

文章编号: 1000-4750(2011)09-0017-06

# 波动数值模拟中的吸收边界条件

\*郭立伟, 刘晓宇, 李世海

(中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘 要:** 为了提高人工边界条件在波动输入边界和自由场边界的精度, 该文扩展了 Higdon 一阶吸收边界条件, 并编制了相应的有限元计算程序。该方法将输入波分量引入到 Higdon 吸收边界条件当中, 利用最小二乘法, 用吸收边界邻域内的应变场和速度场计算 Higdon 边界条件公式中的参数, 实现了吸收边界条件的自动更新。并且, 该文提出了既适用于波动输入边界又适用于自由场边界的速度边界和力边界两种吸收边界条件。算例表明, 与传统人工边界条件相比, 该文建议的吸收边界条件具有良好的模拟效果。

**关键词:** 波动; 吸收边界条件; 波动输入边界; 自由场边界; 有限元

中图分类号: O347 文献标志码: A

## ABSORBING BOUNDARY CONDITION IN NUMERICAL SIMULATION OF WAVE PROPAGATION PROBLEMS

\*GUO Li-wei, LIU Xiao-yu, LI Shi-hai

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** The first-order absorbing boundary condition is extended to improve accuracy both on the free field boundary and the input wave boundary. The computer program of this absorbing boundary condition is based on finite element method. The input wave is introduced into Higdon's boundary condition by using least-squares method, while the parameters in Higdon's operator are estimated by the nodal strain and velocity fields inside absorbing boundary. As a result, the absorbing boundary condition is updated automatically. The velocity boundary condition and the force boundary condition are proposed to absorb reflected wave both on the free field boundary and the input wave boundary. Numerical examples show that the proposed boundary conditions have much higher accuracy compared with the conventional artificial boundary conditions.

**Key words:** wave propagation; absorbing boundary condition; input wave boundary; free field boundary; finite element method

在对无限域中的波动问题进行数值模拟时, 需要用人工边界截取无限域得到有限计算模型, 将计算规模控制在一定的范围之内。然而, 有限模型不能完全等效于实际模型, 因为在这些人工边界上会发生波的反射, 从而引起波的振荡, 导致数值模拟

失真。因此, 需要在这些截断边界上引入人工边界条件来消除波的反射。

一般来说, 人工边界条件主要有五类: 边界积分法、无穷元法、完全匹配层(PML)法、透射理论和吸收边界法。边界积分法<sup>[1]</sup>有较高的精度和适用

收稿日期: 2010-01-14; 修改日期: 2010-05-14

基金项目: 国家 973 项目(2010CB731506); 中国科学院重要方向性项目(KJXC2-YW-L01); 铁道部科技研究开发计划(2008G027-E)

作者简介: \*郭立伟(1984—), 男, 陕西汉中, 硕士生, 从事岩土工程的动力灾难研究(E-mail: guoliwei@imech.ac.cn);

刘晓宇(1973—), 男, 天津人, 副研究员, 博士, 从事滑坡灾害防治中的关键力学问题研究(E-mail: liuxy@imech.ac.cn);

李世海(1958—), 男, 河北沧州人, 研究员, 博士, 博导, 从事非连续介质力学数值计算方法及滑坡灾害防治中的关键力学问题研究(E-mail: shli@imech.ac.cn).

性,但是它不仅空间偶联,而且仅在频域中有效,同时由于含有特殊函数和卷积积分而导致数值实现十分复杂。无穷元法<sup>[2-3]</sup>可以方便的引入到有限元程序中,但是可能产生局部非对称的矩阵,导致近场波动分析离散后的对称性丧失。完全匹配层方法<sup>[4]</sup>能较为完全的吸收所有非平行入射和非零频率的入射波,但是存在时间偶联和空间偶联的问题。透射理论和多次透射边界条件<sup>[5-6]</sup>精度较高,易于和有限元方法相结合,但需要进行自由波场计算和边界区域的波场分离,较为复杂。粘性边界<sup>[7]</sup>以及后来发展的粘-弹性边界条件<sup>[8-10]</sup>形式简单,但是对某些角度入射波的吸收精度较差。

Higdon<sup>[11-13]</sup>基于一维波动方程提出了一系列由一阶微分算子的乘积构成的吸收边界条件,许多学者也使用 Higdon 边界条件建立更精确的高阶吸收边界条件。高阶边界条件虽然精度较高,但是它们的计算时间随着阶数增加呈线性甚至几何级数增长。与其相比,一阶吸收边界形式较为简单并且耗费计算时间较少,因此提高一阶吸收边界的精度仍然有很大的意义。Ju S H<sup>[14]</sup>在 Higdon 一阶边界条件的基础上提出了模拟吸收边界条件的有限元方法。该方法首先利用 Higdon 算子得到波速与波传播方向余弦的比值,然后再次使用这个算子实现有限域中波动在人工边界处的向外传播。这种方法精度较高,并且可以方便的在有限元程序当中实现。

在波动问题的数值模拟当中,由于波传播方向的任意性,吸收边界条件对不同角度入射波的吸收精度是衡量其好坏的一个重要标准。另外,波动有时必须由人工边界处输入,要求吸收边界条件不仅能吸收波,而且能保证波的正常输入,因此需要修正吸收边界条件以考虑输入波的影响。

本文修正了 Higdon 一阶吸收边界条件,发展了一种基于有限元方法的数值方法。在本文方法中,吸收边界条件在计算中根据入射波的变化自动更新,然后修正吸收边界上的节点速度或应变。修正后的吸收边界条件既可以吸收波,又可以保证波的正常输入,使得考虑输入波的吸收边界条件精度更高并且更易于数值实现,数值算例证明了它的有效性。

## 1 吸收边界条件的推导

### 1.1 吸收边界公式

Higdon<sup>[11-13]</sup>提出的吸收边界条件具有如下

形式:

$$\left[ \prod_{j=1}^m \left( (\cos \alpha_{ij}) \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \right] u_i = 0, \quad x_1 = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

式(1)建立在空间域  $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3): x_1 > 0\}$  上,式中  $x_1$  的正方向指向  $\Omega$  域内,  $x_1 = 0$  表示人工边界所在的位置,  $u_i$  表示  $x_i$  方向的位移,  $c$  表示波速,  $\alpha_{ij}$  表示波的第  $j$  个传播方向与  $x_i$  方向的夹角,  $m$  表示所考虑的总阶数。

如引言中所述,在某些情况下波必须由人工边界处输入,如果用式(1)所示的吸收边界条件施加在这样的边界上,那么输入波同样会被吸收,产生错误。在这种情况下,式(1)所示的吸收边界条件需要进行修正以考虑输入波的影响。在有输入波的人工边界上,位移包括两部分:

$$u_i = u_i^{\text{input}} + u_i^{\text{reflect}} \quad (2)$$

式中:  $u_i$  表示  $i$  方向的总位移;  $u_i^{\text{input}}$  表示  $i$  方向由输入波产生的位移;  $u_i^{\text{reflect}}$  表示  $i$  方向由反射波产生的位移。在人工边界上,  $u_i^{\text{reflect}}$  应该被消滅而  $u_i^{\text{input}}$  则应该保留,由式(2)可以得到:

$$u_i^{\text{reflect}} = u_i - u_i^{\text{input}} \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)中,考虑输入波的吸收边界条件可以写为:

$$\left[ \prod_{j=1}^m \left( (\cos \alpha_{ij}) \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \right] (u_i - u_i^{\text{input}}) = 0, \quad x_1 = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

其一阶形式( $m=1$ )可以写为:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} - c_i \frac{\partial}{\partial x_1} \right) (u_i - u_i^{\text{input}}) = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

式中,  $c_i = c / \cos \alpha_{i1}$ ,  $c_i$  也被称为视波速。式(5)表示的吸收边界条件可以改写为:

$$\left( \frac{\partial}{\partial x_1} - c'_i \frac{\partial}{\partial t} \right) (u_i - u_i^{\text{input}}) = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

式中  $c'_i = \cos \alpha_{i1} / c$ , 这样改写的原因在下文将有说明。由式(5)和式(6)可以得到:

$$\left( \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial u_i^{\text{input}}}{\partial t} \right) = c_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - \frac{\partial u_i^{\text{input}}}{\partial x_1} \right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

$$\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - \frac{\partial u_i^{\text{input}}}{\partial x_1} \right) = c'_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial u_i^{\text{input}}}{\partial t} \right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

在式(7)和式(8)中,  $\partial u_i / \partial t$  和  $\partial u_i^{\text{input}} / \partial t$  分别表示总速度和由输入波产生的速度,  $\partial u_i / \partial x_1$  和

$\partial u_i^{\text{input}} / \partial x_1$  分别表示总位移梯度和由输入波产生的位移梯度, 吸收边界条件式(7)和式(8)建立了速度和位移梯度之间的约束关系。

### 1.2 吸收边界参数

在式(7)和式(8)中, 参数  $c_i$  和  $c'_i$  的选择依赖于具体问题。这有两方面的原因: 首先, 波的入射角  $\alpha$  很难确定。在计算模型当中, 波可以沿多个方向传播, 对于式(7)和式(8)所表示的吸收边界条件而言, 只有平行于特定方向  $i$  入射的波才能被完全吸收, 其他方向的入射波会产生不同程度的反射; 其次, 波速  $c$  是随时间和空间而变化的。经过计算模型的自由表面和内部界面的多次反射和折射后, 计算域同时存在 P 波、SV 波和瑞利波等, 它们的波速都不相同。因此, 参数  $c_i$  和  $c'_i$  的确定是一个复杂的问题, 需要在计算中随着入射波的变化而不断更新。

在以前的研究当中, Orlanski<sup>[15]</sup>选择人工边界节点邻域内的一个节点来计算边界节点处的局部波速。其他学者(Durran 等<sup>[16]</sup>, Ju S H<sup>[14]</sup>)指出只使用一个对应的内部节点来估计边界波速仍然会导致较大的反射, 吸收效果不好。因此, 本文采用一种由边界节点邻域内多个节点来估计边界条件参数的数值计算方法, 使用最小二乘法(LS)来确定随时间和空间而变化的参数  $c_i$  和  $c'_i$ :

$$c_i = \frac{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial x_1} - \frac{\partial u_{ik}^{\text{input}}}{\partial x_1} \right) \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial t} - \frac{\partial u_{ik}^{\text{input}}}{\partial t} \right)}{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial x_1} - \frac{\partial u_{ik}^{\text{input}}}{\partial x_1} \right)^2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

$$c'_i = \frac{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial x_1} - \frac{\partial u_{ik}^{\text{input}}}{\partial x_1} \right) \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial t} - \frac{\partial u_{ik}^{\text{input}}}{\partial t} \right)}{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial u_{ik}}{\partial t} - \frac{\partial u_{ik}^{\text{input}}}{\partial t} \right)^2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

式中:  $u_{ik}$  表示第  $k$  个节点在  $i$  方向的节点位移;  $N$  表示用来计算  $c_i$  和  $c'_i$  的节点数, 这  $N$  个点可以沿着边界点的法线方向或在其邻域的一个条带内根据计算精度的要求选取。在式(9)和式(10)中,  $\partial u_{ik}^{\text{input}} / \partial t$  和  $\partial u_{ik}^{\text{input}} / \partial x_1$  分别表示输入波的速度分量和位移梯度分量,  $\partial u_{ik} / \partial t$  表示第  $k$  个节点在  $i$  方向的节点速度,  $\partial u_{ik} / \partial x_1$  表示第  $k$  个节点  $i$  方向的节点位移在  $x_1$  方向的梯度, 可以通过分离相应的应变分量得到。

### 1.3 两种吸收边界条件

参数  $c_i$  和  $c'_i$  计算后, 在人工边界上, 既可以用位移梯度分量修正速度分量, 也可以用速度分量修正位移梯度分量, 来实现吸收入射波的效果。在数值计算的当前时步, 位移梯度分量  $\partial u_{ik} / \partial x_1$  和速度分量  $\partial u_{ik} / \partial t$  是未知的, 可以使用上一时步相对应的量。在人工边界上, 随时步而更新的速度和位移梯度可以表示为:

$$\frac{\partial u_{i,n+1}}{\partial t} = c_i \left( \frac{\partial u_{i,n}}{\partial x_1} - \frac{\partial u_{i,n+1}^{\text{input}}}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial u_{i,n+1}^{\text{input}}}{\partial t}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_{i,n+1}}{\partial x_1} = c'_i \left( \frac{\partial u_{i,n}}{\partial t} - \frac{\partial u_{i,n+1}^{\text{input}}}{\partial t} \right) + \frac{\partial u_{i,n+1}^{\text{input}}}{\partial x_1}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

式中:  $u_{i,n+1}$  表示当前时步(第  $n+1$  时步)  $i$  方向的位移;  $u_{i,n}$  表示上一时步(第  $n$  时步)  $i$  方向的位移;  $u_{i,n+1}^{\text{input}}$  表示当前时步输入波  $i$  方向的位移分量。在式(11)和式(12)中, 等式右边的量都是上一时步的计算结果或者输入量, 是已知的, 即人工边界上当前时步的相关量可以根据入射波的变化不断得到更新。

需要指出的是, 在以前的研究当中, 很多学者如 Ju S H<sup>[14]</sup>改进的吸收边界条件都是用位移梯度修正速度(如式(7)和式(11)所示), 并不考虑输入波。在这种情况下, 由于波的入射角  $\alpha_{i1}$  可能接近  $90^\circ$ , 导致入射波的方向余弦趋近于零, 视速度  $c_i$  可能趋近于无穷大, 数值计算不收敛。当采用式(12)的形式作为吸收边界条件时, 因为波速  $c$  是由介质的材料属性决定的, 是有限大小的值, 故参数  $c'_i$  也是有限大小的, 保证了数值计算的收敛性。下文的数值算例将进行两种方法的比较。

在吸收边界条件的计算中, 如果是边界上的速度分量被修正(如式(11)所示), 那么吸收边界就以速度边界条件的形式作用在人工边界上。如果是边界上的位移梯度分量被修正(如式(12)所示), 那么可以通过本构关系计算得到边界节点的应力分量, 由节点应力计算节点力, 吸收边界条件就以力边界的形式作用在人工边界上。在本文中, 材料是弹性的, 采用广义胡克定律作为本构关系。值得注意的是, 式(11)和式(12)只包含了一部分位移梯度分量, 其余的分量可由上一时步(第  $n$  时步)计算的应变分量中分离得到。

## 2 数值算例

为了检验本文吸收边界条件的效果,编制了相应的动力分析有限元程序,并选用粘性边界条件作为比较。

### 2.1 典型算例

本文选取一个矩形域作为计算模型,如图1所示,该模型长度为 $6a$ ,宽度为 $a$ , $a=20\text{m}$ 。有限元动力计算的精确度依赖于单元最大尺寸与最小波长的比值,一般来说应该不大于 $1/12$ <sup>[7]</sup>,该模型单元尺寸为 $1\text{m}$ ,最小波长 $12.39\text{m}$ ,满足该条件的要求。

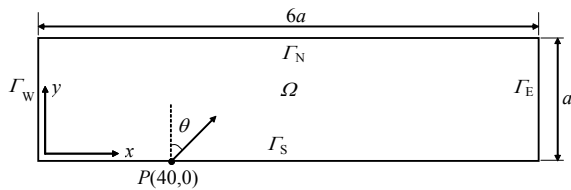


图1 典型算例计算模型

Fig.1 Numerical model of a typical example

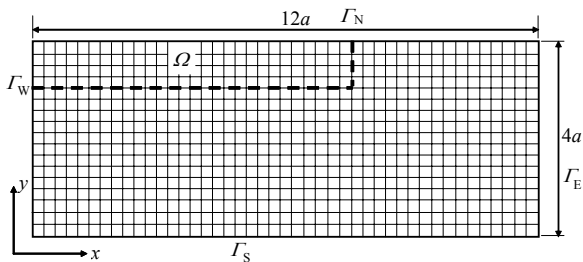


图2 远置边界计算模型

Fig.2 Numerical model of the extended mesh

在数值计算中,时间步长 $\Delta t=1.0 \times 10^{-4}\text{s}$ 。计算域内无初始应力,介质材料为均质土体,不考虑阻尼,介质参数为:弹性模量 $E=1.5 \times 10^4 \text{kN/m}^2$ ,泊松比 $\nu=0.30$ ,密度 $\rho=2350 \text{kg/m}^3$ 。

### 2.2 有输入波的粘性边界条件

在广泛使用的商业程序如FLAC中,如果在计算模型的人工边界上有输入波,常常选用Lysmer和Kuhlemeyer<sup>[7]</sup>提出的粘性边界作为吸收边界条件,并以应力边界的形式输入波。这种方法<sup>[17]</sup>可以表示为:

$$t_n = -\rho C_p v_n + 2(\rho C_p) v_n^{\text{input}} \quad (13)$$

$$t_s = -\rho C_s v_s + 2(\rho C_s) v_s^{\text{input}} \quad (14)$$

式中: $t_n$ 和 $t_s$ 分别表示施加的法向和切向单位面积力; $\rho$ 表示密度; $C_p$ 和 $C_s$ 分别表示P波和S波的波速; $v_n$ 和 $v_s$ 分别表示边界节点速度的法向和切向分量; $v_n^{\text{input}}$ 和 $v_s^{\text{input}}$ 分别表示输入波速的法向和切向分量。

### 2.3 误差处理方式

为了检验本文方法的准确性并和粘性边界条

件比较精度,不同方法的解将和精确解进行比较。本文利用无人工边界条件影响的数值解替代精确解,简称为精确数值解,记为 $u_{ex}$ 。精确数值解可以利用充分大的计算区域(如图2所示)获得,即取用人工边界反射波到达观测点之前的数值解。该计算区域长度为 $12a$ ,宽度为 $4a$ , $a=20\text{m}$ 。由于远置边界计算模型被设计足够大,使得图1给出的计算模型实际为图2所示长方形区域的左上角虚线部分。

为了定量描述本文所述吸收边界条件的精度,沿人工边界 $\Gamma$ 在计算时间内的全局误差可以用Eulerian误差计算方法得到:

$$E = \sqrt{\frac{1}{N_c} \cdot \frac{1}{N_t} \sum_{m=1}^{N_c} \sum_{n=1}^{N_t} [u(x_m, y_m, t_n) - u_{ex}(x_m, y_m, t_n)]^2} \quad (15)$$

式中: $E$ 表示全局误差; $N_c$ 表示人工边界 $\Gamma$ 上用来计算误差的观测点个数; $N_t$ 表示在整个计算时间内选取的时间点的个数; $u(x_m, y_m, t_n)$ 表示原始模型点 $(x_m, y_m)$ 在 $t_n$ 时刻的位移; $u_{ex}(x_m, y_m, t_n)$ 表示扩展模型点 $(x_m, y_m)$ 在 $t_n$ 时刻的位移。在下文的图中,全局误差 $E$ 均表示为输入波位移幅值的百分比。

### 2.4 数值分析结果

为了验证本文吸收边界条件对不同类型波的效果,分别输入P波和SV波进行计算,在边界 $\Gamma_W$ 和 $\Gamma_S$ 输入如下形式的余弦波:

$$u_i = A_i [1 - \cos(\omega t - xk \sin \theta - yk \cos \theta)], \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

式中: $A_i$ 表示 $i$ 方向的位移幅值; $\omega=2\pi f$ 表示圆频率; $k$ 表示波数; $\theta$ 表示波的传播方向与边界法向之间的夹角,如图1所示。在本算例中, $A=0.004\text{m}$ , $f=4\text{Hz}$ 。为了验证本文吸收边界条件对不同入射角度的波的吸收能力,入射角 $\theta$ 在 $0$ 和 $90^\circ$ 之间变化。

吸收边界条件只作用在边界 $\Gamma_S$ 上,该边界同时也是波动输入边界。对于每个吸收边界节点,在该点邻域内选取5个点计算边界条件参数,在 $\Gamma_S$ 上选择10个观测点计算全局误差。

从图3和图4可以看出,如果输入波为P波,当入射角较小时,三种边界条件的精度相差不大,均在5%~15%之间变化;当入射角大于 $60^\circ$ 时,本文速度边界和力边界条件误差仍然很小,而粘性边界条件的误差急速增大,甚至接近40%。从图5和图6可以看出,如果输入波为SV波,当入射角较小时,三种边界条件的误差很接近,相比较而言速度边界的误差最大,在20%左右。随着入射角的增

大, 本文速度边界和力边界的误差仍比较平稳并保持较小, 而粘性边界条件的误差不断增大, 接近 40%。

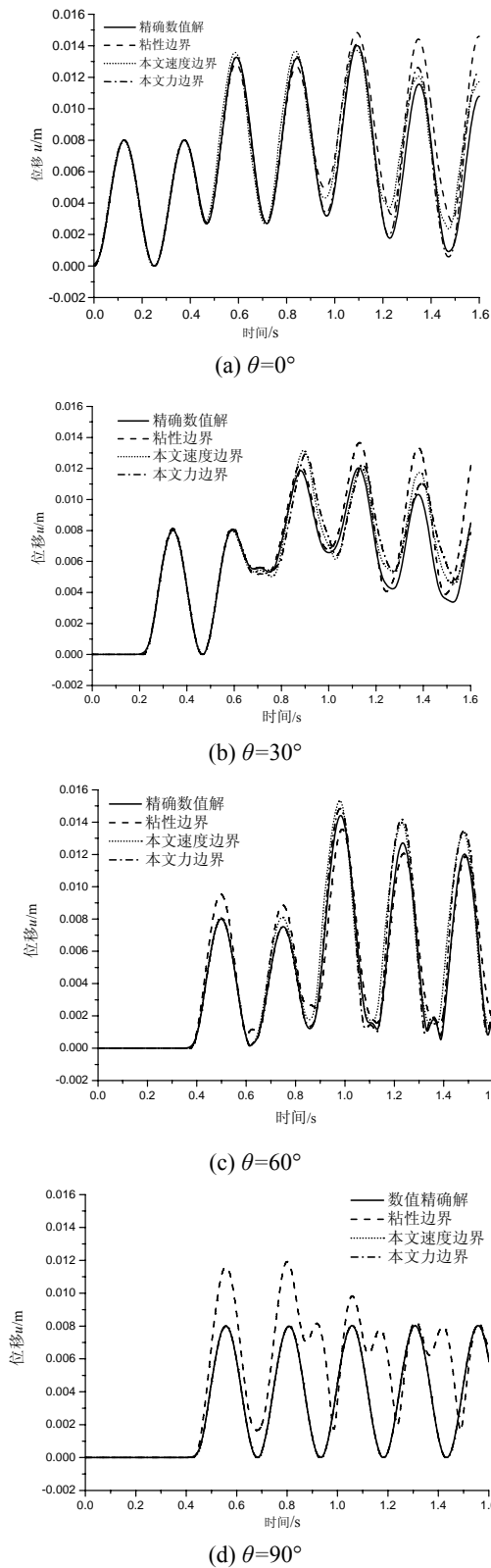


图3 输入不同方向 P 波观测点  $P(40,0)$  位移时程比较  
Fig.3 Time histories of displacement at  $P(40,0)$  for different angles of input P-wave

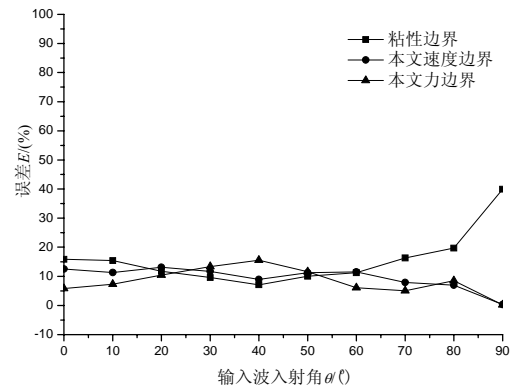
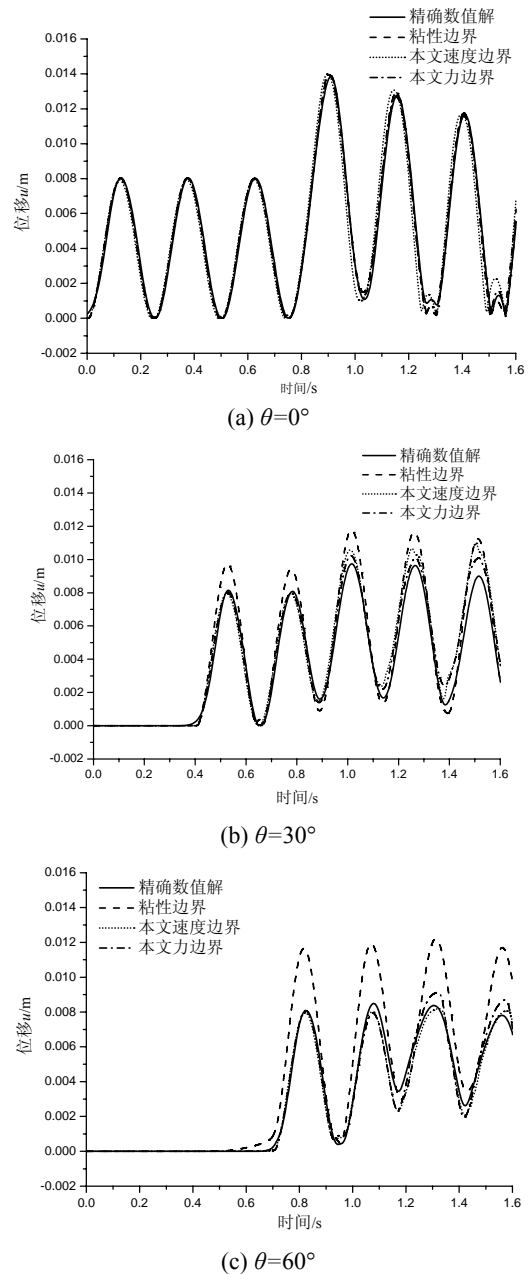


图4 输入不同方向 P 波本文边界与粘性边界误差比较  
Fig.4 Global errors of absorbing boundary conditions in this paper and viscous boundary condition for different angles of input P-wave



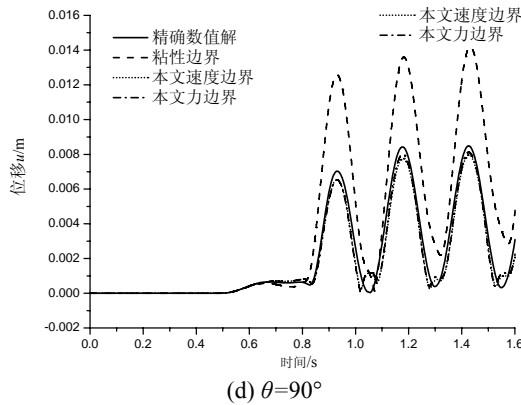


图5 输入不同方向 SV 波观测点  $P(40,0)$  位移时程比较  
Fig.5 Time histories of displacement at  $P(40,0)$  for different angles of input SV-wave

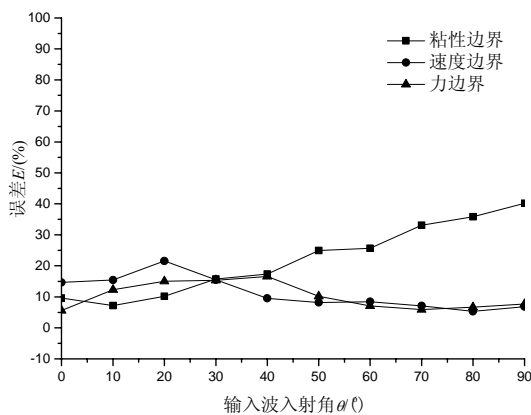


图6 输入不同方向 SV 波本文边界与粘性边界误差比较  
Fig.6 Global errors of absorbing boundary conditions in this paper and viscous boundary condition for different angles of input SV-wave

综合比较三种人工边界条件, 本文吸收边界条件的结果与精确数值解吻合的较好, 尤其是在输入波为 SV 波的情况下。从比较结果可以看出, 本文的以力边界形式作用的吸收边界条件对不同方向入射的 P 波和 SV 波均有较好的吸收效果, 最大误差不超过 15%, 具有一定的优越性。

### 3 结论

波的传播是岩土地震工程等研究中的一个重要内容, 如地震作用下边坡动力反应分析, 地基-结构动力相互作用, 地下工程地震动分析等问题, 但由于其模型的复杂性, 经常采用数值方法来分析其动力响应。利用有限模型数值方法研究能量开放系统中的波动问题时需要人为的在有限模型的截断面上设置人工边界条件, 来模拟波在介质中向无限远辐射的能量逸散效应。

本文通过修正 Higdon 一阶吸收边界条件, 提

出了一种适用于自由场边界和波动输入边界的吸收边界方法, 并编制了有限元计算程序。该方法首先将输入波分量引入 Higdon 一阶吸收边界条件中, 然后在每一时步用吸收边界邻域内的应变场或者速度场更新边界条件算子中的参数, 从而分别得到以速度边界或力边界的形式作用的吸收边界条件。在速度边界条件中, 当前时步的节点速度由上一时步的节点应变得得到; 在力边界条件中, 当前时步的节点力由上一时步的节点速度得到。

笔者用典型算例比较了本文吸收边界条件和常用的 Lysmer 和 Kuhlemeyer 粘性边界条件的精度。计算结果表明, 本文提出的吸收边界条件简化了地震动的输入步骤, 可以达到良好的边界处理效果, 精度明显高于粘性边界条件。综合考虑, 以力边界形式作用的吸收边界条件更为适用。

### 参考文献:

- [1] Kausel E, Peek R. Boundary integral method for stratified soil [R]. Cambridge: Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- [2] Chow Y K, Smith I M. Static and periodic infinite solid elements [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1981, 17(4): 503—526.
- [3] Burnett D S. A three-dimensional acoustic infinite element based on a prolate spheroidal multiple expansion [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1994, 96(5): 2798—2816.
- [4] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves [J]. Journal of Computational Physics, 1994, 114(2): 185—200.
- [5] Liao Zhenpeng, Wong H L. A transmitting boundary for the numerical simulation of elastic wave propagation [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1984, 3(4): 174—183.
- [6] 廖振鹏, 黄孔亮, 杨柏坡. 暂态波透射边界[J]. 中国科学(A), 1984, 26(6): 556—564.  
Liao Zhenpeng, Huang Kongliang, Yang Baipuo. A transmitting boundary for transient wave analyses [J]. Scientia Sinica (A), 1984, 27(10): 1063—1076. (in Chinese)
- [7] Lysmer J, Kuhlemeyer R L. Finite dynamic model for infinite media [J]. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, 1969, 95(EM4): 859—877.
- [8] Deeks A J, Randolph M F. Axisymmetric time-domain transmitting boundaries [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1994, 120(1): 25—42.

(参考文献[9]—[17]转第 29 页)

察了弹塑性非线性单自由度体系的等效参数与位移延性系数的对应关系,分析并推导了等效参数的计算公式。

#### 参考文献:

- [1] 李刚,程耿东. 基于性能的结构抗震设计:理论、方法与应用[M]. 北京:科学出版社,2004.  
Li Gang, Cheng Gengdong. The performance-based approach for seismic design: theory, method and application [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [2] 郭磊,李建中,范立础. 直接基于位移的结构抗震设计理论研究进展[J]. 世界地震工程, 2005, 21(4): 157—164.  
Guo Lei, Li Jianzhong, Fan Lichu. State-of-the-art of direct displacement-based seismic design theory for structures [J]. World Earthquake Engineering, 2005, 21(4): 157—164. (in Chinese)
- [3] Kowalsky M J, Priestley M J N, Macrae G A. Displacement-based design of RC bridge column in seismic regions [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1995, 24(12): 1623—1643.
- [4] Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures [M]. 2nd edn. New York: McGraw Hill, 1993.
- [5] Miranda E, Ruzi-Garcia J. Evaluation of approximate methods to estimate maximum inelastic displacement demands [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002, 31: 539—560.
- [6] Guyader A C, Iwan D. Determining equivalent linear parameters for use in a capacity spectrum method of analysis [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(1): 59—67.
- [7] Lin Y Y, Miranda E. Noniterative equivalent linear method for evaluation of existing structures [J]. Journal of Structural Engineering, 2008, 134(11): 1685—1695.
- [8] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [J]. Proceedings of the 6th International Symposium on Micromachine Human Society, 1995, 1: 39—43.
- [9] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm: Explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space [J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 58—73.
- [10] 吕西林,周定松. 考虑场地类别与设计分组的延性需求谱和弹塑性位移反应谱[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(1): 39—48.  
Lu Xilin, Zhou Dingsong. Ductility demand spectra and inelastic displacement spectra considering soil conditions and design characteristic periods [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(1): 39—48. (in Chinese)
- [9] 刘晶波,吕彦东. 结构-地基动力相互作用问题分析的一种直接方法[J]. 土木工程学报, 1998, 31(3): 55—63.  
Liu Jingbo, Lu Yandong. A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction [J]. China Civil Engineering Journal, 1998, 31(3): 55—63. (in Chinese)
- [10] 刘晶波,王振宇,杜修力,杜义欣. 波动问题中的三维时域粘弹性人工边界[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 46—51.  
Liu Jingbo, Wang Zhenyu, Du Xiuli, Du Yixin. Three-dimensional visco-elastic artificial boundaries in time domain for wave motion problems [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 46—51. (in Chinese)
- [11] Higdon R L. Absorbing boundary conditions for difference approximations to the multi-dimensional wave equation [J]. Mathematics of Computation, 1986, 47(176): 437—459.
- [12] Higdon R L. Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation [J]. Mathematics of Computation, 1987, 49(179): 65—90.
- [13] Higdon R L. Absorbing boundary conditions for elastic waves [J]. Geophysics, 1991, 56(2): 231—241.
- [14] Ju S H, Wang Y M. Time-dependent absorbing boundary conditions for elastic wave propagation [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, 50: 2159—2174.
- [15] Orlanski I. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows [J]. Journal of Computational Physics, 1976, 21: 251—269.
- [16] Durran D R, Yang M-J, Slinn D N, Brown R G. Toward more accurate wave-permeable boundary conditions [J]. Monthly Weather Review, 1993, 121(2): 604—620.
- [17] Itasca Consulting Inc. FLAC3D (fast lagrangian analysis of continua in three-dimensions), Version 2.1, User's Manual [R]. Minneapolis: Itasca Consulting Group Inc., 2002.

(上接第 22 页)