

微孔洞的尺寸效应

冯彪 陈少华*

(中国科学院力学研究所非线性国家重点实验室 100190)

摘要: 大量的实验表明当材料的特征长度降低到微米量级时, 金属材料的力学行为展现出强的尺寸效应。在细铜丝的扭转实验中, Fleck et al. (1994)发现当铜丝的直径从 170 微米降低到 12 微米的过程中, 材料的硬度有明显的提高。对于微米和纳米压痕实验, 随着尺寸的减低, 材料的硬度也体现明显的增强 (Atkinson, 1995; Feng and Nix, 2004; Chen et al., 2005; McElhane et al., 1998; Nix, 1989; Poole et al., 1996)。Yang (1990) 在颗粒增强基复合材料的实验中发现: 随着增强颗粒的直径从 165 微米降低到 4.5 微米时, 宏观的流动应力得到巨大提高。此外, 实验发现(Ehrler et al., 2008; Haque and Saif, 2003; Lam et al., 2003; Shrotriya et al., 2003; Stolken and Evans, 1998), 随着尺寸的降低, 材料也将体现明显的尺寸效应。

经典的应变梯度理论由于本构方程中不包含内禀长度因而不能预测金属材料强的尺寸效应。为了解释实验中表现的尺寸依赖, 一系列的应变梯度理论通过引入内禀长度到本构方程中从而解释和预测尺寸效应。应变提理论可以分成两种类型: 一种是高阶应变梯度理论, Mindlin (1964, 1965) 认为高阶应力是应变梯度的功共轭。在这种应变梯度理论中, 平衡方程比经典的弹塑性理论更高阶, 额外的边界条件被引入。另外一种类型应变梯度理论不涉及高阶应力以及高阶的边界条件, 应变梯度通过增加塑性模量起作用。这种应变梯度理论包括: Acharya and Beaudoin (2000), Chen and Wang (2000), Bassani (2001), and Huang et al. (2004)。

应变梯度理论很好解释了先前提到的几种经典的实验: 细铜丝的扭转实验 (例如: Chen and Wang, 2000, 2001, 2002a; Fleck et al., 1994; Gao and Huang, 2001), 微薄梁的弯曲实验(例如: Chen and Wang, 2000, 2001, 2002a; Gao and Huang, 2001; Stolken and Evans, 1998), 纳米和微米压痕实验 (例如: Chen et al., 2004; Huang et al., 2000b; Nix and Gao, 1998; Saha et al., 2001; Wei and Hutchinson, 2003; Xue et al, 2002) 以及颗粒增强基复合材料的实验 (例如: Chen and Wang, 2002b; Fleck and Hutchinson, 1997; Shu and Fleck, 1999)。

韧性材料的孔洞的成核、增大、以及空洞的结合在断裂中起到重要作用。当孔洞的半径足够小, 孔洞增长的力学行为不能被经典的弹塑性理论描述。如何用一种简单的不含有高阶应力和高阶应力和高阶边界条件的应变理论来预测微孔洞的尺寸效应? 以往的文献都只能给出位移表达式的隐式表达从而限制了实际工程中的应用。能不能给出位移函数的解析解? 为了回答这些问题, 我们采用 Chen and Wang (2000) 提出的应变梯度理论来预测微孔材料的尺寸效应。本文分别建立了球形和圆柱形两种微孔洞模型。我们假定材料的等效应力和等效应变满足幂次硬化规律, 从而探索微孔洞的外力与位移之间的关系。

对于球形孔洞的尺寸效应, 我们建立的模型为 (图一所示): 无限大体中存在一个球形孔洞, 该物体遭受无穷远处球对称的张力 σ^∞ 的作用。我们得到的解析解为:

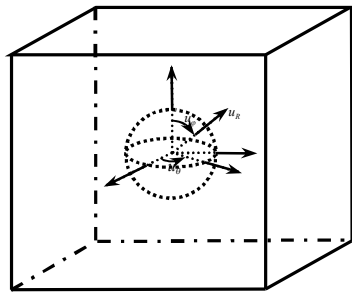
$$u_R = \frac{1}{2R^2} \left\{ \frac{3I\sigma^\infty}{4E \left[(1+I/2R_0)^3 - 1 \right]} \right\}^3 \quad N = \frac{1}{3} \quad (1)$$

我们取幂硬化指数 $N = 0.2$ 数值 (图二所示) 分析发现:

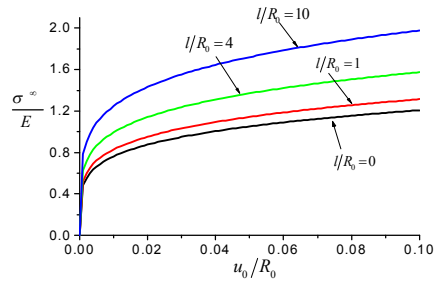
* Corresponding author (S.H. Chen).

Email address: chenshaohua72@hotmail.com; Tel: 86-10-82543960; Fax: 86-10-82543977.

The work reported here is supported by NSFC through Grants #10972220, #10732050, and #10721202, the key project of CAS through Grant KJCX2-YW-M04.



图一



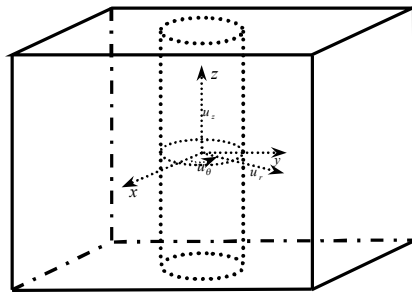
图二

从该图我们发现当 $l/R_0=0$ 材料没有尺寸效应，当该比值位于零到一之间，材料的尺寸效应并不明显；当该比值大于或等于一时，随着球形孔洞的半径进一步减小，材料体现较强的尺寸效应，即随着尺寸的减小，产生同样大的应变所需要的张力增加。在变形的初始阶段（当外力比较小时）材料的尺寸效应不太明显，当 σ^∞/E 大于 0.5 时，材料的尺寸效应逐渐明显。

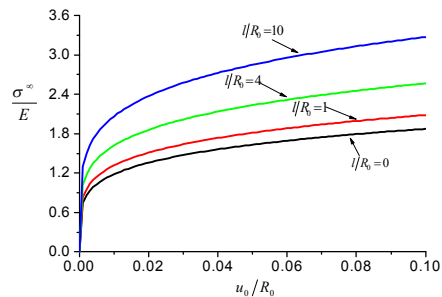
对于圆柱形孔洞的尺寸效应建立的模型为（图三所示）：无限大体中包含有一个圆柱形孔洞，该物体遭受无穷远处双轴拉升张力 $\sigma^\infty = \sigma_{11} = \sigma_{22}$ 的作用。我们得到的解析解为：

$$u = \frac{\sqrt{3}}{2} R \left\{ \frac{9\sigma^\infty}{8ER_0 \left[\left(1 + \sqrt{3}/2R_0\right)^2 - 1 \right]} \right\}^2 \quad N = \frac{1}{2} \quad (2)$$

我们取幂硬化指数 $N = 0.2$ ，数值分析可以得到图（四）：



图三



图四

根据该图我们发现当 $l/R_0=0$ 材料没有尺寸效应，当该比值位于零到一之间，材料的尺寸效应同样不是很明显；当该比值大于一时，随着孔洞的半径进一步减小，材料体现较强的尺寸效应，也就是说随着尺寸的减小，产生同样大的应变所需要的张力增加。在变形的初始阶段（当外力比较小时）材料的尺寸效应不太明显，当 σ^∞/E 大于 0.8 时，材料的尺寸效应逐渐明显。

本文发现：微孔洞（球形和圆柱形孔洞）的尺寸效应通过比值 l/R_0 起作用。当该比值等于零时，我们得到考虑应变梯度理论与运用经典弹塑性理论下孔洞问题的位移函数和外力之间的关系是一致的，当该比值小于一时，材料体现强的尺寸效应并不明显，但是随着孔洞的尺寸进一步减小，材料的尺寸效应愈来愈明显。本论文的结果对微孔的形成和材料的断裂初期提供了新的认识。

关键词：微孔洞，球形孔，圆柱形孔，尺寸效应，应变梯度