流场大致分为三个部分：干扰前的 ZPG 湍流边界层，干扰区，和下游的再附区。并且：

A 干扰区和再附区的平均速度剖面不再遵循传统 ZPG 湍流边界的规律（如线性底层，对数率）。基于 ZPG 湍流边界层的零方程模型的理论基础值得商榷。零方程(如 BL 模型等)等涉及混合长的概念模型所基于的理论不再成立，需进行修正或重新研究。

B 再附区的湍流生成耗散机制与 ZPG 湍流边界层不同。故需要分析再附区湍流边界层的湍流的生成耗散机制，从而更好的改进二方程模型（如  $k-\varepsilon$ ， $k-\omega$  模型等）



C 经过反射激波处后, 存在一个很大的逆压梯度, 导致上游的条带结构在干扰区完全被破坏。所以, 干扰区摩阻减小。条带在下游的再附区慢慢恢复。

D 在干扰区尤其是干扰前半部分(逆压梯度很大的部分) 出现大量的展向涡。这就解释了“DNS 分离区的流向网格需要比湍流段的网格需要密 3-4 倍”。在干扰区尤其是干扰前半部分(逆压梯度很大的部分), 准流向涡大幅减少, 估计准流向涡与展向涡发生了粘结, 形成了较强的发卡涡, 则此处的上抛和下扫运动应很剧烈, 此处的湍流应增强。发卡涡涡头被沿展向拉长, 涡腿缩短, 估计没到粘性底层, 一进步也难形成涡包, 以致未见明显的条带结构。此外, 干软区也存在着大量的法向涡。

## 参考文献

1. Dolling, D.S., Fifty Years of Shock-Wave/Boundary-Layer Interaction Research: What Next? AIAA Journal, 2001. 39: p. 1517-1531.
2. Dupont, P., C. Haddad, and J.F. Debiève, Space and time organization in a shock-induced separated boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, 2006. 559: p. 255-277.
3. Pirozzoli, S. and F. Grasso, Direct numerical simulation of impinging shock wave/turbulent boundary layer interaction at  $M=2.25$ . Physics of Fluids, 2006. 18(6): p. 065113.
4. Shu, C.-W. and S. Osher, Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. Journal of Computational Physics, 1988. 77: p. 439-471.
5. Xin-Liang, L., et al., Acoustic Calculation for Supersonic Turbulent Boundary Layer Flow. Chinese Physics Letters, 2009. 26: p. 1-4.
6. Pirozzoli, S., F. Grasso, and T.B. Gatski, Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at  $M=2.25$ . Physics of Fluids, 2004. 16(3): p. 530-545.
7. Nickels, T., Inner scaling for wall-bounded flows subject to large pressure gradients, Journal of Fluid Mechanics (2004), 521 : pp 217-239
8. He Z, Li X., Modified weighted group velocity control schemes for complex flows, CiCP in review.

## SHOCK WAVE-FLAT PLATE TURBULENT BOUNDARY LAYER INTERACTION AT MACH 2.3

HE Zhiwei, LI Xinliang

State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China

**Abstract** The interaction of a spatial developing adiabatic boundary layer flow at  $Ma = 2.3$  and  $Re_\theta = 6370$  with an impinging oblique shock wave ( $\beta = 32.42^\circ$ ) is analyzed by means of direct numerical simulation of the compressible Navier-Stokes equations. The calculation covers the transition from laminar flow to fully developed turbulence and the interaction of the incident shock wave and turbulent boundary layer. In order to assess and improve the existing turbulence models, using the DNS data, we analyze the profile of the mean velocity (and the mixing length), the distribution of the turbulent kinetic energy equation and the coherent structures. The results show that flow field can be divided into three different region, i.e., the upstream zero pressure gradient boundary layer region, the interaction region and the downstream reattachment region. are also analyzed. And the profile of the mean velocity (and the mixing length), the distribution of the turbulent kinetic energy equation and the coherent structures are different in different region.

**Key words** shock wave, turbulent boundary layer, mean velocity profile, turbulent kinetic energy, coherent structure, pressure gradient