

大挠度四边固定矩形薄板的磁弹性混沌运动*

MAGNETIC ELASTICITY CHAOTIC MOTION OF A THIN RECTANGULAR PLATE FIXED AT EACH EDGE WITH LARGE DEFLECTION

王知人^{**1,3} 李玉珍¹ 白象忠² 陈蜀梅¹

(1. 燕山大学 理学院, 秦皇岛 066004)

(2. 燕山大学 建筑工程与力学学院, 秦皇岛 066004)

(3. 中国科学院力学研究所 非线性力学国家重点实验室, 北京 100080)

WANG ZhiRen^{1,3} LI YuZhen¹ WANG XiaoYan¹ BAI XiangZhong² CHEN ShuMei¹

(1. College of Sciences, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

(2. College of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

(3. The State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

摘要 针对大挠度四边固定矩形薄板, 研究其在机械载荷、电磁场耦合作用下的混沌运动。在板壳与磁弹性力学理论的基础上, 推导出薄板在横向稳恒磁场和机械载荷共同作用下的非线性磁弹性耦合振动方程。利用 Melnikov 函数法, 求出该动力系统 Smale 马蹄变换意义下出现混沌运动的条件, 并对该系统振动方程进行数值模拟。通过具体算例, 得到系统的分岔图、位移波形图、相图以及庞加莱截面图。讨论机械载荷、电磁场参数对系统混沌运动的影响, 由仿真结果可知, 通过变化机械载荷、电磁场参数, 可以控制系统的振动特性。

关键词 大挠度 磁弹性 耦合场 Melnikov 函数法 混沌

中图分类号 0343

Abstract The chaotic motion for large deflection of a thin plate fixed at each edge under coupled action of mechanical load and electromagnetic field is investigated. Based on the theory of plates and shells and magnetic elastic mechanics, the nonlinear magnetic elastic coupled vibration equations of the plate under the coupled action of transverse steady magnetic field and mechanical load is derived. Using the Melnikov function method, the chaotic motion condition of the dynamic system under the meaning of Smale horseshoe transformation is obtained. The numerical simulation for the vibration equation of this system is also presented. Through specific example, the bifurcation diagram, the displacement wave diagram, the phase diagram and the Poincare section diagram of this system are shown here. The influences of the parameter variation of mechanical load and electromagnetic field to the chaotic motion are discussed. According to the simulation, the vibration characters of this system can be controlled by changing the parameters of mechanical load and electromagnetic field.

Key words Large deflection; Magnetic elasticity; Coupled field; Melnikov function method; Chaos

Corresponding author: WANG ZhiRen, E-mail: wangzhiren528@sina.com, Tel: /Fax: +86-335-8057027

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 11172024), and the National Natural Science Foundation of Hebei Province, China (NO. A2012203140) and the Open Foundation of the State Key Laboratory of Non-linear Mechanics, Institute of mechanics, Chinese Academy of Sciences, China.

Manuscript received 20120412, in revised form 20121228.

引言

随着电磁结构在高新技术领域中的应用日益增多, 电磁弹性耦合作用的非线性动力学行为也倍受关注。对于磁弹性相互作用的动力系统, Moon F C 和

Holmes P J^[1] 首次开展有关混沌现象的实验研究, Tani J 等^[2] 实验研究铁磁悬臂梁式板处在均匀磁场中的混沌行为, Thompson R C A 等^[3] 从实验上研究磁弹性梁的混沌路径。近些年, 高原文等^[4] 对处在周期时变横向磁场中的不可移几何非线性铁磁筒支梁式薄板

* 20120412 收到初稿, 20121228 收到修改稿。国家自然科学基金 (11172024)、河北省自然科学基金 (A2012203140)、非线性力学国家重点实验室开放基金资助。

**王知人, 女, 1964年5月生, 湖北省黄石市人, 汉族。教授, 博士, 研究方向为磁弹性理论及应用。

的混沌运动给予理论上的定量搜索与分析。

从目前的研究成果看,对于大挠度板的非线性振动的研究并不多见^[5-7],而对非铁磁类材料的薄板、薄壳在电磁场与机械载荷共同作用下的混沌运动研究也较少 Zhu Weiguo 等^[8]和杨阳等^[9]研究小挠度矩形薄板在机械场与电磁场耦合作用下的混沌运动。朱卫国等^[10]研究筒支圆薄板在机械场与电磁场耦合作用下的分岔与混沌运动。对于非铁磁类材料的大挠度薄板在力、磁耦合共同作用下的磁弹性振动研究还不多见。鉴于此,本文以四边固定矩形薄板为例,讨论薄板在电磁场与机械场耦合下的混沌运动。通过具体算例得到系统的分岔图、相应位移波形图、相平面轨迹图、庞伽莱截面图。并讨论机械载荷、电磁场参数对系统运动状态的影响。

1 运动方程

矩形薄板置于横向稳恒磁场 $B(0, 0, B_z)$ 中, B_z 为垂直于薄板中面的法向磁场强度分量。同时受有分布载荷 $P(0, 0, q)$ 作用。在笛卡儿直角坐标系中, oxy 为薄板的中面, z 为法向坐标,在不考虑极化、磁化的影响,将洛仑兹力 $\rho f_x, \rho f_y, \rho f_z$ 作为质动力载荷加入到板运动方程中,可得薄板的磁弹性耦合运动方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \rho f_x = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \rho f_y = \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q + \rho f_z = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - (N_x \theta_x + N_{xy} \theta_y) - Q_x + m_x = \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - (N_y \theta_y + N_{xy} \theta_x) - Q_y + m_y = \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中, h 为板厚, $N_x, N_{xy}, N_y, Q_x, Q_y, M_x, M_{xy}, M_y$ 为内力分量, θ_x, θ_y 为角位移分量, ρ 为质量密度, $\rho f_x, \rho f_y, \rho f_z$ 分别为对应 x, y, z 方向的洛仑兹力分量, m_x, m_y 为洛仑兹力矩, u, v, w 分别为中面内点在 x, y, z 方向的位移, t 为时间, q 为垂直于薄板中面的法向机械载荷分量。

洛仑兹力和洛仑兹力矩为^[11]

$$\begin{cases} \rho f_x = \sigma h B_z (e_y - \frac{\partial u}{\partial t} B_z) \\ \rho f_y = \sigma h B_z (-e_x - \frac{\partial v}{\partial t} B_z) \quad \rho f_z = 0 \\ m_x = \frac{\sigma h^3 B_z^2}{12} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial x} \\ m_y = \frac{\sigma h^3 B_z^2}{12} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial y} \end{cases} \quad (2)$$

式中, σ 为电导率, e_x, e_y 为磁感应电场强度分量。

矩形板的内力方程为^{[12] 55-57}

$$\begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = -D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (3)$$

式中, D 为抗弯刚度, $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$, E 为弹性模量, ν 为泊松比。

中面内力和挠度表示的相容方程为^{[12] 190-194}

$$\frac{\partial^2 N_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N_y}{\partial x^2} - \nu \left(\frac{\partial^2 N_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_y}{\partial y^2} \right) - 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 N_{xy}}{\partial x \partial y} = Eh \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

引入应力函数 $\varphi(x, y)$, 则有

$$[N_x, N_y, N_{xy}] = \left[h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, -h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \right] \quad (5)$$

令机械载荷 $q = q_0 \cos(\omega t)$, 其中 q_0 为机械力幅值, ω 为激振频率。式(1)中去掉惯性力项,由式(1)~式(5)可得矩形板的非线性控制方程为

$$\begin{cases} D \nabla^4 w - \frac{\sigma h^3}{12} B_z^2 \frac{\partial(\nabla^2 w)}{\partial t} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - hL(\varphi, w) - q_0 \cos(\omega t) = 0 \\ h \nabla^4 \phi = -\frac{Eh}{2} L(w, \mu) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } \nabla^4 w &= \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}, \nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ L(w, \mu) &= 2 \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \\ L(\phi, \mu) &= 2 \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \end{aligned}$$

四边固支的矩形薄板,长 a 、宽 b , 则其边界条件为

$$\begin{cases} w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 & x = 0, a \\ w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 & y = 0, b \end{cases}$$

由于工程实际中对一阶主振型感兴趣,故可设

$$w(x, y, t) = \Theta(t) \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2\pi y}{b} \right) \quad (7)$$

式中, $\Theta(t)$ 为时间 t 的函数。

由式(6)第二式及式(7)可得

$$\nabla^4 \phi = \frac{8E\pi^4}{a^2 b^2} \Theta^2(t) \left(\cos \frac{4\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} + \dots \right)$$

$$\begin{aligned} & \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{4\pi y}{b} + \cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{b} - \\ & \cos \frac{4\pi x}{a} - \cos \frac{4\pi y}{b} - 2 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \end{aligned}$$

利用待定系数法,可设应力函数

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & A_1 \cos \frac{4\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{4\pi y}{b} + \\ & A_3 \cos \frac{2\pi x}{a} + A_4 \cos \frac{2\pi y}{b} + A_5 \cos \frac{4\pi x}{a} + \\ & A_6 \cos \frac{4\pi y}{b} + A_7 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \end{aligned}$$

将其代入上式,两边比较系数,得应力函数

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & \frac{E\Theta^2(t)}{2a^2b^2} \left(A_1 \cos \frac{4\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} + \right. \\ & A_2 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{4\pi y}{b} + a^4 \cos \frac{2\pi x}{a} + \\ & b^4 \cos \frac{2\pi y}{b} - \frac{a^4}{16} \cos \frac{4\pi x}{a} - \frac{b^4}{16} \cos \frac{4\pi y}{b} - \\ & \left. A_3 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{b} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

式中,

$$\begin{aligned} A_1 = & \frac{1}{\left[\left(\frac{2}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 \right]^2} \\ A_2 = & \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{a} \right)^2 + \left(\frac{2}{b} \right)^2 \right]^2} \\ A_3 = & \frac{2}{\left[\left(\frac{1}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 \right]^2} \end{aligned}$$

对式(6)中第一式利用 Galerkin 原理有

$$\begin{aligned} & \int_0^a \int_0^b \left[D \nabla^4 w - \frac{\sigma h^3 B_z^2}{12} \frac{\partial(\nabla^2 w)}{\partial t} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \right. \\ & \left. hL(\varphi, w) - q_0 \cos(\omega t) \right] \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \times \\ & \left(1 - \cos \frac{2\pi y}{b} \right) dx dy = 0 \end{aligned}$$

将式(7)、式(8)代入上式中,经计算可得

$$\Theta(t) + \gamma \dot{\Theta}(t) + \alpha \Theta(t) + \beta \Theta^3(t) = F \cos(\omega t) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } \gamma = & \frac{\sigma h^2 B_z^2 \lambda_1}{9\rho}, \quad \alpha = \frac{4Eh^2 \lambda_2}{27\rho(1-\nu^2)}, \\ \beta = & \frac{8E\pi^4}{9\rho a^4 b^4} (A_1 + A_2 + 2A_3) + \frac{17E\lambda_3}{9\rho}, \quad F = \frac{4q_0}{9\rho h}, \lambda_1 = \\ & \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^2, \lambda_2 = 3 \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 + 3 \\ & \left(\frac{\pi}{b} \right)^4, \lambda_3 = \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 \end{aligned}$$

由 \$\beta\$ 的表达式可看出 \$\beta > 0\$, 此时方程(9)称为是

一类具有硬弹簧特性的 Duffing 方程。

$$\text{采用无量纲化,令 } \Theta = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} x, t = \frac{\tau}{\sqrt{\alpha}}, \omega = \sqrt{\alpha} \omega_0,$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha} \delta, F = \frac{\alpha \sqrt{\alpha}}{\beta} f, \text{ 最终将式(9)简化为}$$

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + x + x^3 = f \cos(\omega_0 \tau) \quad (10)$$

式中, \$x\$ 是时间 \$t\$ 的函数, \$\delta\$ 可看作是阻尼因子, \$f\$ 为外加激振力无量纲振幅, \$\omega_0\$ 为外加激振力无量纲频率, \$\tau\$ 为时间变量。

令 \$\dot{x} = y, f = \varepsilon f_1, \delta = \varepsilon \delta_1\$, 则系统方程(10)的等价系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x - x^3 + \varepsilon [-\delta_1 y + f_1 \cos(\omega_0 \tau)] \end{cases} \quad (11)$$

式中, \$\varepsilon\$ 为小值扰动参数, \$f_1\$ 为 \$\varepsilon\$ 扰动下系统的无量纲振幅, \$\delta_1\$ 为 \$\varepsilon\$ 扰动下系统的阻尼因子。

当 \$\varepsilon = 0\$ 时, 系统方程(11)是未扰动的 Hamilton 系统, 即

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x - x^3 \end{cases}$$

未扰动系统的 Hamilton 系统有一个奇点 \$(0, 0)\$ 且为中心。

由次谐轨道 Melnikov 函数理论^[13], 可计算出当下列条件

$$\frac{f}{\delta} > \frac{2\sqrt{2}}{3\pi\omega} \sqrt{\frac{1}{1-2k^2}} \left[\frac{1-k^2}{1-2k^2} K(k) - \right.$$

$$\left. \Phi(k) \right] \operatorname{ch} \left(\frac{\pi n K'(k)}{2K(k)} \right)$$

成立时, 系统具有 Smale 马蹄变换意义下的混沌运动。其中, \$\operatorname{ch}\$ 表示双曲余弦函数, \$K(k)\$ 为第一类完全椭圆积分, \$k\$ 为椭圆积分的模数, \$k' = \sqrt{1-k^2}\$ 称为余模数, \$K'(k)\$ 为对应于余模数 \$k'\$ 的全椭圆积分, 且 \$K'(k) = K(k'), \Phi(k)\$ 为第二类完全椭圆积分, \$n\$ (\$n\$ 为正整数) 取值为正奇数。

2 数值解及算例分析

已知铝质薄板厚 \$h = 1 \times 10^{-2} \text{ m}\$, 密度 \$\rho = 2.67 \times 10^3 \text{ kg/m}^3\$, 弹性模量 \$E = 71 \text{ GPa}\$, 泊松比 \$\nu = 0.34\$, 电导率 \$\sigma = 3.6 \times 10^7 \text{ } (\Omega \cdot \text{m})^{-1}\$。为了便于计算, 取 \$a = 2\pi \text{ m}, b = 2\pi \text{ m}, \omega_0 = 0.6 \text{ rad/s}\$。将它们代入方程, 用四阶 Runge-Kutta 方法编程求解。以下的数值计算中, 采用积分容忍误差为 \$10^{-6}\$, 采样周期为 150, 在积分所得时间响应中反复 8 000 次后开始采集数据, 保证系统动态响应达到稳定状态。这些数据, 包括位

移、加速度、时间等,将被用来产生分岔图、位移波形图、相图以及庞加莱截面图。

2.1 机械载荷的影响

当 $B_z = 1.84 \text{ T}$ 时,通过改变机械载荷幅值 q_0 ,使得 f 在 $18.3 \sim 21$ 之间变动,得到系统随 f 变化的分岔图,如图 1 所示。从图中可看出,随着机械载荷变化,系统的混沌区与周期区交替出现。 $f = 18.3 \sim 18.65$ 之间系统处于单周期运动状态,在 $f = 18.65$ 附近系统发生分岔,以两条间断且互补性单周期开始运动。在 $f = 18.7 \sim 18.85$ 范围内少许的五周期与单周期交替出现,之后为大量的间断互补性单周期运动,直到 $f = 19.665$ 附近系统有短暂的混沌运动,当 $f = 19.715 \sim 19.74$ 范围内系统为三周期运动状态,而后 $f = 19.74 \sim 20.15$ 之间系统总体为混沌状态,只是在 $f = 19.8$ 和 $f = 19.925$ 附近有瞬间的单周期,且在 $f = 20.08$ 有小段二周期运动状态, $f = 20.15 \sim 20.26$ 之间系统为五周期运动状态,在 $f = 20.26$ 附近进入完全混沌运动状态。

图 2 ~ 图 5 给出不同 f 值下系统的相图、庞加莱截面图及位移波形图。

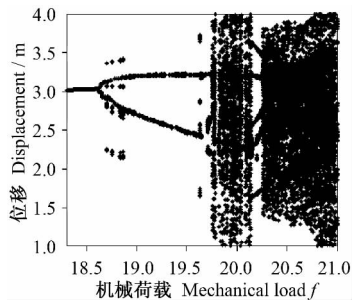


图 1 $B_z = 1.84 \text{ T}$ 时分岔图

Fig. 1 Phase of bifurcation ($B_z = 1.84 \text{ T}$)

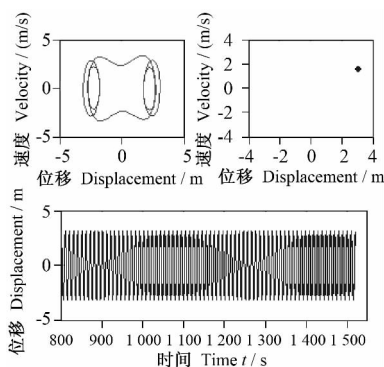


图 2 $f = 18.3$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图

Fig. 2 Phase diagram, Poincare map and wave diagram of displacement ($f = 18.3$)

2.2 电磁场的影响

当 $f = 18.75$ 时,通过改变垂直于薄板中面的法向

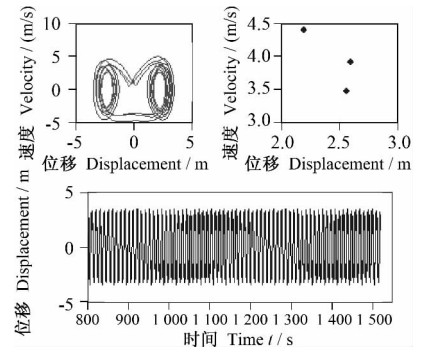


图 3 $f = 19.73$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图

Fig. 3 Phase diagram, Poincare map and wave diagram of displacement ($f = 19.73$)

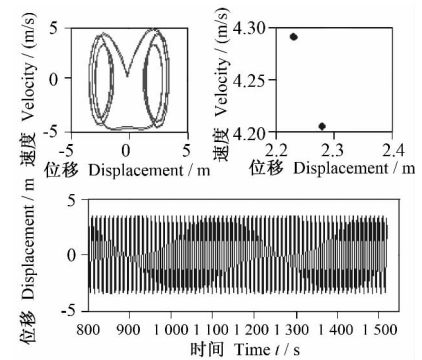


图 4 $f = 20.08$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图

Fig. 4 Phase diagram, Poincare map and wave diagram of displacement ($f = 20.08$)

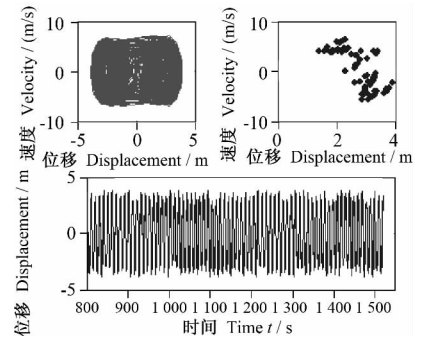


图 5 $f = 20.7$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图

Fig. 5 Phase diagram, Poincare map and wave diagram of displacement ($f = 20.7$)

磁场强度分量 B_z 的大小,取 $B_z = 0 \sim 3.2 \text{ T}$,得到系统的分岔图,如图 6 所示。从图中可看出,随着磁感应强度 B_z 的变化,系统的运动状态有比较明显的变化。 $B_z = 0 \sim 1.2 \text{ T}$ 之间系统均处于混沌状态,而在 $B_z = 1.2 \text{ T} \sim 1.4 \text{ T}$ 范围内系统为大周期与单周期交替出现的运动状态,如当 $B_z = 1.21 \text{ T}$ 时系统为大周期运动状态, $B_z = 1.214 \text{ T}$ 时系统为单周期运动状态,而 $B_z = 1.23 \text{ T}$ 时系统再次进入大周期运动状态,如此反复,

且在 $B_z = 1.218 \text{ T}$ 和 $B_z = 1.3686 \text{ T}$ 附近系统有短暂的混沌状态, 此后系统为大量的间断互补性单周期运动, 仅在 $B_z = 1.7115 \text{ T}$ 和 $B_z = 1.8528 \text{ T}$ 附近有瞬间的五周期出现, 当 $B_z = 2.9 \text{ T}$ 附近系统反分岔进入单周期运动. 图 7 ~ 图 9 给出不同 B_z 值系统的相图、庞加莱截面图和位移波形图。

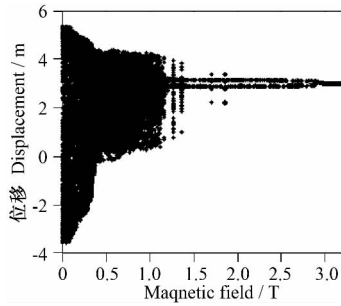


图 6 $f=18.75$ 时的分岔图
Fig. 6 Phase of bifurcation ($f=18.75$)

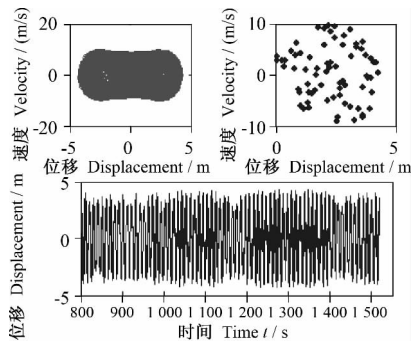


图 7 $B_z = 0.45\text{T}$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图
Fig. 7 Phase diagram, Poincare map and wave diagram of displacement ($B_z = 0.45\text{T}$)

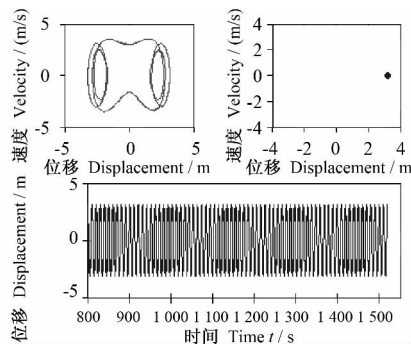


图 8 $B_z = 1.214 \text{ T}$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图
Fig. 8 Phase diagram, Poincare map and wave diagram of displacement ($B_z = 1.214\text{T}$)

3 结论

本文研究大挠度四边固定矩形薄板在机械场和电

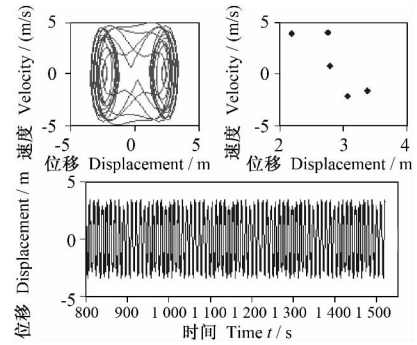


图 9 $B_z = 1.7115\text{T}$ 时的相图、庞加莱截面图及位移波形图

Fig. 9 Phase diagram, Poincare map and wavediagram of displacement ($B_z = 1.7115\text{T}$)

磁场耦合作用下的振动特性, 在满足混沌判据的条件下, 利用 Matlab 对系统的混沌运动特性进行数值模拟. 由给出的分岔图、相图、庞加莱截面图及位移波形图可以很直观地看出系统的运动状态比较复杂, 总体为混沌状态与周期状态交替出现, 而在混沌区域内有短暂的周期窗口, 且系统有比较丰富的周期运动状. 参考本文的理论研究, 可以实现对系统进入混沌运动或者避免混沌运动进行控制, 以达到工程中置于机械场和磁场环境下构件的安全性和可靠性。

参考文献 (References)

[1] Moon F C, Holmes P J. A magnetoelastic strange attractor [J]. Journal of sound and Vibration, 1979, 65(2): 275-296.

[2] Tani J, Zhu Q, Takagi T, Ohtomo K. Experiments on chaotic motions of a magnetoelastically buckled beam [J]. Int Journal of Applied Electromagnetics in Materials, 1992, 22: 317-324.

[3] Thompson R C A, Mullin T. Routes to chaos in a magneto-elastic beam [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1997, 8(4): 681-697.

[4] 高原文, 周又和, 郑晓静. 横向磁场激励下铁磁梁式板的混沌运动分析 [J]. 力学学报, 2002, 34(1): 101-108. GAO YuanWen, ZHOU YouHe, ZHENG XiaoJing. Analysis of chaotic motions of geometrically nonlinear ferromagnetic beam-plates excited by transverse magnetic fields [J]. Acta Mechanica Sinica, 2002, 34(1): 101-108(In Chinese).

[5] 李银山, 张善元, 刘波. 各种板边条件下大挠度圆板自由振动的分岔解 [J]. 机械强度, 2007, 29(1): 030-035. LI YinShan, ZHANG ShanYuan, LIU Bo. Bifurcate solutions of free vibration to a circular plate for various boundary conditions [J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(1): 030-035 (In Chinese).

[6] 韩强, 杨桂通. 非线性大挠度矩形板中内共振导致的分岔 [J]. 固体力学学报, 2001, 22(2): 199-204. HAN Qiang, YANG GuiTong. Bifurcation analysis of a nonlinear rectangular plate with large deflection [J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 22(2): 199-204(In Chinese).

[7] 刘金堂, 杨晓东, 张宇飞. 轴向运动大挠度板的非线性的动力学行为 [J]. 工程力学学报, 2011, 28(10): 58-64.

- LIU JinTang , YANG XiaoDong , ZHANG YuFei. Nonlinear dynamical behaviors of axially moving large deflection plate [J]. Engineering Mechanics ,2011 ,28(10) : 58-64(In Chinese) .
- [8] Zhu WeiGuo , Bai Xiangzhong. Bifurcation and chaos of a four-side fixed rectangular thin plate under the action of electromagnetic and mechanic fields [J]. Journal of Zhejiang University: Science A , 2009 ,10(1) : 62-71.
- [9] 杨 阳 ,朱为国,白象忠. 简支圆薄板在机械场与电磁场耦合作用下的分岔与混沌[J]. 振动与冲击,2008 ,27(4) : 30-34. YANG Yang , ZHU WeiGuo , BAI XiangZhong. Bifurcation and chaos of a simply supported thin circular plate under coupling action of an electromagnetic field and Mechanic field [J]. Journal of Vibration and Shock ,2008 ,27(4) : 30-34(In Chinese) .
- [10] 朱卫国,白象忠. 横向磁场中矩形薄板在分布载荷作用下混沌分析: I [J]. 动力学与控制学报,2006 ,4(2) : 156-161. ZHU WeiGuo , BAI XiangZhong. The chaos analysis of rectangular plate under distributed load in transverse magnetic field: I [J]. Journal of Dynamics and Control , 2006 , 4 (2) : 156-161 (In Chinese) .
- [11] 白象忠,田振国. 板壳磁弹性力学基础[M]. 北京: 科学出版社,2006: 107. BAI XiangZhong , TIAN ZhengGuo. Fundamental magnetic-elasticity theory of plates and shells [M]. Beijing: Science Press ,2006: 107 (In Chinese) .
- [12] 徐芝纶. 弹性力学: 上册[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社,1990: 55-57; 1990: 190-194. XU ZhiLun. Elasticity [M]. 3th ed. Beijing: Press of Higher Education ,1990: 55-57; 1990: 190-194(In Chinese) .
- [13] 刘曾荣. 混沌的微扰判据[M]. 上海: 上海科技教育出版社,1994: 28-31. LIU ZengRong. Perturbation criteria for chaos [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Press ,1994: 28-31 (In Chinese) .