

DOI: 10.3901/JME.2011.07.073

## 横向磁场中载流薄板模态截断问题研究\*

王 平<sup>1,2</sup> 白象忠<sup>1</sup>

(1. 燕山大学建筑工程与力学学院 秦皇岛 066004;

2. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室 北京 100080)

**摘要:** 根据板壳理论与磁弹性理论,在不考虑感应电场,仅考虑机械场与磁场的相互耦合作用情况下,在薄板非线性运动方程、物理方程、几何方程、洛仑兹力表达式及电动力学方程的基础上,建立在横向磁场和机械载荷共同作用下的大挠度载流矩形薄板的非线性运动方程。以三边简支一边自由矩形薄板为例,给出板的单模态运动方程和双模态运动方程。利用数学计算软件,采用四阶 Ronger-Kuta 数值方法,模拟非线性系统在单、双模态位移模式下的时程图、庞加莱截面图、相轨迹图。讨论电磁参数和外载荷参数对板在单、双模态位移模式下的非线性行为的影响及差异。结果表明,这些参数对薄板的运动有较大的影响,通过调整电磁参数可控制系统的混沌运动,以实现对其运动特性的控制。

**关键词:** 磁弹性 非线性 大挠度 薄板 混沌

中图分类号: O343.1 O482.6

## Modal Truncation Problems of a Current Carrying Plate in a Transver Magnetic Field

WANG Ping<sup>1,2</sup> BAI Xiangzhong<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. The State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

**Abstract:** According to the theory of plates and shells and the magnetic-elasticity theory, without considering the induced electric field, and in the case of only considering the coupling of mechanical field and the magnetic field, the nonlinear kinetic equation of a current carrying plate applied mechanical load in a transverse magnetic field with large deflection is given out based on the nonlinear motion equations of a thin plate, physical equations, geometric equations, Lorentz force expression and power dynamic equation. Take a thin current carrying plate simply supported at three edges and the other's free as an example, the single or double mode nonlinear kinetic equations of the plate are shown here. The time history diagram, Poincare section plot and the phase trajectory of the nonlinear system with single or double mode large deflection are drawn through applied 4 orders Ronger-Kuta method by using calculating program. The differences and influence of the electro-magnet parameter and mechanical load to the nonlinear characters of the system are also discussed. The results show that the variation of these parameters will lead to significant influence on the motion of the plate. Through adjusting electro-magnet parameter, the chaos motion of the system can be controlled. Furthermore, the aim of controlling the characters of the chaotic motion of the system can be reached.

**Key words:** Magnet-elasticity Nonlinear Large deflection Thin plate Chaos

### 0 前言

有关混沌动力学特性的研究在诸多领域中有

着广泛的应用。例如,在机械工程领域中,朱才朝等<sup>[1-2]</sup>对风力发电齿轮箱系统及大功率船用齿轮箱系统耦合非线性动态特性进行了研究。随着电磁结构在高新技术领域中的应用日益增多,电磁弹性相互耦合作用的非线性力学行为也备受关注,对于磁弹性相互作用的动力系统,MOON 等<sup>[3]</sup>首次开展了有

\* 国家自然科学基金(50875230)和非线性力学国家重点实验室开放基金资助项目。20100616 收到初稿,20101213 收到修改稿

关混沌现象的试验研究; TANI 等<sup>[4]</sup>研究了铁磁悬臂梁式板处在均匀磁场中的混沌行为; THOMPSON 等<sup>[5]</sup>从试验的角度研究了磁弹性梁的混沌路径。近年来, 高原文等<sup>[6]</sup>对处在周期时变横向磁场中的不可移几何非线性铁磁筒支梁式薄板的混沌运动给予了理论上的定量搜索与分析。

从目前所有的研究成果来看, 对于非铁磁类材料的薄板、薄壳在电磁场与机械载荷共同作用下的混沌运动研究较少, ZHU 等<sup>[7]</sup>研究了在机械场与电磁弹性耦合作用下的四边固支矩形薄板的分岔与混沌运动问题。杨阳等<sup>[8]</sup>研究了筒支圆薄板在机械场与电磁场耦合作用下的分岔与混沌运动。朱卫国等<sup>[9]</sup>研究了横向磁场中矩形薄板在分布载荷作用下混沌运动。而对于载电流薄板在电磁场中采用双模态位移模式研究其混沌运动尚少见到相关文献。鉴于此, 本文以三边简支一边自由载流矩形薄板为例, 讨论了在电磁场与机械场耦合下, 电磁参数和外载荷参数对薄板在单、双模态位移模式下的运动特性的影响。结果表明, 这些参数对薄板的运动有较大的影响, 通过调整电磁参数可控制系统的混沌运动。本文的研究结果可在工程中作为载流电磁结构的性能设计参考。

## 1 基本方程

如图 1 所示, 矩形薄板, 长为  $l$ , 宽为  $b$ , 处于外加横向磁场  $\mathbf{B}(0, 0, B_{03})$  中, 通侧向电流  $\mathbf{I}(0, I_y, 0)$ 。  $B_{03}$  为垂直于薄板中面的磁感应强度,  $I_y$  为从  $y$  方向通入的侧向电流。在板边界  $x=0, l$  处施加均匀动载

$$p_x = p_0 + p \cos \omega t \quad (1)$$

式中  $p_0$  ——静载荷  
 $p$  ——载荷幅值  
 $\omega$  ——角频率  
 $t$  ——时间

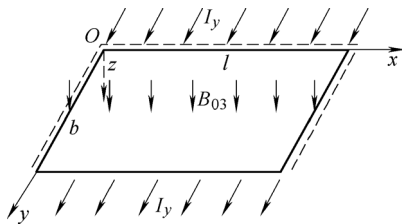


图 1 矩形薄板上电流磁场分布图

不考虑感应电场, 考虑机械场与磁场的相互耦合作用, 将沿厚度分布的洛仑兹力作为载荷, 简化到板的中面内, 其分量分别记为  $F_x$ 、 $F_y$ 、 $F_z$ 。将

各分量作为载荷加到板的运动方程中<sup>[10]</sup>, 得到载流薄板的非线性磁弹性横向动力方程为

$$\begin{cases} D\nabla^4 W + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \delta_0 \frac{\partial W}{\partial t} - hL(\varphi, W) + N \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \\ \nabla^4 \varphi + \frac{E}{2} L(W, W) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $W$  ——横向位移  
 $\rho$  ——质量密度  
 $h$  ——板厚  
 $\delta_0$  ——阻尼系数  
 $\varphi$  ——应力函数  
 $N$  ——中面内力  
 $E$  ——弹性模量

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

$$L(\cdot) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

$\mu$  ——材料泊松比

将侧向电流  $I_y$ , 磁感应强度  $B_{03}$  代入洛仑兹力表达式中可得<sup>[10]</sup>

$$F_y = F_z = 0 \quad F_x = I_y h B_{03}$$

且  $F_x$  可视为简化到中面上的均布随从力<sup>[11]</sup>, 则有

$$N = \int_x^l F_x dx + P_x = F_x(l-x) + P_x$$

三边简支一边自由矩形板的边界条件为

$$\begin{cases} x=0, l & W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \\ y=0 & W = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 \\ y=b & \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 W}{\partial y^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \end{cases} \quad (3)$$

假定满足位移边界条件的板的横向双模态位移模式为

$$W(x, y, t) = T_1(t) \left( \frac{y}{b} \right) \sin \frac{\pi x}{l} + T_2(t) \left( \frac{2y}{b} \right) \sin \frac{2\pi x}{l} \quad (4)$$

式中  $T_1$  ——对应双模态  $x_1$  的时间函数

$T_2$  ——对应双模态  $x_2$  的时间函数

将式(4)代入式(2)中第二式, 利用待定系数法可求得应力函数  $\varphi$ <sup>[12]</sup>

$$\varphi = \frac{El^2}{32b^2\pi^2} T_1^2 \left[ \cos \frac{2\pi x}{l} + 4 \left( \frac{\pi}{l} \right)^4 x^2 y^2 \right] + \frac{El^2}{32b^2\pi^2} T_2^2 \left[ \cos \frac{4\pi x}{l} + 64 \left( \frac{\pi}{l} \right)^4 x^2 y^2 \right] + \frac{4El^2}{b^2\pi^2} T_1 T_2 \left( \frac{1}{81} \cos \frac{3\pi x}{l} + \cos \frac{\pi x}{l} \right) \quad (5)$$

利用 Galerkin 原理

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint \left[ D\nabla^4 W + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \delta_0 \frac{\partial W}{\partial t} - hL(\varphi, W) + N \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] W_1^* ds = 0 \\ & \iint \left[ D\nabla^4 W + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \delta_0 \frac{\partial W}{\partial t} - hL(\varphi, W) + N \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] W_2^* ds = 0 \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$W_1^* = \left( \frac{y}{b} \right) \sin \frac{\pi x}{l} \quad W_2^* = \left( \frac{2y}{b} \right) \sin \frac{2\pi x}{l} \quad (7)$$

把式(4)、(5)、(7)代入式(6)，积分并化简得如下常微分方程组

$$\left\{ \begin{aligned} & \ddot{T}_1 + m_1 \dot{T}_1 + m_2 T_1 + m_3 T_1^3 + m_4 T_1 T_2^2 + m_5 T_1^2 T_2 + m_6 T_2^3 + m_7 T_2 + m_8 T_1 = 0 \\ & \ddot{T}_2 + n_1 \dot{T}_2 + n_2 T_2 + n_3 T_2^3 + n_4 T_2 T_1^2 + n_5 T_1^3 + n_6 T_2^2 T_1 + n_7 T_1 + n_8 T_2 = 0 \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_1 &= \frac{\delta_0}{\rho h} & m_2 &= -\frac{1}{\rho h} \left[ -D \left( \frac{\pi}{l} \right)^4 + B_{03} I_y h \frac{\pi^2}{2l} \right] \\ m_3 &= \frac{E\pi^2 (2\pi^2 - 15)}{24l^2 b^2 \rho} & m_4 &= \frac{2E\pi^2 (2\pi^2 - 15)}{3l^2 b^2 \rho} \\ m_5 &= -\frac{56E\pi^2}{9l^2 b^2 \rho} & m_6 &= -\frac{896E\pi^2}{9l^2 b^2 \rho} \\ m_7 &= -\frac{128B_{03} I_y}{9l\rho} & m_8 &= -\frac{\pi^2}{\rho h l} (P_0 + p \cos \omega t) \\ n_1 &= \frac{\delta_0}{\rho h} & n_2 &= \frac{2\pi^2}{\rho h l} \left( -D \frac{8\pi^2}{l^3} - B_{03} I_y h \right) \\ n_3 &= \frac{2E\pi^2 (8\pi^2 - 15)}{3l^2 b^2 \rho} & n_4 &= \frac{E\pi^2 (8\pi^2 - 15)}{24l^2 b^2 \rho} \\ n_5 &= \frac{4E\pi^2}{9l^2 b^2 \rho} & n_6 &= \frac{192E\pi^2}{9l^2 b^2 \rho} \\ n_7 &= -\frac{8B_{03} I_y}{9l\rho} & n_8 &= -\frac{4\pi^2}{\rho h l^2} (P_0 + p \cos \omega t) \end{aligned} \right. \quad (9)$$

令  $T_1 = c_1 x_1$  ,  $T_2 = c_2 x_2$  ,  $t = c_0 \tau$  , 则

$$\dot{T}_1 = \frac{c_1}{c_0} \dot{x}_1 \quad \dot{T}_2 = \frac{c_2}{c_0} \dot{x}_2 \quad \ddot{T}_1 = \frac{c_1}{c_0^2} \ddot{x}_1 \quad \ddot{T}_2 = \frac{c_2}{c_0^2} \ddot{x}_2 \quad (10)$$

将式(9)、(10)代入式(8)，得双模态方程

$$\left\{ \begin{aligned} & \ddot{x}_1 + \frac{m_1}{\sqrt{m_2}} \dot{x}_1 + x_1 + x_1^3 + \frac{m_4}{n_3} x_1 x_2^2 + \frac{m_5}{\sqrt{m_3 n_3}} x_2 x_1^2 + \frac{m_6 \sqrt{m_3}}{n_3 \sqrt{n_3}} x_2^3 + \frac{m_7 \sqrt{m_3}}{m_2 \sqrt{n_3}} x_2 + \frac{m_8}{m_2} x_1 = 0 \\ & \ddot{x}_2 + \frac{n_1}{\sqrt{m_2}} \dot{x}_2 + \frac{n_2}{m_2} x_2 + x_2^3 + \frac{n_4}{m_3} x_1^2 + \frac{n_5 \sqrt{n_3}}{m_3 \sqrt{m_3}} x_1^3 + \frac{n_6}{\sqrt{m_3 n_3}} x_2^2 x_1 + \frac{n_7 \sqrt{n_3}}{m_3 \sqrt{m_3}} x_1 + \frac{n_8}{m_2} x_2 = 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

式中,  $c_0 = 1/\sqrt{m_2}$  ,  $c_1 = \sqrt{m_2}/\sqrt{m_3}$  ,  $c_2 = \sqrt{m_2}/\sqrt{n_3}$  。在式(11)中, 令  $\dot{x}_2 = x_2 = \ddot{x}_2 = 0$  , 并记  $x_1 = x$  整理可得单模态方程为

$$\ddot{x} + \frac{m_1}{\sqrt{m_2}} \dot{x} + x + \frac{n_7 \sqrt{n_3}}{m_3 \sqrt{m_3}} x + x^3 + \frac{n_5 \sqrt{n_3}}{m_3 \sqrt{m_3}} x^3 + \frac{m_8}{m_2} x = 0 \quad (12)$$

## 2 数值模拟

取  $\delta = 0.005$  m ,  $l = 1.2$  m 、  $b = 1.5$  m 的铝制薄板,  $\rho = 2.67 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> ,  $E = 71$  GPa ,  $\mu = 0.34$  ,  $\delta_0 = 4.17 \times 10^2$  , 在下面的数值模拟中如无特殊说明, 侧向电流  $I_y = 4.0 \times 10^4$  A ,  $B_{03} = 0.3$  H ,  $P_0 = 500$  N 。为便于分析, 令:  $\omega c_0 = \omega^* = \pi$  ;  $p = 1000\bar{p}$  。用四阶 Runge-Kutta 方法求数值解。在下面的数值计算中, 采样周期为 200, 积分容许误差为  $10^{-6}$  。为了模拟矩形薄板的混沌运动, 在给定外载荷, 积分所得的时间响应中, 从外载荷反复 3 000 次后开始采集数据, 以保证系统动态响应已经达到稳定状态。这些资料包括位移、速度、外载荷、时间等, 将被用来产生相平面轨迹图、波形图以及庞伽莱截面图。

### 2.1 外载荷对单、双模态运动的影响

将上述参数代入双模态方程式(11)及单模态方程式(12)中, 得仿真结果如下。

数值模拟所采用的单、双模态位移模式为

$$W(x, y, t) = x(t) \left( \frac{y}{b} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$$

$$W^*(x, y, t) = x_1(t) \left( \frac{y}{b} \right) \sin \frac{\pi x}{a} + x_2(t) \left( \frac{2y}{b} \right) \sin \frac{2\pi x}{a}$$

从理论上可以知道, 如果单模态位移是可行的

话, 则当  $x = a/2$  时,  $W(x, y, t) = W^*(x, y, t)$ , 应该有  $x(t) = x_1(t)$ , 并且必须有

$$X(t) = \left| \frac{x_2(t) - x_1(t)}{x_1(t)} \right| \leq 1$$

由图 2~4 可看出, 单模态位移模式仿真结果得出了周期运动, 而双模态位移模式仿真结果均得出了混沌运动, 且  $x(t) \neq x_1(t)$ , 也就是说在定性和定量两个方面, 单模态位移模式得出了错误的结论。从图 3、4 还可看出, 只要  $x_1$  混沌, 则  $x_2$  也混沌。

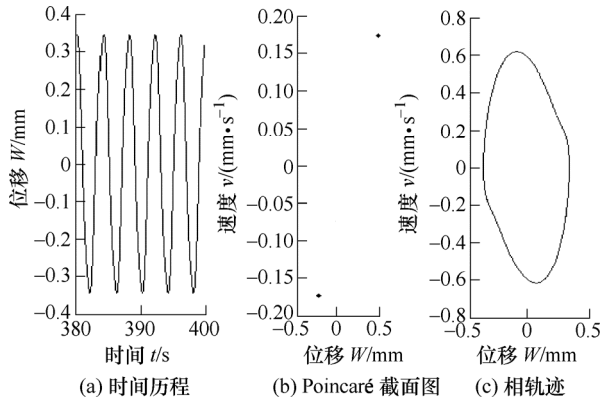


图 2 单模态  $x : \bar{p} = 20$

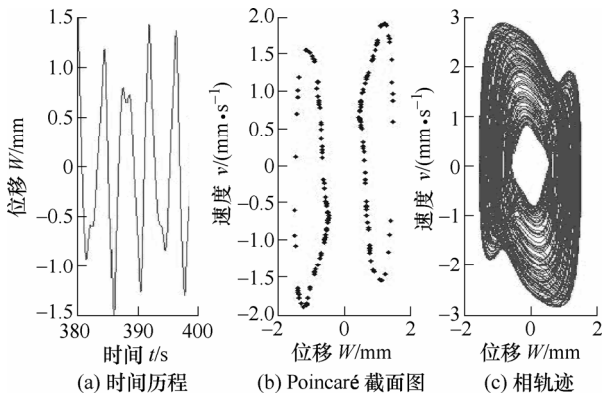


图 3 双模态  $x_1 : \bar{p} = 20$

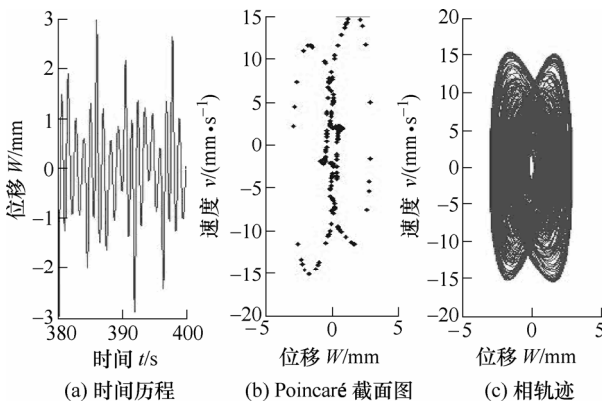


图 4 双模态  $x_2 : \bar{p} = 20$

从图 5~7 可以看出, 单、双模态位移模式仿真结果均得出周期运动。

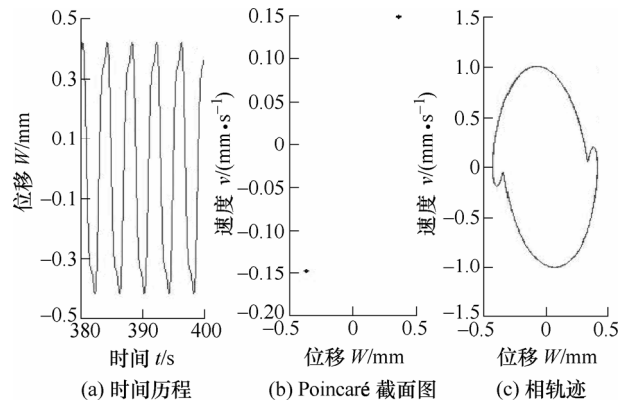


图 5 单模态  $x : \bar{p} = 40$

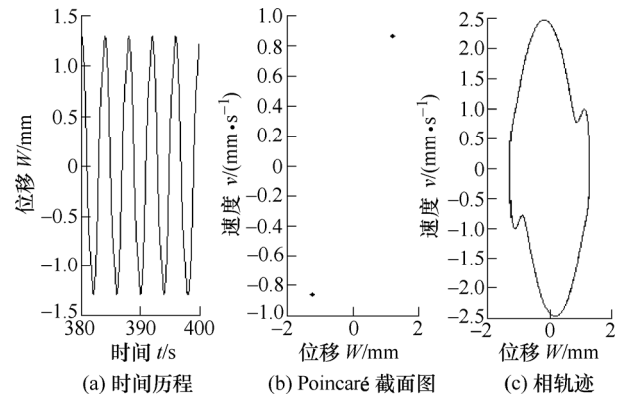


图 6 双模态  $x_1 : \bar{p} = 40$

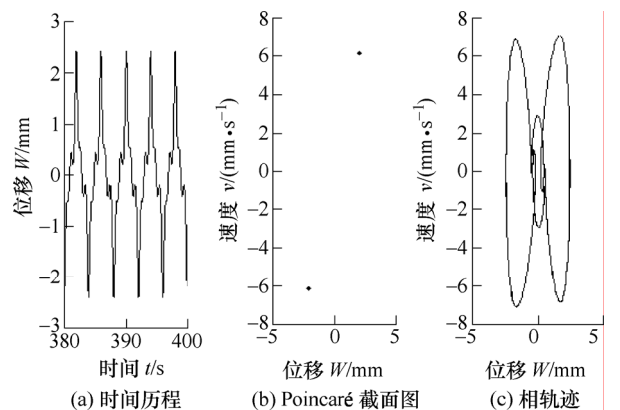


图 7 双模态  $x_2 : \bar{p} = 40$

从图 8~10 可以看出, 单模态位移模式仿真结果得出了混沌运动, 而双模态位移模式仿真结果得出周期运动, 且有  $x(t) = x_1(t)$  成立。但实际上, 单模态位移模式还是错误的, 因为此时  $X(t) \leq 1$  不成立。

由图 2~10 还可看到, 随着  $\bar{p}$  的逐渐增大, 单、双模态位移模式下的动力系统的运动状态都是从周期态到混沌态再到周期态变化, 但是当  $\bar{p}$  在 15~40 间变化时, 双模态位移模式下的动力系统的运动状态的交替变化比单模态位移模式下的要频繁。

### 2.2 磁场对单、双模态运动的影响

电流和外载荷不变, 改变磁感应强度大小, 数值仿真结果如图 11~19 所示。

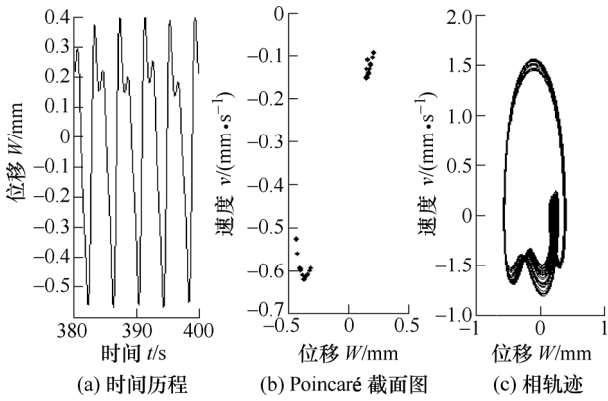


图 8 单模态  $x_1$ :  $\bar{p} = 50$

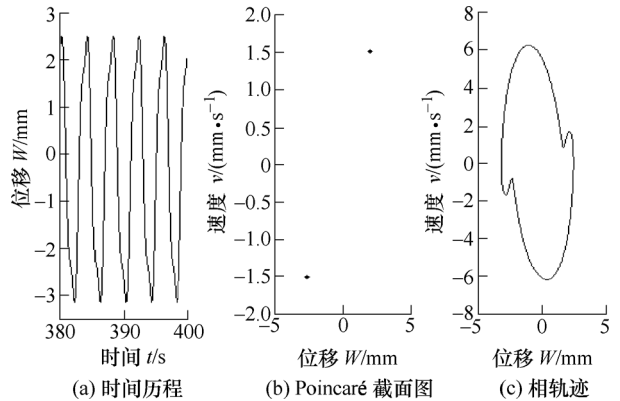


图 12 双模态  $x_1$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0.1H$

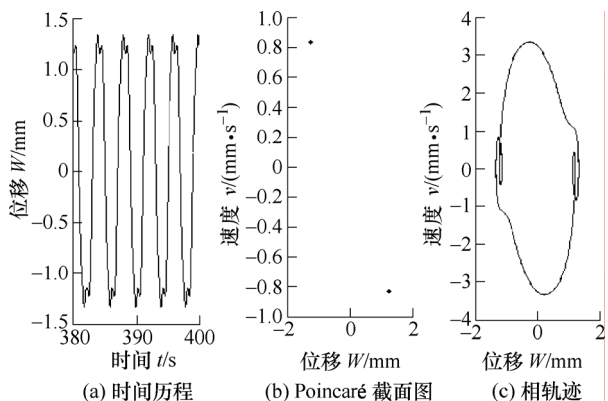


图 9 双模态  $x_1$ :  $\bar{p} = 50$

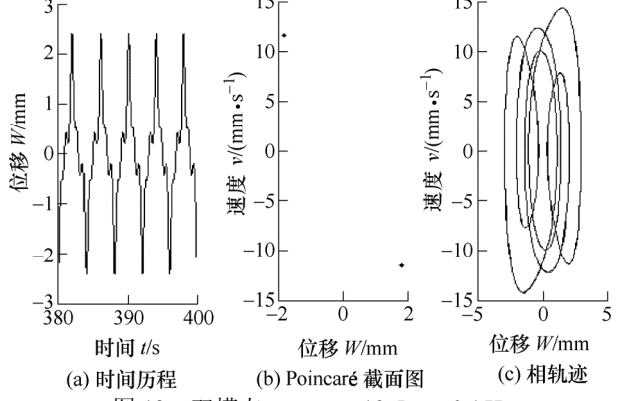


图 13 双模态  $x_2$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0.1H$

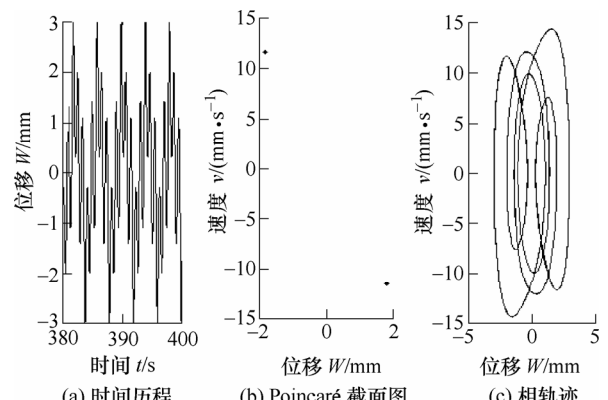


图 10 双模态  $x_2$ :  $\bar{p} = 50$

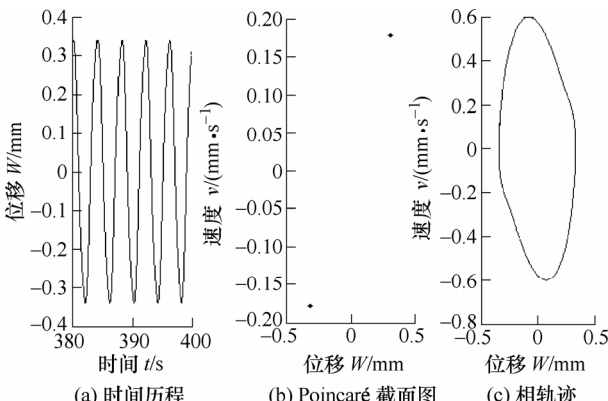


图 11 单模态  $x$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0.1H$

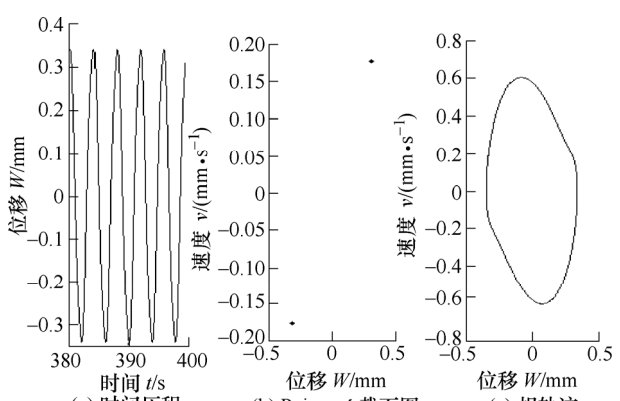


图 14 单模态  $x$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0.8H$

由图 11~13 可以看出，在给定的参数下，单、双模态位移模式仿真结果均得出了周期运动，事实上当  $0.1H \leq B_{03} \leq 0.4H$  时，仿真结果均得出了周期运动，且有  $x(t) = x_1(t)$ 、 $X(t) \leq 1$  成立，说明在定性和定量两个方面在这些参数区域下，采用单模态位移模式分析系统的非线性运动是精确的。

由图 14~16 可以看出，在给定参数下，随着磁感应强度的增大，单模态位移模式仿真结果得出了周期运动，而双模态位移模式仿真结果得出了混沌运动，且有  $x(t) = x_1(t)$ 、但  $X(t) \leq 1$  不成立，也就是说在定性和定量两个方面说明单模态位移模式得出了错误的结论。因此，在这些参数区域下，采用双模态位移模式来分析系统的非线性运动才是正确的。



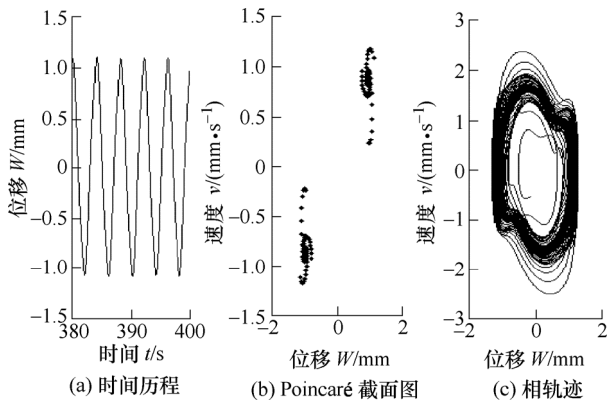


图 15 双模态  $x_1$ :  $\bar{p}=19, B_{03}=0.8\text{ H}$

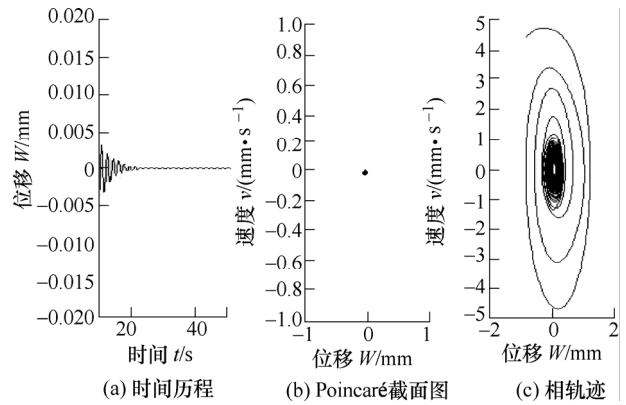


图 19 双模态  $x_2$ :  $\bar{p}=19, B_{03}=1.0\text{ H}$

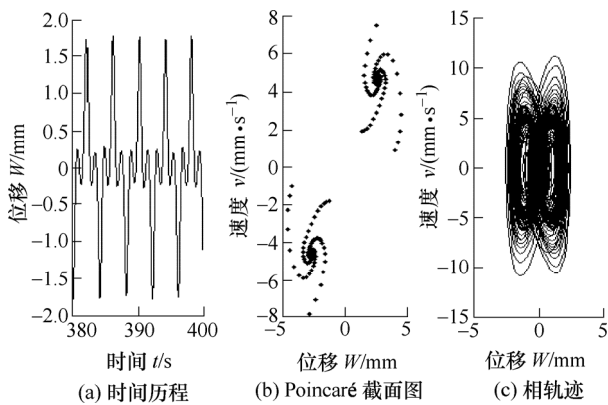


图 16 双模态  $x_2$ :  $\bar{p}=19, B_{03}=0.8\text{ H}$

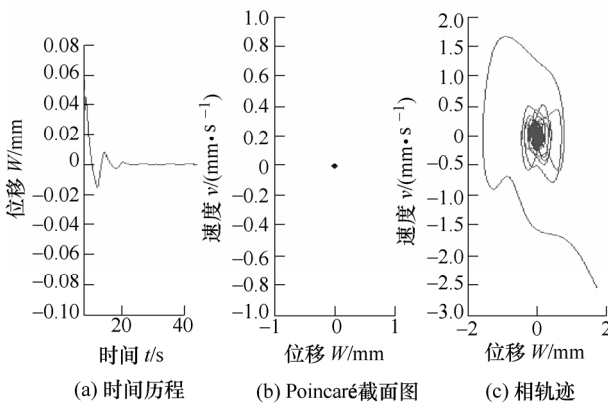


图 17 单模态  $x_1$ :  $\bar{p}=19, B_{03}=1.0\text{ H}$

由图 17~19 可看出, 当磁感应强度继续增大, 在给定参数下, 单、双模态位移模式仿真结果均得出了周期运动, 但实际上单模态位移模式还是错误的, 因为此时  $X(t) \leq 1$  不成立。

图 11~19 中, 当  $0.1\text{ H} \leq B_{03} \leq 1.0\text{ H}$ , 单模态位移模式仿真结果均得出了周期运动, 而从双模态位移模式仿真结果来看: 系统从周期运动进入混沌运动, 再进入周期运动。因此, 磁场强度对动力系统的双模态位移模式运动状态的影响较大。其次, 还可看到当其他参数固定, 适当选择磁场强度可以控制系统的混沌运动。

### 2.3 电流对单、双模态运动的影响

在磁感应强度和外载荷固定的情况下, 改变电流强度大小, 数值仿真结果如图 20~28 所示。

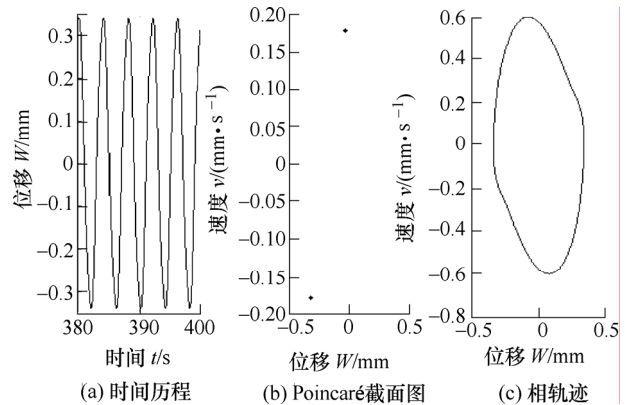


图 20 单模态  $x_1$ :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=8\text{ kA}$

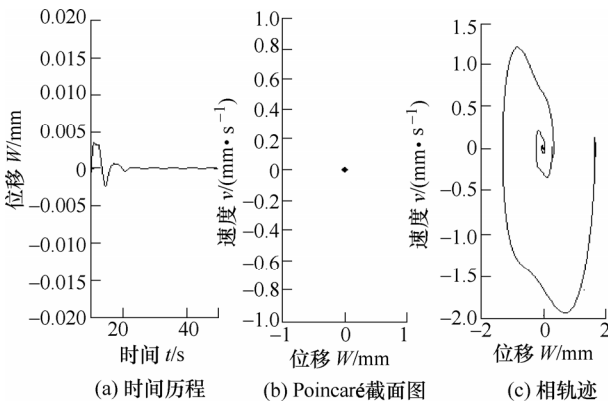


图 18 双模态  $x_1$ :  $\bar{p}=19, B_{03}=1.0\text{ H}$

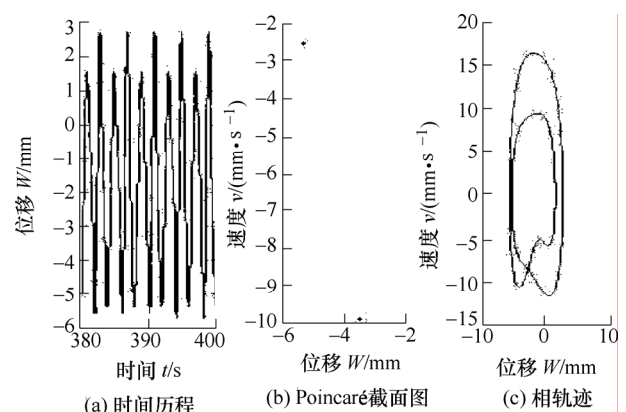


图 21 双模态  $x_1$ :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=8\text{ kA}$

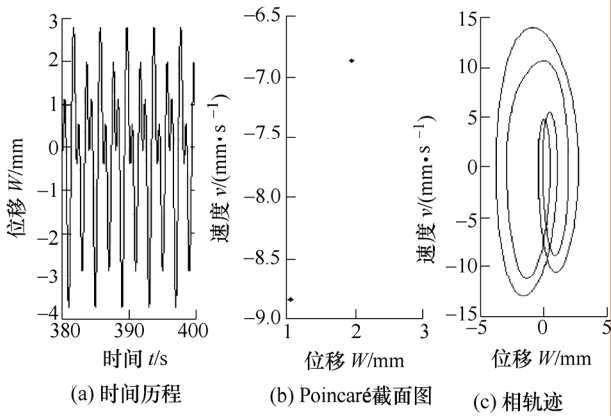


图 22 双模态  $x_2$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=8 \text{ kA}$

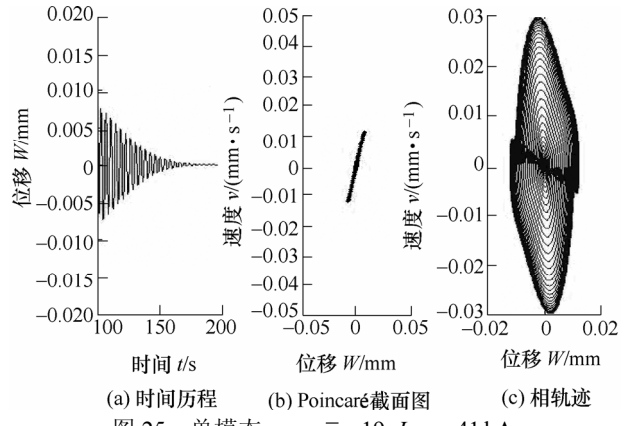


图 25 单模态  $x_2$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=41 \text{ kA}$

由图 20~22 可看出, 在给定参数下, 单、双模态位移模式仿真结果均得出了周期运动。

图 23~25 在给定参数下单模态位移模式仿真结果是周期运动, 而双模态位移模式仿真结果是混沌的, 但是都有  $x(t) = x_1(t)$ 、 $X(t) \leq 1$ , 也就是说在定性和定量两个方面都说明了在这两组参数下, 采用单模态位移模式分析矩形薄板的非线性运动是正确的。

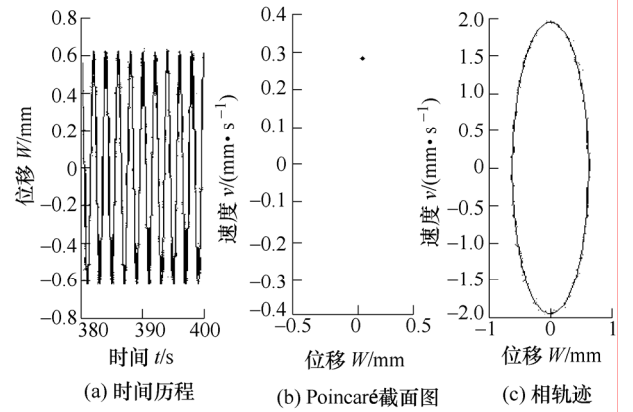


图 26 单模态  $x$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=150 \text{ kA}$

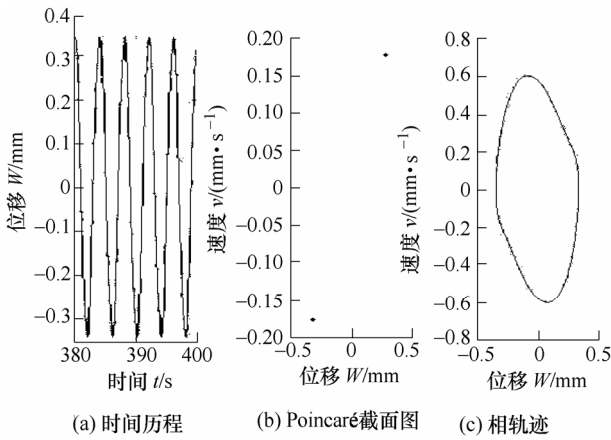


图 23 单模态  $x$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=41 \text{ kA}$

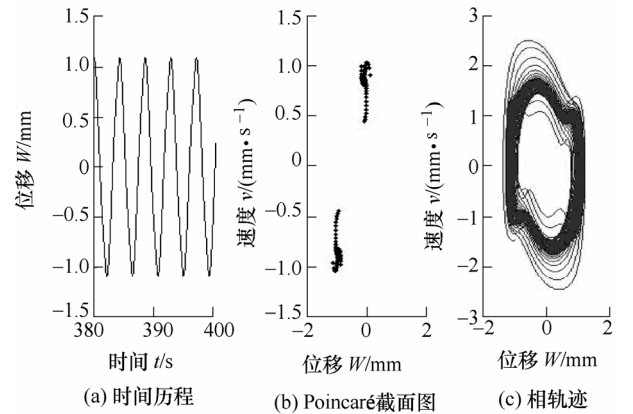


图 27 单模态  $x_1$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=150 \text{ kA}$

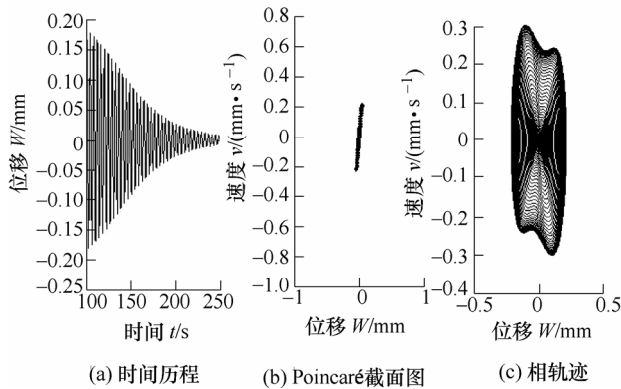


图 24 双模态  $x_1$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=41 \text{ kA}$

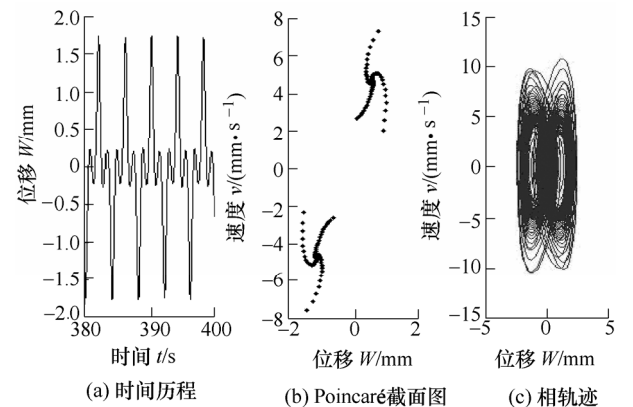


图 28 单模态  $x_2$  :  $\bar{p}=19, J_{cl2}=150 \text{ kA}$

由图 26~28 可看出,在给定参数下,单位位移模式仿真结果得出了周期运动,而双模态位移模式仿真结果均得出了混沌运动,且有  $x(t) = x_1(t)$ 、 $X(t) \leq 1$  不成立,因此采用双模态位移模式来分析矩形薄板的非线性运动才能得出正确的结论。

由图 20~28 还可看出,电流强度对动力系统运动的影响是不可忽视的,适当选择电流强度的取值范围可控制系统的混沌运动。

最后,取  $\bar{p} = 19$ ,  $B_{03} = 0 \text{ H}$ ,  $J_{cl2} = 0 \text{ A}$ , 其他参数不变,得数值仿真结果如图 29~31。由图 29~31 可看出,在此组参数下,薄板的单、双位移模式仿真结果均出现了混沌运动。

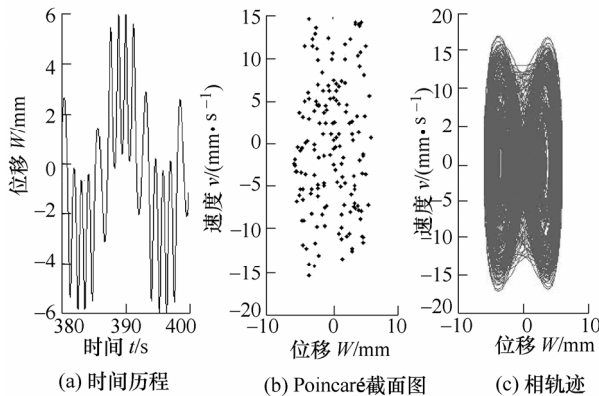


图 29 单模态  $x$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0 \text{ H}, J_{cl2} = 0 \text{ A}$

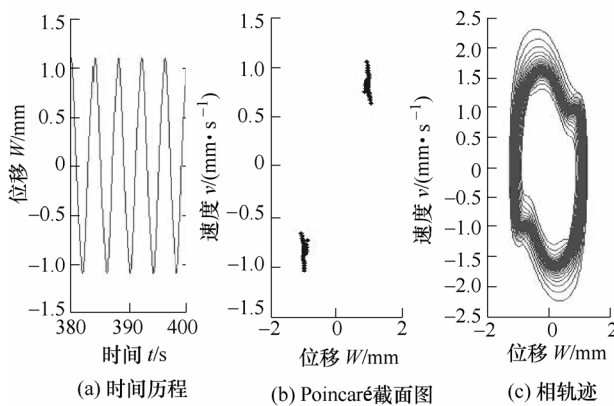


图 30 双模态  $x_1$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0 \text{ H}, J_{cl2} = 0 \text{ A}$

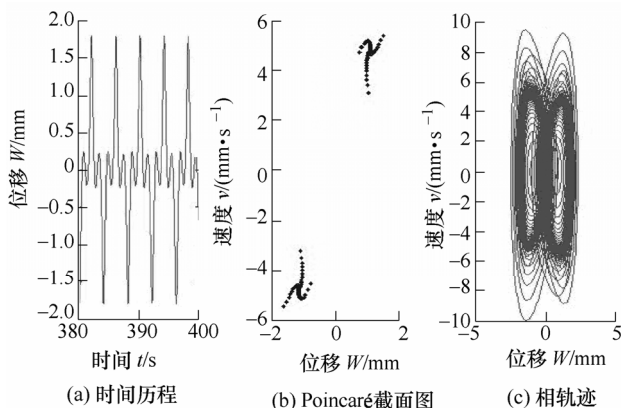


图 31 双模态  $x_2$ :  $\bar{p} = 19, B_{03} = 0 \text{ H}, J_{cl2} = 0 \text{ A}$

由图 20~22 和图 29~31 可以看出:让薄板处于适当强度的磁场中,并通入适当的电流,可控制混沌运动的发生,此时只要采用单模态位移模式分析载流矩形薄板的非线性运动即可。

### 3 结论

(1) 在外载荷、电磁参数的某些区域,无论是在定性上,还是定量上,单、双模态位移模式得出的分析结果都是一致的,也就是在此区域采用单模态位移模式分析非线性运动具有足够的精度。

(2) 在外载荷、电磁参数的某些区域,单、双模态位移模式得出的结果是不一致的,这包含定性上一致、定量上不一致和定性、定量均不一致三种情况。因此,在这些区域不能采用单模态位移模式结构分析非线性运动,而必须采用双模态位移模式或者更高阶的模态位移模式进行分析,否则可能会得出错误的结论。

(3) 在机械场和电磁场共同作用下的载流矩形薄板系统的运动方程具有明显的非线性,运动特性比较复杂。同时仿真结果还反映了系统混沌运动更丰富、复杂的状态特性。随着参数的变化,系统的运动状态从周期态到混沌状态再到周期态变化,这些是动力系统混沌运动的独特的数字特性,对了解混沌运动规律性十分重要,而用 Melnikov 理论的解析方法是无法得到的。

(4) 磁场强度、电流强度对薄板的运动有较大的影响,可通过调整电磁参数控制系统混沌运动的发生或使系统进入混沌运动状态,以实现对其运动特性的控制。

(5) 本文的研究结果可为载流电磁结构的安全性、可靠性设计提供参考。

### 参 考 文 献

- [1] 朱才朝. 风力发电齿轮箱系统耦合非线性动态特性的研究[J]. 机械工程学报, 2005, 41(8): 203-207.  
ZHU Caichao. Analysis of nonlinear coupling dynamic characteristics of gearbox system about wind-driven generator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(8): 203-207.
- [2] 朱才朝, 陆波, 宋朝省, 等. 大功率船用齿轮箱系统耦合非线性动态特性的研究[J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 31-35.  
ZHU Caichao, LU Bo, SONG Chaosheng, et al. Research on nonlinear coupling dynamic characteristics of large burden marine Gearbox[J]. Journal of Mechanical



- Engineering, 2009, 45(9): 31-35.
- [3] MOON F C, HOLMES P J. A magnetoelastic strange attractor[J]. Journal of Sound and Vibration, 1979, 65(2): 275-296.
- [4] TANI J, ZHU Q, TAKAGI T, et al. Experiments on caotic motions of a magnetoelastically buckled beam[J]. Journal of Applied Electromagnetics in Materials, 1992, 22: 317-324.
- [5] THOMPSON R C A, MULLIN T. Routes to chaos in a magneto-elastic beam[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 1997, 8(4): 681-697.
- [6] 高原文, 周又和, 郑晓静. 横向磁场激励下铁磁梁式板的混沌运动分析[J]. 力学学报, 2002, 34(1): 101-108.  
GAO Yuanwen, ZHOU Youhe, ZHENG Xiaojing. Analysis of chaotic motions of geomeirically nonlinear ferromagnetic beam-plates excited by transverse magnetic fields[J]. Acta Mechanica Sinica, 2002, 34(1): 101-108.
- [7] ZHU Weiguo, BAI Xiangzhong. Bifurcation and chaos of a four-side fixed rectangular thin plate under the action of electromagnetic and mechanic fields[J]. Zhejiang University Natural Science A, 2009, 10(1): 62-71.
- [8] 杨阳, 朱为国, 白象忠. 简支圆薄板在机械场与电磁场耦合作用下的分岔与混沌[J]. 振动与冲击, 2008, 27(4): 30-34.  
YANG Yang, ZHU Weiguo, BAI Xiangzhong. Bifurcation and chaos of a simply supported thin circular plate under coupling action of an electromagnetic field and mechanic field[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(4): 30-34.
- [9] 朱卫国, 白象忠. 横向磁场中矩形薄板在分布载荷作用下混沌分析(I)[J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(2): 156-161.  
ZHU Weiguo, BAI Xiangzhong. The chaos analysis of rectangular plate under distributed load in transverse magnetic field(I)[J]. Journal of Dynamics and Control, 2006, 4(2): 156-161.
- [10] 白象忠. 板壳磁弹性理论基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.  
BAI Xiangzhong. Foundmental magnetic-elasticity theory of plates and shells[M]. Beijing: China Machine Press, 1996.
- [11] 莫宵伊, 计伊周, 王忠民. 矩形薄板在非保守力作用下的动力稳定性[J]. 西安理工大学学报, 2000, 16(4): 370-375.  
MO Xiaoyi, JI Yizhou, WANG Zhongmin. Dynamic stability of rectangular plates under the action of nonconservative forces[J]. Journal Xi'an University of Technology, 2000, 16(4): 370-375.
- [12] 吴连元. 板壳稳定性理论[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996.  
WU Lianyuan. Stability theory of plates and shells[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1996.

作者简介: 王平, 男, 1965年出生, 博士。主要研究方向为磁弹性理论及其应用。

E-mail: wangpin0721@sina.com

白象忠, 男, 1942年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为磁弹性理论及其应用。

E-mail: baixiangzhong@sohu.com