

# 航天器太阳帆板伸展过程最优控制的数值逼近方法

戈新生<sup>1</sup>, 郭正雄<sup>2</sup>

(1. 北京信息科技大学 机电工程学院, 北京 100192; 2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100190)

**摘要:** 讨论航天器太阳帆板伸展过程中航天器姿态运动的最优控制问题。利用多体动力学方法导出带太阳帆板航天器姿态运动方程。在系统角动量为零的情况下, 带太阳帆板航天器系统的姿态运动控制问题可转化为无漂移系统的非完整运动规划问题。航天器太阳帆板伸展过程控制输入通过样条逼近或曲线拟合确定, 并利用粒子群优化算法寻求最优控制输入。该方法克服了以往文献中控制输入在初始和终止时刻不为零的情况。数值仿真表明该方法对航天器太阳帆板展开姿态控制问题是有效的。

**关键词:** 多体动力学; 航天器; 太阳帆板; 最优控制; 粒子群算法; 样条逼近; 曲线拟合

**中图分类号:** TP241      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0254-0053(2012)03-359-8

## Numerical Method for the Optimal Control of Stretching Process of Solar Array on Spacecraft

GE Xin-sheng<sup>1</sup>, GUO Zheng-xiong<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical & Electrical Engineering, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192;

2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** The optimal control problem of the attitude of a spacecraft during the stretching process of its solar array was discussed. The equations of motion for the spacecraft with solar array were obtained based on multibody system dynamics. The control problem of the attitude motion of a spacecraft with solar array can be transformed into the motion planning problem of nonholonomic system when the initial angular momentum is zero. The control input of stretching process of solar array on spacecraft was obtained with spline approximation or curve fitting. Particle swarm optimization (PSO) was applied to find the optimal control input. This method solved the problem whose initial and final values are not zero. The results of numerical simulation show that this approach is effective for the control problem of the attitude of a spacecraft during the stretching process of its solar array.

**Key words:** multibody dynamics; spacecraft; solar array; optimal control; PSO; spline approximation; curve fitting

随着航天技术的不断发展, 航天器机构也变得越来越复杂, 空间大型可展开太阳帆板已成为航天器不可缺少的组成部分。若考虑航天器位置和姿态均不受控情况, 太阳帆板在空间伸展时, 其伸展运动与航天器的姿态运动相互耦合, 从而引起航天器姿态的改变<sup>[1]</sup>。为保证太阳帆板伸展结束时航天器处于设计要求的确定姿态, 必须研究太阳帆板伸展过程的控制规律。

1991 年 Fernands 等<sup>[2]</sup>为解决带反作用飞轮航天器姿态控制问题, 提出了近似最优控制方法, 并将此方法用于空间机械臂问题的研究<sup>[3]</sup>。李俊峰等<sup>[4]</sup>研究了航天器附件伸展运动对航天器姿态运动的影响。

收稿日期: 2012-02-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(11072038); 北京市自然科学基金重点项目(B类)(KZ201110772039)

作者简介: 戈新生(1957-), 男, 安徽合肥人, 教授, 博士。研究方向: 多体动力学、航天器姿态动力学与控制。

翟坤等<sup>[5]</sup>研究了太阳同步轨道卫星太阳帆板驱动律。王天舒等<sup>[6]</sup>讨论了含铰间间隙对附件展开过程中的影响。戈新生等<sup>[7-8]</sup>研究了航天器太阳帆板伸展过程航天器姿态的最优控制问题,在最优控制中分别采用高斯-牛顿迭代方法和遗传算法搜寻最优解。孙凯等<sup>[9]</sup>引入粒子群优化算法,研究了带太阳帆板航天器姿态运动的最优控制问题。文献[7-9]中的方法不足之处是得到的控制输入在初始和终止时刻均不为零。因此,在实际应用时难以实现太阳帆板的姿态运动控制。

为解决上述问题,本文特选用基于样条逼近和曲线拟合两种逼近方法替代传统的傅里叶基逼近方法,实际计算中分别选用三次样条进行逼近和五次曲线进行拟合,通过粒子群优化算法获得初始值和末端值都为零的最优控制输入。本文首先利用多体动力学方法导出带太阳帆板航天器姿态运动方程,在系统角动量为零的情况下,带太阳帆板航天器系统的姿态运动控制问题可转化为无漂移系统的非完整运动规划问题。在非完整运动规划中引入样条逼近技术和曲线拟合方法,应用粒子群优化算法,获得太阳帆板伸展运动时航天器从初始姿态到终端姿态的优化运动轨迹,并给出了太阳帆板伸展时的最优控制输入。文末分别对样条逼近和曲线拟合两种方法进行数值算例仿真,结果表明这两种方法对太阳帆板伸展过程航天器姿态运动控制是有效的。

## 1 系统的模型

设带太阳帆板航天器是由四个刚体  $B_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ ) 以圆柱铰联结组成链式多体系统(见图1),其中  $B_1$  为航天器主体,  $B_2$  为太阳帆板的连接板,  $B_3$  和  $B_4$  分别为帆板的内板和外板。考虑链式结构多体航天器为平面运动。

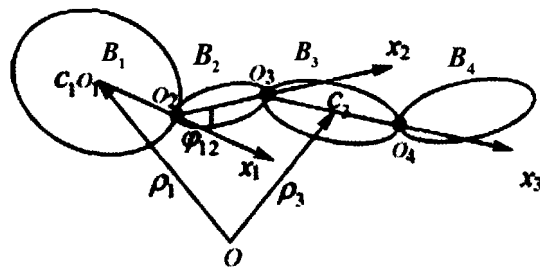


图1 链式多体系统

Fig. 1 Chained multibody system

以系统总质心  $O$  为原点建立平动坐标系  $(O-XYZ)$ , 设  $(O_i-x_i y_i z_i)$  为各分体  $B_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ ) 的主轴连体坐标系。各分体  $B_i$  的内接铰  $O_i$  至外接铰  $O_{i+1}$  的距离为  $l_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ ), 质心  $c_i$  至内接铰的距离为  $c_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ ), 其中  $c_1=0$ 。航天器质量及中心惯量矩分别为  $m_1$  和  $J_1$ , 组成太阳帆板各分体质量为  $m_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ )。系统的增广铰矢量为<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{b}_{ij} = \begin{cases} -b_i \mathbf{e}_i & (i > j) \\ (c_i - b_i) \mathbf{e}_i & (i = j) \\ (l_i - b_i) \mathbf{e}_i & (i < j) \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$b_i = \frac{1}{m_s} \left( m_i c_i + l_i \sum_{k=i+1}^4 m_k \right) \quad (i=1,2,\dots,4) \quad (2)$$

式中  $m_s$  为系统的总质量。各分体质心  $c_i$  相对总质心  $O$  的矢径  $\boldsymbol{\rho}_i$  ( $i=1,2,\dots,4$ ) 可利用式(1)导出

$$\boldsymbol{\rho}_i = c_i \mathbf{e}_i + \sum_{k=1}^{i-1} l_k \mathbf{e}_k - \sum_{k=1}^4 b_k \mathbf{e}_k \quad (i=1,2,\dots,4) \quad (3)$$

由于系统无外力矩作用,系统相对  $B_0$  的总动量为零,相对  $O$  点的总动量矩守恒。设系统的初始动力

矩  $H_0 = 0$ , 根据动量矩守恒原理有

$$\sum_{i=1}^4 (\mathbf{J}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{p}_i \times m_i \dot{\mathbf{p}}_i) = 0 \tag{4}$$

将式(3)代入式(4), 并考虑  $\boldsymbol{\omega}_j = \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{i=1}^j \mathbf{p}_i \cdot \dot{\theta}_i$ , 可以导出

$$\mathbf{I}_z \dot{\phi}_1 - (\mathbf{I}_{2z} + \mathbf{I}_{3z} + \mathbf{I}_{4z}) \dot{\theta}_1 + (\mathbf{I}_{3z} + \mathbf{I}_{4z}) \dot{\theta}_2 - \mathbf{I}_{4z} \dot{\theta}_3 = 0 \tag{5}$$

其中  $\phi_1$  为航天器姿态角,  $\theta_j (j = 1, 2, 3)$  为太阳帆板各分体相对转角,  $\mathbf{I}_z = \sum_{j=1}^4 \mathbf{I}_{jz}$  为系统的总等效惯性矩,  $\mathbf{I}_{jz}$  为各分体  $B_j$  相对于  $O$  点的等效惯性矩, 其具体表达式为<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{I}_{jz} = \mathbf{J}_j + \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^4 m_i \mathbf{b}_{jk} \mathbf{b}_{ik} \cos \varphi_{ij} \tag{6}$$

方程(5)具有非完整约束方程形式, 表明航天器的太阳帆板从折叠状态向外伸展过程中, 可产生对航天器主体姿态的扰动。

## 2 姿态最优控制问题

定义系统的位形  $\mathbf{x} = (\phi_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$  为状态变量, 太阳帆板各分体相对转动角速度  $\dot{\theta}_i (i = 1, 2, 3)$  取作输入变量, 记作  $\mathbf{u}, \mathbf{u} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)^T$ , 系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \tag{7}$$

其中

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_{2z} + \mathbf{I}_{3z} + \mathbf{I}_{4z})/\mathbf{I}_z & -(\mathbf{I}_{3z} + \mathbf{I}_{4z})/\mathbf{I}_z & \mathbf{I}_{4z}/\mathbf{I}_z \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设系统为可控的<sup>[3]</sup>, 存在优化解  $\mathbf{u}^* \in L^2([0, T])$ , 其中  $L^2([0, T])$  是由定义在区间  $[0, T]$  内的可测向量函数  $\mathbf{u}(t)$  构成的 Hilbert 空间。根据最小能量控制原理, 选择太阳帆板各转动关节耗散能作为最优控制目标, 其目标函数为

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^T \langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle dt \tag{8}$$

求解  $\mathbf{u}$  的方法一般基于傅里叶基或者小波逼近的方法, 本文分别选用样条函数以及曲线拟合方法进行数值逼近。

### 2.1 基于样条逼近

样条函数可以给出光滑的插值曲线, 三次样条与其他样条相比具有精度高、更平滑的特点<sup>[10]</sup>, 因此选用三次样条函数进行数值逼近。构造样条函数  $s$  具有下列性质:

(1) 在每个小区间  $I_i = [x_i, x_{i+1}]$  中, 其中  $i = 0, \dots, n-1$ ,  $s$  为一个三次多项式, 它在多项式中的插值为  $(x_i, y_i)$ 。

(2)  $s$  在  $[x_0, x_n]$  上有连续的一、二阶导数。

为了完全确定三次多项式, 需写出  $4n$  个方程, 它们分别为在节点  $x_j$  的插值列出  $n+1$  个方程, 即  $s(x_i) = y_i, (i = 0, 1, \dots, n)$ ; 在内部节点  $x_1, \dots, x_{n-1}$  上保证多项式的连续性, 列出  $n-1$  个方程, 即  $s(x_i - 0) = s(x_i + 0), (i = 1, 2, \dots, n-1)$ ; 在内部节点上保证一、二阶导数的连续性, 可列出  $2(n-1)$  个方程, 即

$$\begin{cases} s'(x_i - 0) = s'(x_i + 0) \\ s''(x_i - 0) = s''(x_i + 0) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)$$

另外,按照  $s''(x_0) = 0, s''(x_n) = 0$  形式可列出两个方程。

## 2.2 基于曲线拟合

曲线拟合为已知样本点  $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ , 求得解析函数  $y \approx \varphi(x)$ , 使  $\varphi(x)$  在原样本点  $x_i$  上尽可能接近  $y_i$  的值。

曲线拟合最常用的方法是线性最小二乘法, 设解析函数为

$$f(x) = \sum_{i=0}^m a_i k_i(x) \quad (9)$$

其中  $k_i(x)$  是事先选定的一组函数,  $a_i$  是待定系数  $(i = 0, 1, 2, \dots, m)$ 。寻求  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ , 使得  $I = \sum_{i=0}^m (f(x_i) - y_i)^2$  最小。

由最小二乘法确定系数  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , 令  $I = \varphi(a_0, a_1, \dots, a_n)$ , 取极值有

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a_j} = 2 \sum_{i=0}^m x_i^j (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n - y_i) = 0 \quad (10)$$

由式(10)可得

$$\sum_{i=0}^m (a_0 x_i^j + a_1 x_i^{1+j} + \dots + a_n x_i^{n+j}) = \sum_{i=0}^m x_i^j y_i \quad (11)$$

对式(11)求解出系数可得到拟合多项式  $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ 。注意到  $n$  较大时 ( $n \geq 7$ ), 方程组解的舍入误差较大<sup>[11]</sup>。因此, 选取五次曲线进行拟合。

## 2.3 最优控制方法

在实际计算中, 给定节点划分  $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N = T$  以及结点处相应的控制输入向量  $\lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_N]^T$ , 采用自然三次样条技术或者曲线拟合技术可以得到

$$u(t) = s(\lambda, t), \quad t \in [0, T] \quad (12)$$

将式(12)代入式(8), 控制输入向量  $\lambda$  视作新的控制变量, 引入罚函数方法, 式(8)目标函数  $J(u)$  可写为

$$J(\lambda, \alpha) = \int_0^T [s(\lambda, t)]^2 dt + \alpha \|f(\lambda) - q_f\|^2 \quad (13)$$

其中  $\alpha > 0$  为罚因子。  $f(\lambda)$  为方程(7)由控制输入  $u$  给定在  $t = T$  时的解。因此, 寻找控制输入  $u(t)$  使式(8)取极小值问题转化为寻找  $\lambda$  使目标函数(13)为极小值问题。

## 3 粒子群优化算法

粒子群优化算法模拟鸟类的捕食行为, 所有的粒子都有一个适应度值, 该值由被优化的函数决定, 每个粒子还有一个速度决定其飞行的方向和距离。粒子群初始化为解空间的一组随机值, 在解空间中粒子群搜索追寻当前最优粒子。在每一次迭代中粒子通过跟踪两个最优值进行更新, 一是粒子本身到目前为止所搜寻的局部极值  $P_i$ , 另一是整个粒子群到目前为止所搜寻到的全局极值  $P_g$ 。每一粒子根据下面的规律更新自己的速度和位置

$$V_i = w \times V_i + c_1 \times \text{rand}(1) \times (P_i - X_i) + c_2 \times \text{rand}(1) \times (P_g - X_i) \quad (14)$$

$$X_i = X_i + V_i \quad (15)$$

其中  $X_i$  和  $V_i$  是第  $i$  个粒子的位置与速度,  $0 < w < 1$  是惯性因子,  $c_1$  和  $c_2$  是加速因子,  $\text{rand}(1)$  是  $(0, 1)$

区间均匀分布的随机数。

结合带太阳帆板航天器姿态非完整运动规划的优化问题,给出最优运动规划的粒子群算法:

(1) 初始化粒子的惯性因子  $w$ 、加速因子  $c_1$  和  $c_2$ , 初始化粒子的速度  $V_i$ 。初始化  $\alpha_{0i} (i = 1, 2, \dots, N)$ , 用一群粒子的位置  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$  表示。初始化每个粒子的适应度值  $J_i$ , 记录每个粒子的当前位置  $p_i$  为其个体最优位置  $P_i$ ; 并将全局最优位置  $P_g$  设置为  $J_i$  最小的  $X_i$ 。

(2) 根据式(14)和(15)更新粒子的移动速度  $V_i$  和位置  $X_i$ 。

(3) 根据式(13)计算粒子的适应度值  $J_i$ , 第  $i$  个粒子对应的  $\alpha$  为  $\alpha_{0i} + X_i$ 。如果优于该粒子当前的适应度值, 则将  $P_i$  设置为该粒子的位置, 且更新该粒子的适应度值  $J_i$ 。如果所有粒子中最优的适应度值均优于当前的群体的最优适应度值, 则将  $P_g$  设置为该粒子的位置, 记录该粒子的序号, 更新群体最优适应度值。

(4) 如果当前迭代次数达到了预先设定的最大迭代次数则停止迭代, 输出最优解, 否则转到步骤(2)。

### 4 基于样条逼近的数值仿真

设航天器可展开太阳帆板质量几何参数为: 航天器  $m_1 = 200\text{kg}, J_1 = 32.2\text{kg} \cdot \text{m}^2, l_1 = 0.5\text{m}$ ; 太阳帆板连接板  $m_2 = 5\text{kg}, l/2 \times l = 0.5\text{m}^2$ ; 内板与外板  $m_3 = m_4 = 10\text{kg}, l \times l = 1 \times 1\text{m}^2$ 。

仿真实验中  $T = 5\text{s}$ , 将  $[0, T]$  进行 5 等份, 令初始值和末端值为零, 因此每个控制输入的参数个数为 4, 即  $\lambda$  的维数为 12。粒子群优化算法参数最大迭代次数  $M = 500$ , 惯性因子  $w = 0.729$ , 加速因子  $c_1 = c_2 = 1.494$ 。引入以下无量纲参数

$$\epsilon = m_2/m_s, \sigma = m_3/m_2, \sigma_1 = m_4/m_2$$

利用式(5)和(6)计算航天器各刚体的等效惯量矩可导出  $I_{jz}$  的表达式

$$I_{1z} = J_1 \{1 + \epsilon [\lambda_{10} + \lambda_{11} \sin\theta_1 + \lambda_{12} \sin(\theta_2 - \theta_1) + \lambda_{13} \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3)]\}$$

$$I_{2z} = \epsilon J_1 [\lambda_{20} + \lambda_{21} \sin\theta_1 - \lambda_{22} \cos\theta_2 + \lambda_{23} \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3)]$$

$$I_{3z} = \epsilon J_1 [\lambda_{30} + \lambda_{31} \sin(\theta_2 - \theta_1) - \lambda_{32} \cos\theta_2 - \lambda_{33} \cos\theta_3]$$

$$I_{4z} = \epsilon J_1 [\lambda_{40} + \lambda_{41} \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) + \lambda_{42} \cos(\theta_2 - \theta_3) - \lambda_{43} \cos\theta_3]$$

各参数  $\lambda_{ij} (i = 1, 2, \dots, 4; j = 0, 1, \dots, 3)$  定义如下

$\lambda_{10} = (1 + \sigma + \sigma_1)\alpha_1^2\lambda_0$	$\lambda_{11} = \lambda_{21} = (0.5 + \sigma + \sigma_1)\alpha_1\alpha_2\lambda_0$
$\lambda_{12} = \lambda_{31} = (0.5\sigma + \sigma_1)\alpha_1\alpha_3\lambda_0$	$\lambda_{13} = \lambda_{23} = \lambda_{41} = \lambda_{42} = 0.5\sigma_1\alpha_1\alpha_4\lambda_0$
$\lambda_{20} = [(0.25 + \sigma + \sigma_1)\alpha_2^2 + 0.2\sigma_1\alpha_1^2]\lambda_0$	$\lambda_{22} = \lambda_{32} = (0.5\sigma + \sigma_1)\alpha_2\alpha_3\lambda_0$
$\lambda_{30} = [(0.5\sigma + \sigma_1)\alpha_2\alpha_3 + 0.64\sigma_1\alpha_1^2]\lambda_0$	$\lambda_{33} = \lambda_{43} = 0.5(0.5\sigma + \sigma_1)\alpha_3\lambda_0$
$\lambda_{40} = (1 + 0.64\alpha_1^2)\alpha_1\lambda_0$	

其中  $\lambda_0 = m_s l_4^2 / J_1, \alpha_1 = l_1 / l_4, \alpha_2 = l_2 / l_4, \alpha_3 = l_3 / l_4$  为无量纲参数。

算例 1: 太阳帆板由折叠状态完全展开, 航天器在初始和终端姿态保持不变。系统初始和终端位形分别为

$$x_0 = [0, 0, 0, 0]^T, \quad x_f = [0, \pi/2, \pi, \pi]^T$$

仿真实验结果如图 2~3 所示, 其中图 2 为航天器主体姿态  $\phi_1$  和太阳帆板相对转角  $\theta_i (i = 1, \dots, 3)$  运动的优化轨线, 其中连接板转动  $90^\circ$  和两个帆板转动  $180^\circ$ , 曲线两端点为系统初始和终端姿态。图 3 为太阳帆板相对转动的最优控制输入规律。从图中可以看出基于样条逼近的粒子群算法可以实现航天器太阳帆板的展开运动控制, 并且最优控制输入的初值和终值均为零。

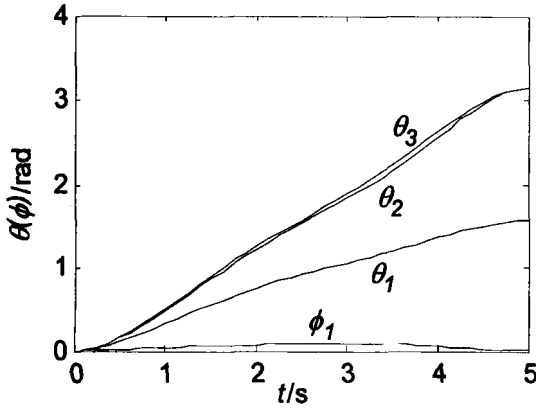


图2 基于样条逼近求解的优化轨线

Fig. 2 Optimal trajectory with spline approximation

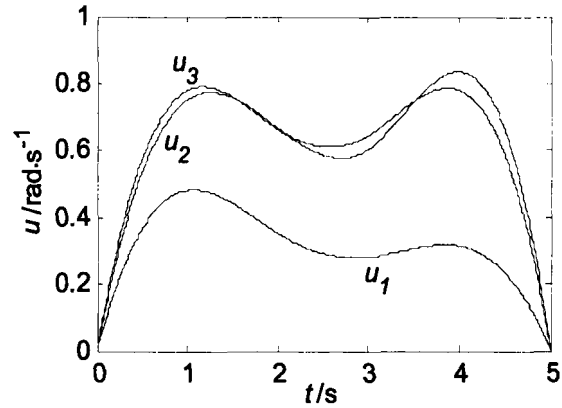


图3 基于样条逼近求解的最优控制输入

Fig. 3 Optimal control with spline approximation

算例2: 太阳帆板由折叠状态完全展开, 航天器由初始姿态  $0^\circ$  转动到  $\pi/4$  终端位形。系统初始和终端位形分别为

$$\mathbf{x}_0 = [0, 0, 0, 0]^T, \quad \mathbf{x}_f = [\pi/4, \pi/2, \pi, \pi]^T$$

仿真结果如图4~5所示, 其中图4为航天器主体姿态和太阳帆板相对转角从  $\mathbf{x}_0$  到  $\mathbf{x}_f$  姿态运动的优化轨线, 图5为太阳帆板相对转动的最优控制输入规律。

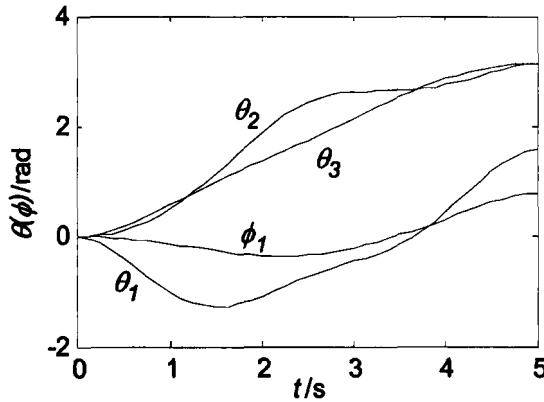


图4 基于样条逼近求解的优化轨线

Fig. 4 Optimal trajectory with spline approximation

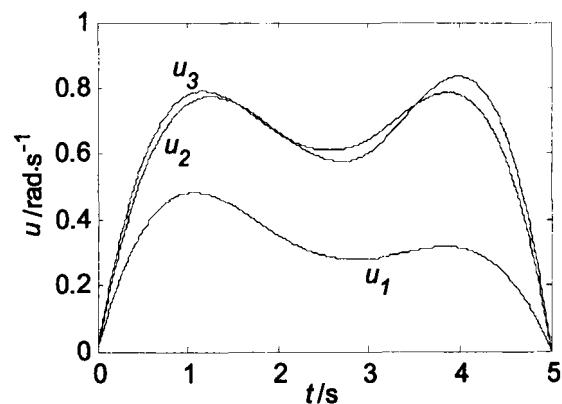


图5 基于样条逼近求解的最优控制输入

Fig. 5 Optimal control with spline approximation

## 5 基于曲线拟合的数值仿真

算例1: 系统初始和终端位形分别为

$$\mathbf{x}_0 = [0, 0, 0, 0]^T, \quad \mathbf{x}_f = [0, \pi/2, \pi, \pi]^T$$

仿真结果如图6~7所示, 其中图6为航天器载体从  $\mathbf{x}_0$  到  $\mathbf{x}_f$  姿态运动的优化轨线, 图7为太阳帆板相对转动的最优控制输入规律。可知基于曲线拟合的粒子群算法同样可以实现太阳帆板的展开控制, 并且获得最优控制输入的初值和终值也均为零值。拟合得到的三个控制输入的五次多项式系数分别为

$$\mathbf{u}_1 = [-0.175, 0.2268, -0.8917, 6.8907, -9.9889]^T$$

$$\mathbf{u}_2 = [-0.0016, 0.0569, -0.3202, 2.2962, -1.9146]^T$$

$$\mathbf{u}_3 = [0.0106, -0.1084, 0.2962, -0.5526, 0.4163]^T$$

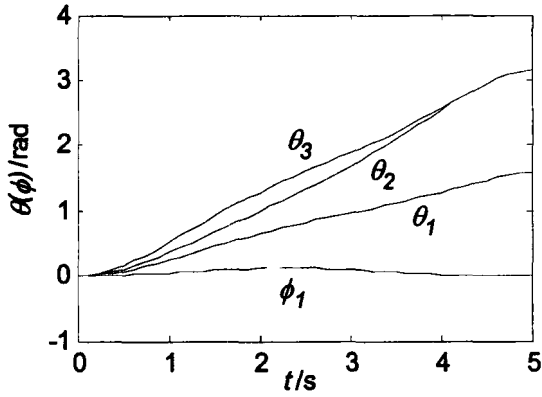


图6 基于曲线拟合求解的优化轨线图  
Fig. 6 Optimal trajectory with curve fitting

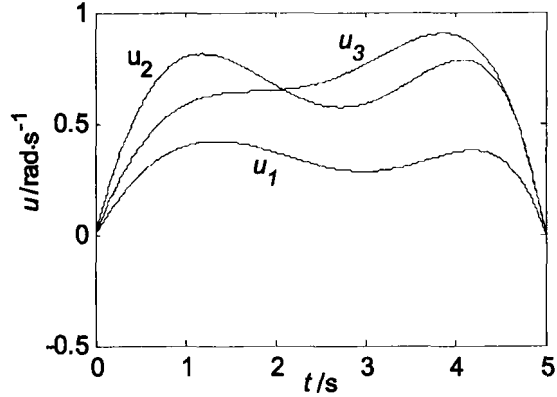


图7 基于曲线拟合求解的最优控制输入  
Fig. 7 Optimal control with curve fitting

算例2:系统初始和终端位形分别为

$$x_0 = [0, 0, 0, 0]^T, \quad x_f = [\pi/4, \pi/2, \pi, \pi]^T$$

仿真结果如图8~9所示,其中图8为航天器载体从  $x_0$  到  $x_f$  姿态运动的优化轨线,图9为太阳帆板相对转动的最优控制输入规律,可以看出其初值和终值均为零。拟合得到的三个控制输入五次多项式的系数分别为

$$u_1 = [-0.0297, 0.3547, -1.2573, 7.5989, -9.8091]^T;$$

$$u_2 = [-0.0092, 0.1226, -0.4523, 1.9403, -1.0606]^T;$$

$$u_3 = [0.0016, -0.0079, -0.0174, 0.4702, -0.2254]^T$$

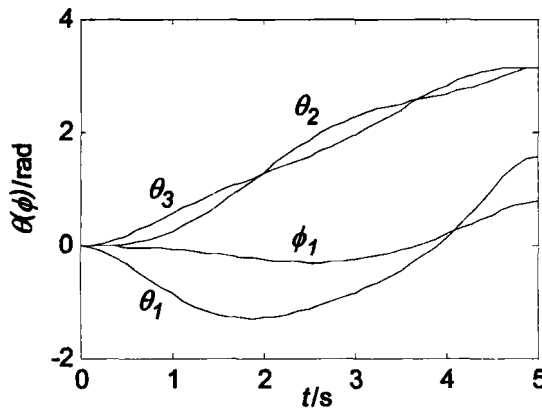


图8 基于曲线拟合求解的优化轨线图  
Fig. 8 Optimal trajectory with curve fitting

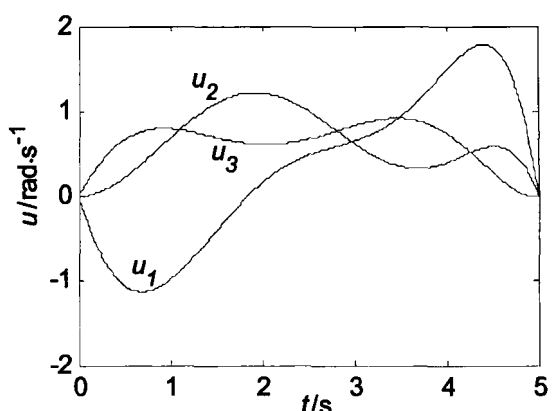


图9 基于曲线拟合求解的最优控制输入  
Fig. 9 Optimal control with curve fitting

上述算例所求的目标函数最优值如表1所示,其迭代次数均为500。在文献[9]中,迭代次数一般都需要3000次,因此基于样条逼近和曲线拟合数值算法比傅立叶基的算法收敛速度要快。

表1 目标函数最优值  
Tab.1 The optimal value of the objective function

目标函数最优值	算例1	算例2
基于样条	4.8186	9.8625
基于曲线拟合	4.8595	9.5891

## 6 结论

通过文中分析和仿真试验表明,本文提出的基于样条逼近和曲线拟合的最优运动规划数值方法,可以解决具有非完整约束的航天器太阳帆板展开的运动规划问题,即利用太阳帆板展开的关节铰运动即可实现航天器主体的姿态改变,也能保证太阳帆板完全展开达到目标位形。在文中采用样条逼近和曲线拟合方法求解的运动规划最优控制输入初值和终值均为零,克服了以傅里叶基或小波函数逼近的控制输入初值和末值不为零问题,另外,运用样条逼近和曲线拟合的粒子群优化算法比傅立叶基和小波函数逼近算法收敛速度要快。因此,该方法为带太阳帆板航天器系统的运动规划与控制设计提供了一种可行和实用的方法。同时,利用样条逼近和曲线拟合算法研究带太阳帆板航天器的非完整运动规划问题,这一工作也为其它非完整运动规划问题提供了新的途径。

### 参考文献:

- [1] 刘延柱. 航天器姿态动力学[M]. 北京:国防工业出版社,1995
- [2] FERNANDES C, GURVITS L, LI Z. A variational approach to ptimal nonholonomic motion planning[C]//Proc of IEEE Inter Conf on Robotics and Automation, 1991, 680 - 685.
- [3] FERNANDES C, GURVITS L, LI Z. Attitude control of a space platform/manipulator system using internal motion[J]. The Inter Journal of Robotics Research, 1994, 13(4): 289 - 304.
- [4] 李俊峰,王照林. 带空间机械臂的充液航天器姿态动力学研究[J]. 宇航学报, 1999, 20(2): 81 - 86.
- [5] 翟坤,杨滌,陈新龙,等. 太阳同步轨道卫星的太阳帆板驱动律[J]. 上海航天, 2009, 1:20 - 24.
- [6] 王天舒,孔宪仁,王本利,等. 含铰间间隙的航天器附件展开过程分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2001, 33(3):283 - 286.
- [7] 戈新生,刘延柱. 航天器太阳帆板展开过程的最优控制[J]. 空间科学学报, 1997, 17(4): 360 - 366.
- [8] 戈新生,张奇志. 航天器太阳阵展开过程最优控制的遗传算法[J]. 力学季刊, 2000, 21(1): 134 - 138.
- [9] 孙凯,戈新生. 航天器太阳帆板展开过程最优控制的粒子群算法[J]. 工程力学, 2007, 24(9): 188 - 192.
- [10] 尹泽明,丁春利. 精通 MATLAB 6[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
- [11] KIASI F. An interpolative fuzzy inference using least square principle by means of  $\beta$ -function and high order polynomials[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation Niagara Falls, Canada, 2005.
- [12] 曾建潮,介婧,崔志华. 微粒群算法[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [13] CROUCH P E. Spacecraft attitude control and stabilization: Application of geometric control theory to rigid body models [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1984, 29(4): 87 - 95.
- [14] TSIOTRAS P, CORLESS M, LONGUSKI J M. A novel approach to the attitude control of axisymmetric spacecraft [J]. Automatica, 1995, 31(8): 1099 - 1112.
- [15] KRISHNAPRASAD P S. Geometric phases and optimal reconfiguration for multibody systems [C]//Proceedings of American Control Conference, New York, the American Automatic Control Council, 1990, 2440 - 2444.
- [16] WALSH G, MONTGOMERY R, SASTRY S S. Orientation control of the dynamic satellite [C]//Proceedings of American Control Conference, Baltimore, Maryland, the American Automatic Control Council, 1994, 138 - 142.
- [17] COVERSTONE-CARROLL V L, WILKEY N M. Optimal control of a satellite-robot system using direct collocation with nonlinear programming [J]. Acta Astronautica, 1995, 36(3): 149 - 162.
- [18] REYHANOGLU M, McCLAMROCH N H. Planar reorientation maneuvers of space multibody systems using internal controls [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15(6): 1475 - 1480.
- [19] RATNAWEERA A, HALGAMUGE S K, WATSON H C. Self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 240 - 246.