



矩形液池中热毛细对流起振过程的数值模拟

胡文瑞*, 唐泽眉, 李凯

中国科学院微重力重点实验室(国家微重力实验室), 中国科学院力学研究所, 北京 100190

* E-mail: wrhu@imech.ac.cn

收稿日期: 2009-07-31; 接受日期: 2009-10-19

中国科学院重要方向项目(批准号: KJCX2-YW-L08)和国家自然科学基金项目(批准号: 10872202)资助

摘要 本文数值研究微重力条件下浅液池中 Pr 数流体($Pr = 105.6$)热毛细对流的转捩过程. 当液池两侧的温度差超过临界温度差时, 在液池中会出现热毛细振荡对流. 振荡对流的涨落值远小于时间平均值, 涨落值表现为从冷端向热端传播的热流体波. 起振时, 涨落值的胞元分布在液层的中心区域; 随着外加温度差的增加, 涨落值的胞元逐渐充满液层. 本文的结果显示了有限延伸矩形容器液层中热毛细对流及其起振过程与其它类型热毛细对流不同的特征.

关键词
热流体波
转捩
数值模拟
微重力

当自由面存在外加温度梯度时, 在液层表面附近, 表面张力梯度将驱动流体向低温处运动, 形成热毛细对流. 热毛细对流是微重力环境或地面小尺度过程中的一种主要的自然对流形式, 在微重力环境中可进行深入的研究^[1]. 浮区对流模型研究的比较多^[2]; 圆柱形容器中有自由面液体的热毛细对流也有理论和空间实验研究^[3]; 矩形液池中的热毛细对流还仅限于地基研究, 尚无成功的空基实验结果^[4,5]. 热毛细对流研究的一个重要课题是起振过程, 即当外加温度差逐渐增加时, 流动状态由定常的层流转为不定常的振荡流. 流动的转捩是流体力学关注的过程, 也和材料加工过程密切相关.

矩形液池的热毛细对流的理论研究始于Carpenter和Homsy^[6], 他们用线性稳定性的方法得到了临界温差, 提出了热流体波的概念, 广泛用于解释热毛细振荡对流的机理. 以后, 遵循这个思路, 许多工作研究了热毛细波的特征^[7-9]. 浮区液桥和圆柱形容器中液柱的热毛细对流的起振过程是一个非线性过程, 即振荡流的扰动速度与平均速度具有相同的量级, 而温度扰动量的

幅度比平均值小, 但也明显可测. 数值模拟的结果表明, 在微重力环境中, 矩形容器中 $10cSt$ 硅油为液层介质的热毛细振荡对流的涨落量的幅度极小, 最大涨落速度、最大涨落温度和最大涨落压力与其平均值之比分别为 0.51% , 0.05% 和 0.38% ^[10]. 热毛细对流中的涨落量的发生和发展有一个过程.

本文研究微重力环境下矩形容器液层中热毛细对流的起振过程, 数值模拟的方法与文献^[10]相同, 重点关注热毛细振荡对流的发生、发展以及与热流体波的关系. 下一节概要介绍物理模型和计算方法, 第2节是主要计算结果, 最后是总结和讨论.

1 物理和数学模型

如图1所示, 矩形槽中的10号硅油($Pr = 105.6$)二维流体层, 高 $h = 4$ mm, 长 $l = 52$ mm. 容器左壁的温度 T_h 较右壁温度 T_c 要高, 温度之差为 $\Delta T = T_h - T_c$, 液层底部是固体边界, 上表面与空气相接可以变形, 上下边界均是绝热的. 在计算中认为粘性和扩散系数不随温

引用格式: Hu W R, Tang Z M, Li K. Numerical study on onset of oscillatory thermocapillary flow in rectangular liquid pool. Sci China Tech Sci, 2010, 53: 1069-1076, doi: 10.1007/s11431-010-0044-1

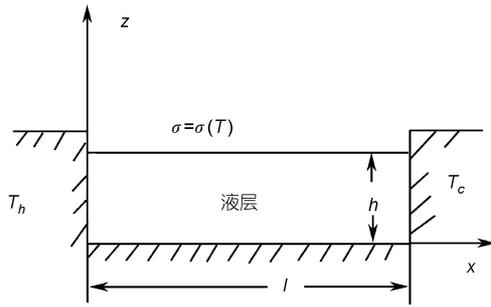


图1 矩形液池中的热毛细对流液层示意图

度变化, 流体不可压缩, 采用 Boussinesq 近似. 重力加速度取为为零. 自由面上的表面张力随温度线性变化, $-\partial\sigma/\partial T$ 是正常数. 液层高度 h , 温度差 ΔT 和速度 $U_r = |\partial\sigma/\partial T| \Delta T / \mu$ 被取作特征长度, 特征温度和特征速度. 压力用 $\mu U_r / h$ 进行无量纲, 其中 μ 是动力学粘性系数.

引入无量纲涡度 $\omega = (\omega_\xi, \omega_\theta, \omega_\zeta)$ 和流函数 $\psi = (\psi_\xi, \psi_\theta, \psi_\zeta)$, 其定义如下:

$$\nabla \times \psi = V, \quad (1)$$

$$\nabla \times \nabla \times \psi = \omega. \quad (2)$$

用涡度, 流函数表示无量纲方程和边界条件. 连续性方程自动满足, 无量纲动量方程和温度方程分别表示为下式:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + V \cdot \nabla \omega - \omega \cdot \nabla V = \frac{1}{Re^*} \nabla^2 \omega, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + V \cdot \nabla \Theta = \frac{1}{Ma^*} \nabla^2 \Theta. \quad (4)$$

对二维问题, 无量纲边界条件如下:

$$\xi = 0: \psi_\theta = 0, \omega_\theta = -\frac{\partial w}{\partial \xi}, \Theta(0, \tau) = f(\tau), \quad (5)$$

$$\xi = 1: \psi_\theta = 0, \omega_\theta = -\frac{\partial w}{\partial \xi}, \Theta(1) = 0, \quad (6)$$

$$\zeta = 0: \psi_\theta = 0, \omega_\theta = \frac{\partial u}{\partial \zeta}, \frac{\partial \Theta}{\partial n} = 0, \quad (7)$$

$$\zeta = R(\xi, \tau): \psi = 0. \quad (8)$$

自由面上的切向应力平衡给出了自由面上涡度边界条件,

$$\omega = \frac{(1+R'^2)}{(1-R'^2)} \frac{\partial T}{\partial S} + \frac{2R'}{(1-R'^2)} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \xi \psi}{\partial \xi} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(-\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right). \quad (9)$$

自由面上的温度条件为

$$\frac{\partial \Theta}{\partial n} = 0. \quad (10)$$

自由面上的法向应力平衡条件为

$$(P - P_\infty) = \frac{2}{(1+R'^2)} \left[R'^2 \frac{\partial U}{\partial \xi} - R' \left(\frac{\partial W}{\partial \xi} + \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial W}{\partial \zeta} \right] - \frac{R''}{Ca \cdot (1+R'^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

U 和 W 分别代表 ξ 和 ζ 方向的流动速度, 其中 $\xi = x/d$, $\zeta = z/d$. 自由面的坐标是 $\zeta = R(\xi, \tau)$, 在计算过程中, 自由面在左右边界处均为 $\zeta = 1$, 相应于在液面与固壁相交处采用了控制液面高度的措施. 其中 n 为自由面的垂直方向上的单位法线矢量. 初始液层没有温度差, 液层的自由面为静止平面.

用分步杂交有线元方法, 在上述初始条件和边界条件下求解方程(3)和(4). 液层在 x, z 方向被分为 121×21 个网格, 相应于计算区域被划分为 4800 个三角元, 共有 2541 个节点. 在 $t = 0$ 时自由面保持平面, 左右两侧边界和液层均维持室温 T_0 . 当 $t > 0$ 时, 左壁 $x = 0$ 处的温度以常加热速率 0.5°C/s 从 T_0 增加到预期设定值, 例如 $T_0 + 25^\circ\text{C}$, 然后维持此温度不变, 而右壁仍维持室温 T_0 不变, 从而, 在液池两端形成了作用温度差 $\Delta T = T_h - T_c$. 在此温度差的作用下, 液层中的流场和温度分布可以由数值计算得到. 由于 10 号硅油的 Pr 数很大, 自由面变形很小^[5], 在计算中, 近似地将液层表面取为平面. 计算程序的校验在文献 [10] 中进行了讨论, 本文中不再重复.

2 数值结果

由于矩形液层中的涨落量十分小, 用总速度或总温度来描述不定常的涨落量时, 很难看到明显的涨落量的变化. 仿照文献[10]的方法, 将涨落量定义为总量与时间平均量之差, 例如

$$u(x, z, t) = u_0(x, z) + u'(x, z, t), \quad (12)$$

其中 $u(x, z, t)$ 为 x 方向总速度, $u_0(x, z)$ 为 x 方向平均速度, $u'(x, z, t)$ 为涨落速度, 其中

$$u_0(x, z) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u(x, z, t) dt, \quad (13)$$

τ 是大于振荡周期的特征时间. 数值模拟结果显示,

矩形容器中液层的热毛细振荡对流涨落量比平均量小 2 个数量级以上.

图 2 给出了外加温度差大于 19°C 以后的总流函数 ψ (左) 和涨落速函数 ψ' (右) 的几个典型值. 图 2 中实线表示流函数值为正, 虚线表示流函数值小于零. 总流函数 ψ 的分布趋势基本相同, 即液层表面的温度梯度驱动液层上面的流体从热端流向冷端, 液层下面的流体从冷端流向热端. 当外加温差 $\Delta T = 21.02^\circ\text{C}$ 时, 液层中的流函数开始出现 6 个涨落量的胞元, 占据液层中部的大部分区域, 如图 2 所示. 这些涨落流函数的胞元随着时间的增加从液层的冷端向热端移动, 与热流体波的传播方向一致. 当外加温差为 23.00°C 时, 涨落场胞元发展为 7 个; 当外加温差达到 29.00°C 时, 涨落场胞元数达到 9 个, 基本上把液层充满. 与 Benard 对流中胞元的分叉不同, 热毛细振荡对流液层中的胞元对应于微量的涨落场演化, 而总

流函数的分布仍是一个胞元. 与定常半浮区热毛细对流也不同, 当外加温差较大时, 速度场分布也会出现多个胞元结构; 而液层中热毛细振荡对流的胞元结构对应于振荡涨落场的分布.

图 3 给出了温度分布随外加温差增加时的演化过程, 其中左图为总温度分布, 右图为涨落温度分布. 与涨落流函数相同, 涨落温度出现在外加温差为 21.02°C 时, 在液层中心区域呈胞元结构. 随着外加温差的增加, 温度分布的胞元逐渐充满液层.

图 4 给出了微重力情况下热流体波的演化过程. 增加左, 右边壁之间的作用温度差, 随着温度差继续增加到 $\Delta T = 21.02^\circ\text{C}$, 热流体波在液层中出现. 图 4 的左侧是自由面上扰动速度随时间的演化, 右图是扰动温度随时间的演化, 呈现为从冷端向热端传播的热流体波. 从图 2 和 3 可以看出, 很难从液层的总流场和总温度变化直接观测到振荡对流的行波传播,

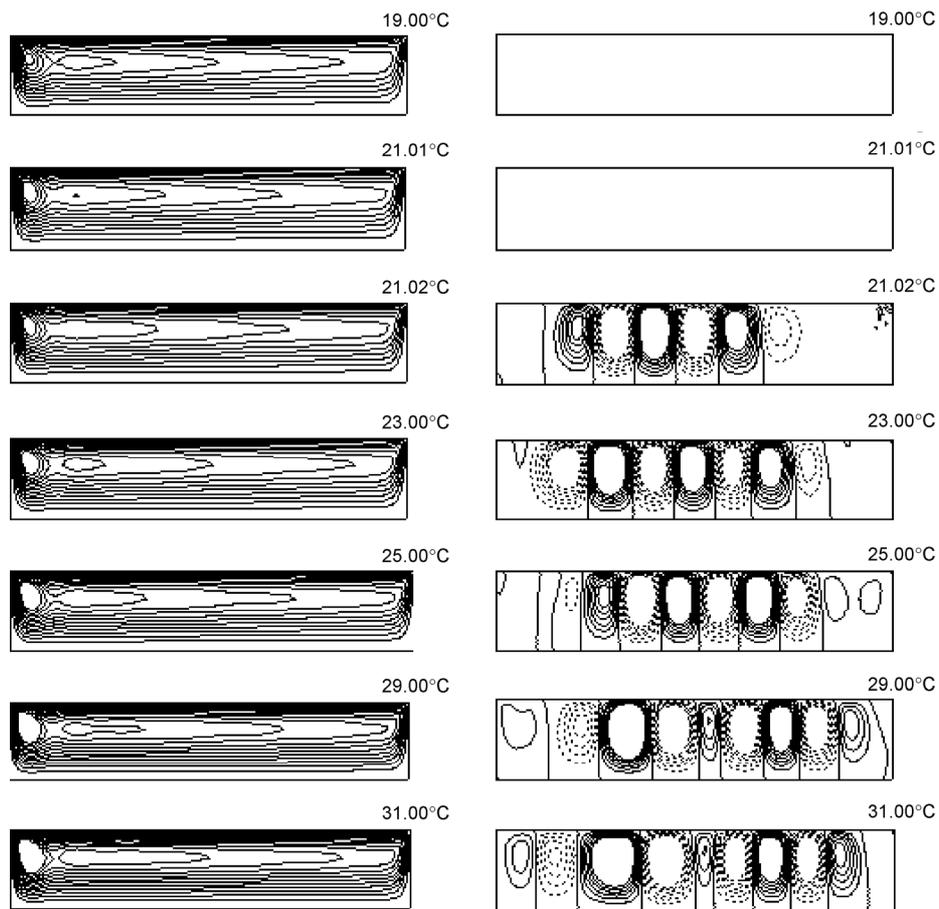


图 2 总流函数 ψ (左) 和涨落流函数 ψ' (右) 的演化

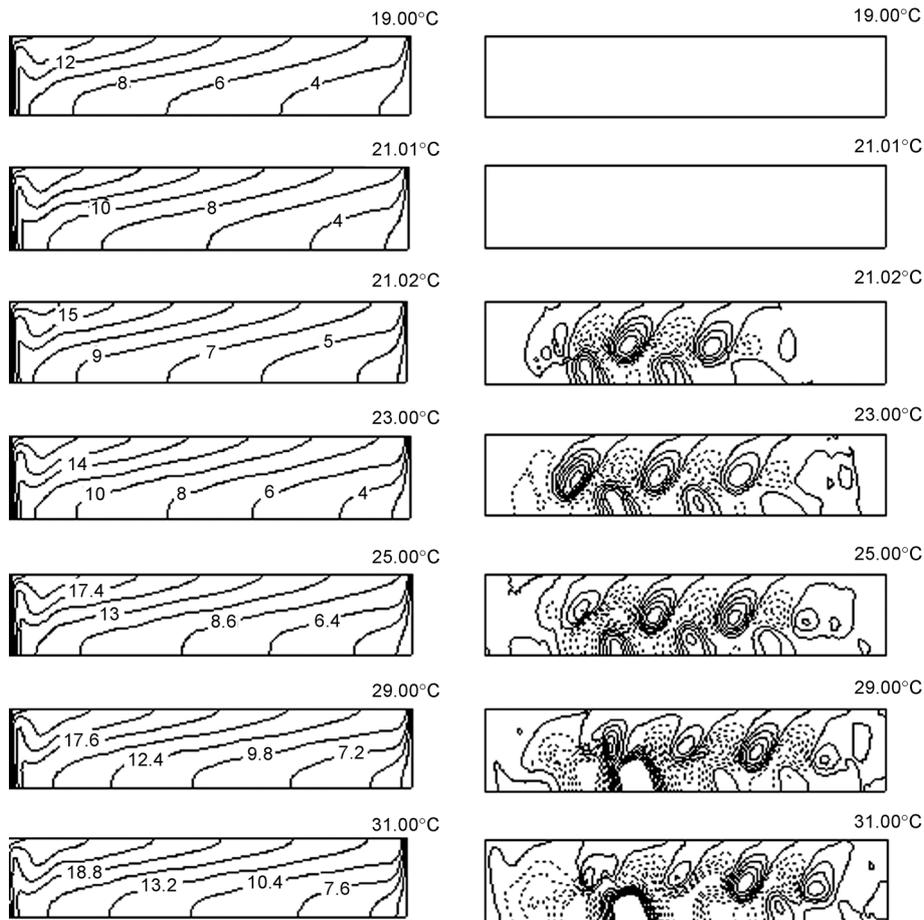


图3 总温度场(左)和涨落温度场(右)的演化

但其涨落流函数 ψ' 和涨落温度 T' 明显地具有行波的特征, 行波传播的区域与涨落场胞元延伸的区域相当.

图5和6分别给出了涨落速度 u' 和涨落温度 T' 随时间的演化过程和频率. 为了避免两侧边界的影响, 取自由面上距两端边壁等距的中点, $x_c = 26 \text{ mm}$ 处的扰动流速谱, 来分析热流体波随 Ma 数增大时的转捩特征. 可以看出, 对于相同的外加温差, 温度和速度涨落场的主频相同.

综上所述, 我们可以把矩形液池中液层产生热毛细对流的临界状态定义为出现非零的涨落量的时刻, 这时的外加温差就是临界温差, 对应于确定介质在确定矩形液池中的临界数. 在本数值模拟的情况下, 临界温差为 $(\Delta T)_c = 21.02^\circ\text{C}$, 相应的临界数为 $(Ma)_c = 5695$. 要指出的是, 达到临界状态时涨落场的胞元并没有充满整个液层, 胞元个数随着外加温度差的增加而增加, 最后充满整个液层.

3 讨论和结论

Smith 和 Davis 用线性小扰动的方法分析了无限延伸液层的线性稳定性, 首先提出了热毛细对流的不稳定性机理^[5]. 用热流体波不稳定性的概念解释热毛细对流的起振过程受到了广泛的注意, 特别在半浮区液桥的热毛细振荡流研究中被许多人重视. 大量实验结果显示, 半浮区液桥中的热毛细振荡对流是一类强非线性过程, 振荡过程引起的涨落速度场与平均流场具有相同的数量级. 一般而言, 线性小扰动的方法不能很好地描述强非线性过程, 人们发展了三维不定常的数值模拟方法来分析半浮区液桥的热毛细振荡对流, 并提出了一些解释机理^[2].

本文用二维不定常的数值模拟方法研究了有限延伸的矩形液池中热毛细对流的起振过程. 本文与 Smith 和 Davis^[5] 研究无限长延伸液层相同的结果是, 起振过程伴随着涨落量的振荡和热流体波的传播;

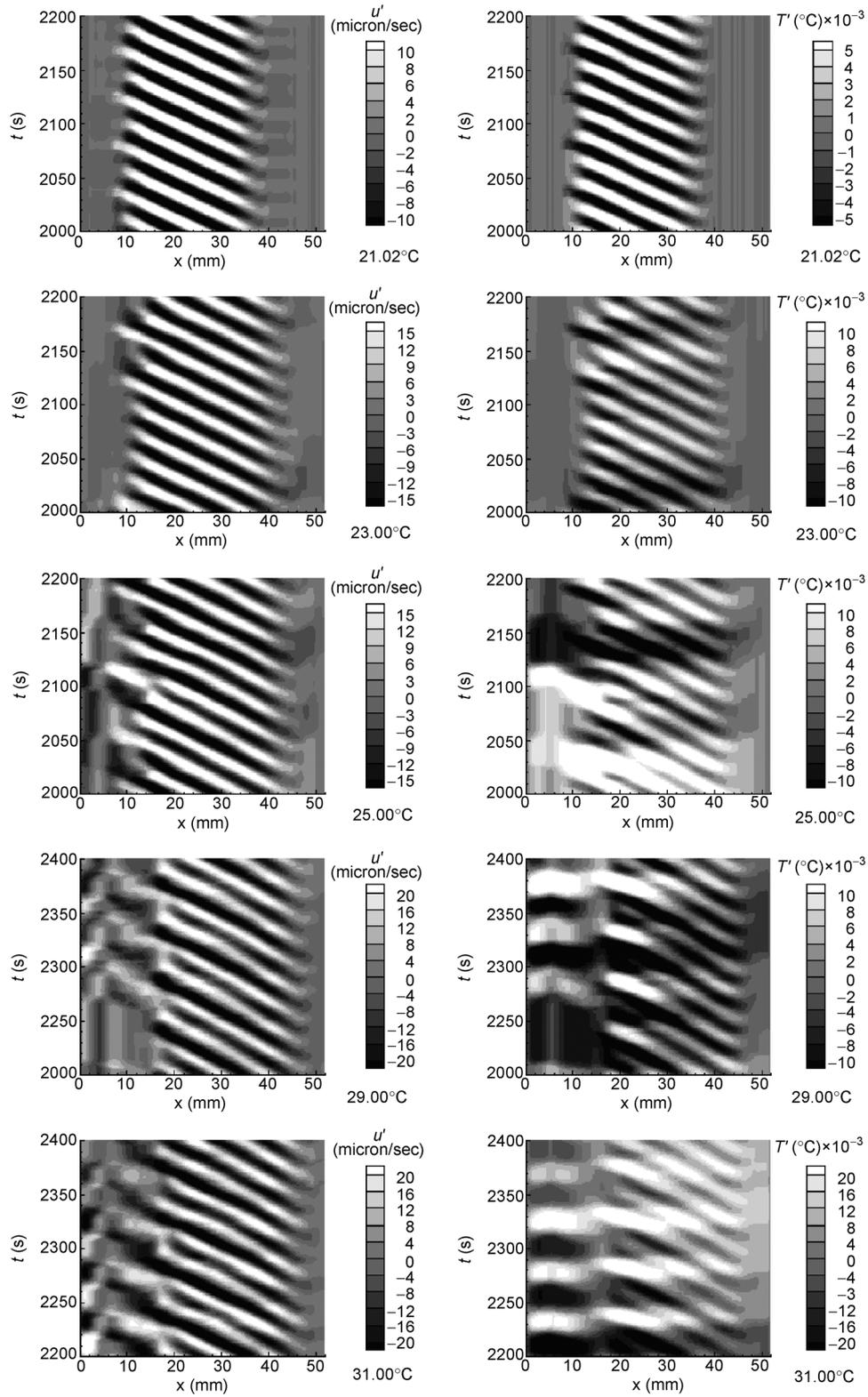


图4 表面热流体波

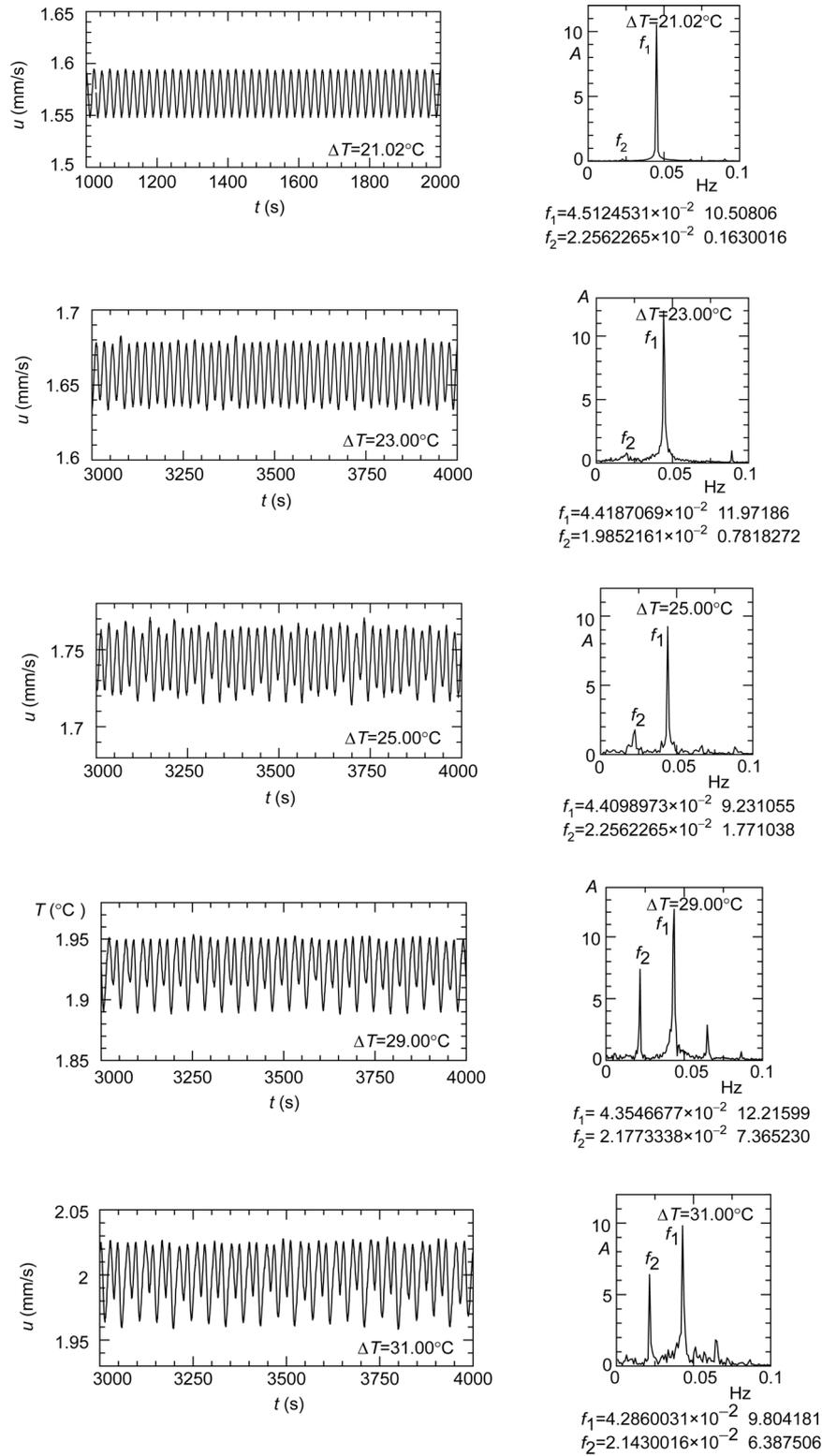


图5 液池自由面中点($x=26$ mm)处的速度(左)和相应的速度谱(右) ($g=0$)

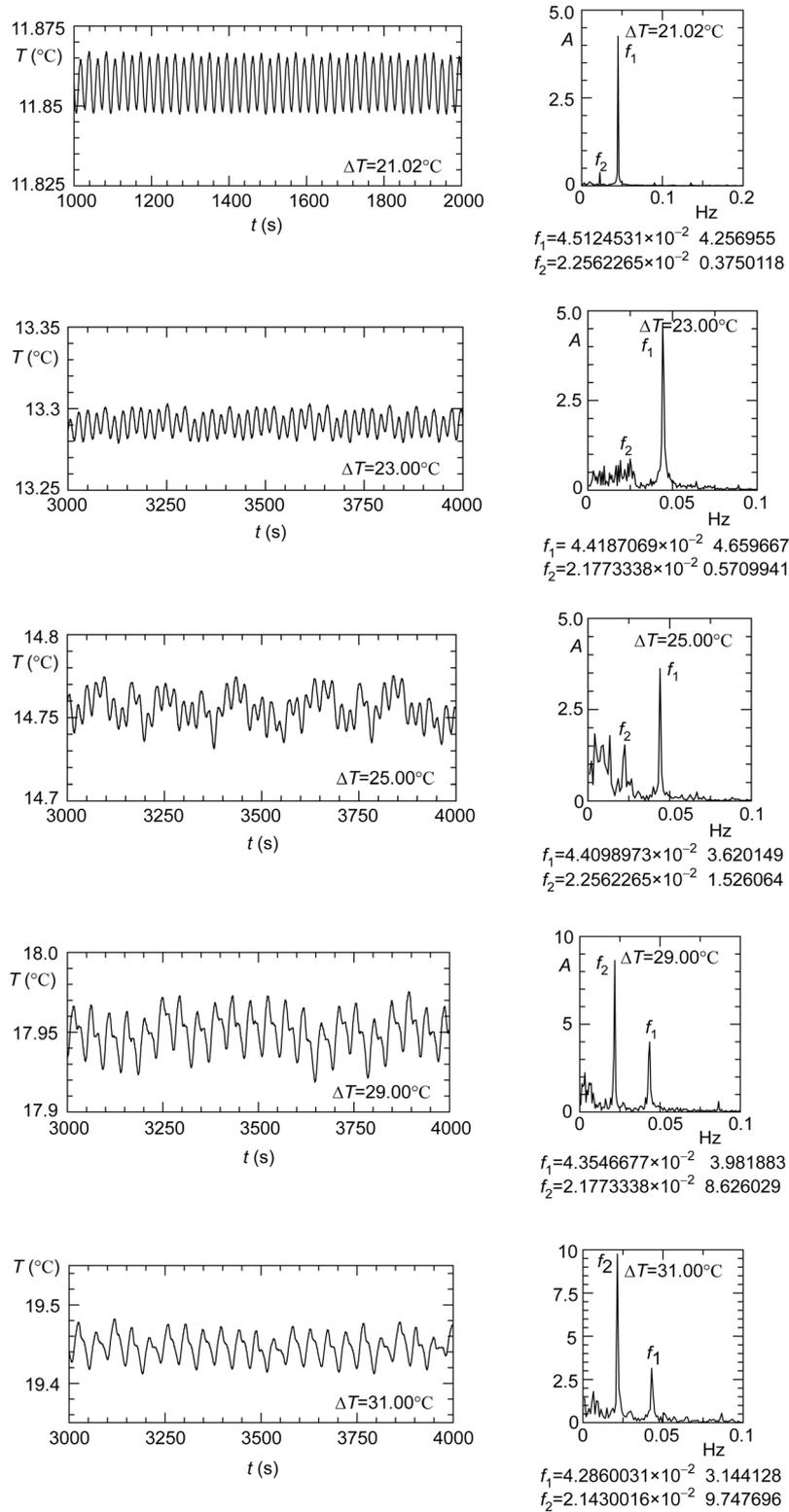


图 6 液池自由面中点($x=26$ mm)处的温度(左)和相应的温度谱(右) ($g=0$)

不同的结果是, 振荡过程开始时胞元分布局限于液层中间区域, 随着外加温度差的增加而逐渐充满整个液层. 这个特征是有限长度液层与无限延伸液层的区别, 有限延伸液层两个端壁处的无滑移条件要

求考虑端壁边界层的影响. 要指出的是, 在矩形液池的热毛细振荡对流中, 涨落场相对于平均场很弱, 对流过程主要由平均场控制. 这个特点与其它热毛细振荡对流很不相同.

参考文献

- 1 胡文瑞, 徐硕昌. 微重力流体力学. 北京: 科学出版社, 1999
- 2 Hu W R, Tang Z M, Li K. Thermocapillary convection in floating zone. *Appl Mech Rev*, 2008, 61: 010803
- 3 Kamotani Y, Ostrach S. Oscillatory thermocapillary flows in open cylindrical containers induced by CO_2 laser heating. *Int J Heat & Mass Transf*, 1999, 42: 555—564
- 4 Schatz M F, Neitzel G P. Experiments on thermocapillary instability. *Ann Rev Fluid Mech*, 2001, 33: 93—127
- 5 Smith M K, Davis S H. Instability of dynamic thermocapillary liquid layer, Part 1. Convective instability. *J Fluid Mech*, 1983, 132: 119—144
- 6 Carpenter B M, Homsy G M. High Marangoni number convection in a square cavity part II. *Phys Fluids A*, 1990, 2: 137—149
- 7 Villers D, Platten J K. Coupled buoyancy and Marangoni convection in acetone: experiments and comparison with numerical simulation. *J Fluid Mech*, 1992, 234: 487—510
- 8 Burguete J, Mukolobwiz N, Daviaud F, et al. Buoyant-thermocapillary instabilities in extended liquid layers subjected to a horizontal temperature gradient. *Phys Fluid*, 2001, 13: 2773—2787
- 9 Shevtsova V M, Nepomnyashchy A A, Legros J C. Thermocapillary-buoyancy convection in a shallow cavity heated from the side. *Phys Rev E*, 2003, 67: 066308
- 10 泽眉, 胡文瑞. 液池中大多数流体的热流体波. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2007, 37: 250—258