

# MHD 控制激波诱导湍流边界层分离的机理分析\*

苏纬仪, 陈立红, 张新宇

(中国科学院 力学研究所 高温气体动力学重点实验室, 北京 100190)

**摘 要:** 为了研究磁流体动力学 (Magnetohydrodynamics, MHD) 加速边界层对激波-湍流边界层相互作用的影响, 用高阶有限差分法求解了小磁雷诺数近似的 MHD 湍流方程。其中, 无粘通量采用 WENN 格式离散、粘性通量采用 Roe 平均中心差分离散, 时间采用半隐式推进, 并采取追赶法求解。计算给出了湍流、电场、磁场和电导率等参数对边界层分离的影响, 数值结果显示: 在同样的逆压梯度下, 湍流边界层分离能更快地趋于稳态流场, 且分离区比层流小; 通过施加洛伦兹力加速, 边界层速度型面变得更加饱满、位移厚度减小、分离点和再附点向激波与固壁的交点靠近, 分离区尺寸减小甚至最终被消除。

**关键词:** 激波边界层相互作用; MHD 流动控制; 小磁雷诺数; 边界层分离

**中图分类号:** V235.21 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2010) 01-0018-06

## Investigation of magnetohydrodynamic control on turbulent boundary layer separation induced by shock wave

SU Wei-yi, CHEN Li-hong, ZHANG Xin-yu

(Key Lab. of High Temperature Gas Dynamics (LHD) / Inst. of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100190, China)

**Abstract:** In order to study the effects of MHD accelerating boundary layer on Shock Wave - Boundary Layer Interactions (SWBLI), high order finite difference method (FDM) was used to solve the low magnetic Reynolds numbers MHD turbulent flow. In the CFD code, the inviscid and viscous flux vectors were discretized with WENN scheme and Roe-averaged central difference scheme respectively, and the explicit-implicit method was used to solve the MHD equations. The dependence of separation parameters to the turbulence, electrical field intensity, magnetic intensity and electrical conductivity of ionized air were discussed. The numerical results show that, with the same inverse pressure gradient, the time to establish steady flow for separated turbulent is shorter than that of laminar flow. The separation bubble size is smaller than that of laminar flow. With Lorenz force accelerated, the turbulent boundary layer profiles turns full, displacement thickness decreases, and the separation/reattach point moves toward the point where the incident shock impinges on the flat plate, and thus the separation bubble size is diminished or even eliminated.

**Key words:** SWBLI; MHD flow control; Low magnetic Reynolds number; Boundary layer separation

## 1 引 言

在高超声速进气道边界层内部, 激波-边界层相互干扰现象非常严重。文献 [1] 发现, 进气道喉道处边界层厚度能占喉道高度的 25% ~ 55% 左右。在强烈的唇口激波作用下, 边界层迅速增厚并很快分离。边界层分离能增加进气道的气动收缩比、降低进气道性能、导致进气道不起动、增加进气道热载荷等问题,

因此, 探索边界层分离的控制方法对于提高进气道性能具有重要意义。为了控制高超声速进气道的边界层分离, 2006 年, 日本利用 MHD (Magnetohydrodynamics) 技术成功地把前台阶分离区尺寸减小了 10% [2], 2007 年前后, 普林斯顿大学开展了 MHD 产生分离 [3] 和减小分离 [4] 实验研究, 成功地把边界层中 350 m/s 的等离子体加速到 2000 m/s [5]。

数值模拟方面, 2007 年, Kalra 对普林斯顿大学

\* 收稿日期: 2008-12-22; 修订日期: 2009-04-28。

基金项目: 国家自然科学基金 (90305022; 10525212)。

作者简介: 苏纬仪 (1979—), 男, 博士生, 研究领域为高超声速推进技术。E-mail: suweiyi@imech.ac.cn

MHD 控制激波-平板边界层相互作用产生的边界层分离展开了数值研究<sup>[6]</sup>。其中,数值模拟采用层流模型,磁场、电场和电导率采用均匀分布假设。就数值研究而言,激波入射到边界层会迫使流动提前转折而变成湍流,因而采用湍流计算会更合理。

本文采用高阶差分格式(3阶 ENN 格式的加权形式:WENN1)<sup>[7]</sup>,求解了小磁雷诺数近似的磁流体动力学湍流方程。其中湍流采用 Baldwin-Lomax 湍流模型,并采用 Degani-Schiff 修正。利用此高阶差分程序,系统研究了 MHD 加速边界层对激波-边界层相互作用的影响,为将来高超声速进气道 MHD 等离子体控制器的研制提供理论依据。

## 2 物理模型和计算方法

### 2.1 物理模型

图 1 所示的激波入射到平板导致的分离流动是一种典型的激波边界层相互作用,理论和实验数据完备、计算区域几何形状规则,本文选择该模型开展 MHD 控制其边界层分离的数值研究。计算域为  $0 \leq x \leq 0.32 \text{ m}$ ,  $0 \leq y \leq 0.1215 \text{ m}$  的矩形区域,平板开始于  $x=0.03 \text{ m}$  处。来流自左向右沿着  $x$  方向流动,一道激波角为  $34.5^\circ$  的斜激波入射到边界层并被反射回去,造成边界层分离。激波和壁面的交点为  $x=0.2 \text{ m}$ ,本文 MHD 作用区域位置为  $0.026 \text{ m} \leq x \leq 0.196 \text{ m}$ ,  $0 \leq y \leq 0.0024 \text{ m}$ ,略靠近该点上游。

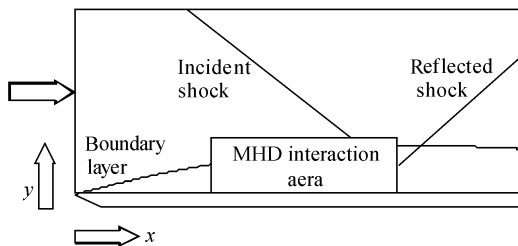


Fig 1 Sketch of computational field

对图 1 中 MHD 控制边界层分离进行量纲分析,分离区长度  $l_b$  与流动的特征长度  $L$ ,流场参数  $u, p, \rho$ , 空气电离度  $\alpha$ ,外加磁场大小  $B$ ,电场强度  $E$ ,控制区域的高度  $h$ ,长度  $l$  和起始位置  $x_{sta}$  有关

$$l_b = f(L; u, p, \rho; \alpha, B, E, h, l, x_{sta}) \quad (1)$$

式(1)中共有 12 个未知数,流场一般有三个基本量,加上电磁场后增加一个基本量,共有 4 个基本量,根据量纲分析的基本定律,应该有 8 个无量纲量

$$\frac{l_b}{L} = F\left(Re, Ma, S, k, \frac{h}{L}, \frac{l}{L}, \frac{x_{sta}}{L}\right) \quad (2)$$

$$\text{式中 } Re = \frac{u L}{\mu}, Ma = \frac{u}{\sqrt{\gamma p / \rho}}, S = \frac{B^2 L}{u}, k = \frac{E}{u B}$$

分别为雷诺数、马赫数、磁作用参数和载荷系数,磁作用参数是洛伦兹力和惯性力的比值,表示控制强度的大小,而载荷系数表征了电场强度的大小。

文献[8]指出,边界层分离区尺寸和分离点前的摩擦系数、边界层厚度、波前波后的压力等参数有关,如果能改变这些参数,则可能会减小边界层分离区。因此,本文将研究磁作用参数  $S$ ,载荷系数  $k$  以及湍流对壁面摩擦、壁面压力、边界层厚度和分离区尺寸等参数的影响。

### 2.2 小磁雷诺数磁流体动力学方程

图 1 中,磁场沿着  $+y$  向、电流沿着  $-z$  方向时,只在  $+x$  方向产生加速的洛伦兹力,此时,直角坐标系下小磁雷诺数近似的 MHD 方程的守恒形式如下

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} + S_{MHD} \quad (3)$$

$$U = \begin{bmatrix} u \\ v \\ e \end{bmatrix}, S_{MHD} = S \begin{bmatrix} 0 \\ -jB_y \\ 0 \\ E_j \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} u \\ u^2 + p \\ uv \\ (e_t + p)u \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} v \\ uv \\ v^2 + p \\ (e_t + p)v \end{bmatrix}, F_v = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u_{xx} + v_{xy} + q_x \end{bmatrix},$$

$$G_v = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u_{xy} + v_{yy} + q_y \end{bmatrix}, \tau_{xx} = -\frac{2}{3}(\mu_1 + \mu_2) \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right),$$

$$\tau_{xy} = (\mu_1 + \mu_2) \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \tau_{yy} = -\frac{2}{3}(\mu_1 + \mu_2) \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right),$$

$$q_x = \frac{1}{(\mu_1 + \mu_2) Ma^2} \left( \frac{\mu_1}{Pr_f} + \frac{\mu_2}{Pr_g} \right) \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$q_y = \frac{1}{(\mu_1 + \mu_2) Ma^2} \left( \frac{\mu_1}{Pr_f} + \frac{\mu_2}{Pr_g} \right) \frac{\partial T}{\partial y}.$$

式中  $u, v, e_t$  分别为空气的密度、 $x$  和  $y$  方向的速度分量以及总能量,  $q_x, q_y$  为  $x$  和  $y$  方向的热传导率。层流粘性系数  $\mu_l$  由 Sutherland 公式计算,湍流  $\mu_t$  由 Degani-Schiff 修正的 Baldwin-Lomax 湍流模型计算。

$j_z = [E_z + uB_y]$  为电流密度  $J$  在  $z$  方向的分量,  $B_x, B_y$  为  $B$  在两个坐标方向分量,  $E_z$  是  $E$  在  $z$  方向的分量,  $\sigma$  为电导率。  $Re$  为雷诺数,  $S = \frac{\sigma B_0^2 L}{u}$  是磁

作用参数,  $\rho, u$  为无穷远处来流的密度和速度。

## 2.2 等离子体和电磁模型

在研究 MHD 控制激波导致的边界层分离流时, 电导率共有两种处理方法, 一种是均匀分布假设<sup>[6]</sup>, 一种是 Gaitonde 提出的经验模型<sup>[9]</sup>。本文计算时, 等离子体边区域高度仅为 2.4 mm, 长为 0.17 m, 电导率为 7 S/m, 采用均匀分布假设<sup>[6]</sup>。导电流体流动产生的感生磁场和外加磁场相比很小, 感生磁场可以忽略, 总的磁场即为外加磁场, 电场可通过求解下列方程得到

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = -\nabla \\ + \left( \nabla \ln \right) \cdot \left( \nabla \right) = \left( \nabla \ln \right) \cdot \\ \left( \nabla \times \mathbf{B} \right) + \mathbf{B} \cdot \left( \nabla \times \mathbf{v} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

但在 MHD 控制高超声速流动的文献中, 电场常近似为  $E_z = -ku B_0$ <sup>[9]</sup>, 其中  $B_0$  为外加磁场磁感应强度,  $k$  是电场的载荷系数, 这种处理方法取得了良好的效果, 本文采取这种简化。

## 2.3 计算方法

对图 1 所示的物理问题, 为了准确地捕捉激波, 仿照 WENO 格式加权的思想, 对无粘通量离散时, 采取 3 阶 ENN 格式的加权形式—WENN 格式, 而粘性通量采取 Roe 平均中心差分离散<sup>[7,10]</sup>。

对二维计算的时间推进方式而言, 隐式求解绝对稳定, 但耗费内存大、推进速度慢, 显式求解要满足稳定性要求, 时间步长比较小, 但推进速度快。由于在边界层内必须加密网格而在流向无需加密网格, 本文对时间的推进采取显隐时间推进格式, 即时间在  $x$  向采用显式离散而在  $y$  方向采用隐式离散, 这样在  $y$  方向可以选取较大的时间步长 (隐式求解不受 CFL 数小于 1 的限制), 在  $x$  方向采取显式求解可以提高推进速度, 从而提高计算效率。方程离散后形成的三角矩阵采用追赶法求解。

## 2.4 边界条件及初始条件

对图 1 所示的计算问题, 其边界条件为:

(1) 入口取来流边界条件:  $[\rho, u, v, T]^T = [\rho_\infty, u_\infty, v_\infty, T_\infty]^T$ , 其中来流条件为: 马赫数  $Ma = 2.0$ , 雷诺数  $Re = 2.96 \times 10^5$ , 温度  $T = 293$  K, 入射激波角  $34.5^\circ$ ;

(2) 下边界取无滑移、绝热、无渗透固壁边界条件:  $u = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$ ,  $n$  为固壁的法向。

(3) 上边界: 根据入射激波的激波角和来流马赫数, 由斜激波关系式确定, 波前取来流值, 波后取斜激

波后的流场值。

$$(4) \text{出口采取外推公式 } \phi_i = \frac{4\phi_{i-1} - \phi_{i-2}}{3}, \phi \text{ 分别}$$

表示密度值、温度、压力等原始变量。

初始条件: 上边界中, 激波入射点前取来流参数, 入射点后取斜激波波后参数, 流场中其它位置取来流值。

## 3 算例与计算结果

### 3.1 计算程序的验证

网格疏密程度、计算格式等因素对激波边界层相互作用计算结果的影响已经被充分验证<sup>[7,8]</sup>过, 结论是: (1) 由于采用高精度高分辨率格式, 程序能成功捕捉到二次分离等低阶格式难以捕捉到的流动细节; (2) 程序在分离流方面的计算结果可靠, 与实验符合良好。

本文已经对程序作了改进, 并验证了程序能正确计算小磁雷诺数近似的 MHD 层流流动<sup>[11]</sup>。增加了湍流的部分, 以验证湍流程序的正确性。

算例选取可压缩平板湍流, 计算条件为:  $Ma = 5.0$ ,  $Re = 2.03 \times 10^6$ ,  $T = 221.65$  K, 板长 1 m。图 2 是湍流壁面率  $u^+$  与  $y^+$  的关系图, 计算结果和理论关系式  $u^+ = \frac{y^+}{0.41} + 4.9$  符合良好。其中  $u^+ = \frac{u}{u^*}$ ,  $y^+ = \frac{\mu_w^* y}{\mu_w}$ ,  $u^*$  是壁面摩擦速度,  $\mu_w$  是壁面层流粘性系数。

### 3.2 计算结果及分析

算例表明, 程序能正确计算激波和边界层相互作用、小磁雷诺数近似 MHD 层流湍流流动, 因此用该程序对 MHD 控制湍流边界层分离的机理进行了数值分析。

本文首先分析了湍流对分离的影响, 然后讨论了电场强度对分离的影响。其中, 电场强度  $E_z = -ku B_0$  的大小可通过载荷系数分来表示, 在  $S = 0.2$  时, 本文计算了  $k = 1.5, 2.0, 2.5$  三种情况下 MHD 加速边界层对分离的影响。本文还研究了磁场和空气电导率的大小对分离的影响, 其中, 磁场和空气电导率的大小可通过磁作用参数  $S = \frac{B_0^2 L}{\rho u}$  来表示, 本文计算了  $k = 1.5$  时  $S = 0.2, 0.5, 0.8$  三种情况下 MHD 加速边界层对分离的影响。

实际计算时  $x$  和  $y$  以  $L = 0.16$  m 无量纲化。

#### 3.2.1 稳态流场“时间”依赖特性分析

冗长的稳态流场建立时间是分离流的重要特征<sup>[9]</sup>之一, Holden 通过高超声速绕球型钝体实验发现, 分离流各流场参数并不同时趋于稳态流场, 其中摩阻和热流的稳态流场建立时间要比压力的长得多, 物面热流达到稳态的时间超过压力场达到稳态的时间的 2 倍<sup>[9]</sup>。这种现象在 CFD 计算中表现为: 在时间推进求解流场时, 这些参数并不同时趋于定常解。虽然压力场已经收敛到定常解了, 但摩阻和热流依然未收敛到定常解。所以本文所有的计算都是在摩阻获得定常解后取得。

图 3 给出了不同时间步时的壁面摩阻分布, 其中,  $dt$  表示计算采用的时间步长, lam 表示层流, turbulence 表示湍流。图 3(a) 是湍流计算时的壁面摩阻分布, 从 30 000 步到 150 000 步, 摩阻曲线虽略有变化, 但基本上趋于稳定, 表明稳态流场已经建立。二维分离流中, 摩阻为零是分离和再附的标志, 因此, 图中标出了计算到 150 000 步时, 边界层的分离点和再附点。图 3(b) 是层流计算的壁面摩阻分布, 图中标出了计算到 350 000 步时边界层的分离点和再附点, 可以看出, 随着时间的推进, 边界层分离点逐渐向流场上游移动、再附点逐渐向流场下游移动, 分离区逐渐长大, 直到时间推进到 350 000 步时, 分离点和再附点才基本稳定, 摩阻曲线才基本不变, 稳态流场才基本建立。

图 3(a) 中,  $x/L = 0.85$  和  $x/L = 1.55$  分别是湍流计算得到的边界层分离点和再附点, 而图 3(b) 中层流计算时边界层分离点和再附点分别为  $x/L = 0.65$  和  $x/L = 1.60$ 。

从图 3 能得出以下结论: (1) 湍流分离流比层流分离流更容易建立稳态流场; (2) 湍流分离区比层流分离区小; (3) 湍流抵抗干扰的能力比层流强, 更能

抵抗逆压梯度。

### 3.2.2 分离泡导致的附加波系分析

分离泡相当于一个凸起物, 因而能导致附加波系。图 4(a) 是没有施加 MHD 控制时的压力等直线分布, 它反映了激波-边界层相互作用的典型特征: 激波  $C1$  入射到边界层, 导致边界层突然增厚并形成分离泡, 分离泡引起分离激波  $C3$ ,  $C3$  与  $C1$  激波相交形成反射激波  $R1$ , 分离泡顶部还存在膨胀波系  $E1$ , 再附点存在再附激波  $R3$ 。

图 4(a) 中, 分离泡前面的分离激波  $C3$ , 反射激波  $R1$ , 膨胀波系  $E1$  和再附激波  $R3$  均可看作是激波-边界层相互作用引起的附加波系。图 4(b) 给出了载荷系数  $k=2.5$  时的压力等值线图, 与图 4(a) 相比, 图 4(b) 中分离区基本被消除, 分离点和再附点靠近。在波系上表现为分离激波  $C3$ , 反射激波  $R1$ , 膨胀波系  $E1$  和再附激波  $R3$  几乎重合在一起。

### 3.2.3 电场强度对分离的影响

图 5 给出了  $S = 0.2$  时不同载荷系数下壁面摩阻系数  $C_f = \tau_w / \frac{\rho u^2}{2}$  的分布, 可以看出, 与无控制时相比, 随着  $k$  增加, 摩擦阻力增加, 分离向下游推迟、再附向上游提前发生、分离区减小,  $k = 2.5$  分离区基本被消除。

图 6 是壁面压力分布, 能清楚看到, 无控制时分离激波、再附激波以及它们之间的分离泡 (压力平台区) 非常明显, 施加控制后分离区尺寸被减小,  $k = 1.5$  时压力平台区就几乎消除。

图 7 为  $x/L = 1.2$  处  $y/L = 0.06$  范围内的速度剖面分布。在不施加控制时, 边界层存在一定高度 ( $y/L = 0.015$ , 有量纲高度 2.4 mm) 的回流区; 施加控制后, 该点分离被消除, 随着载荷系数增加, 边界层速度

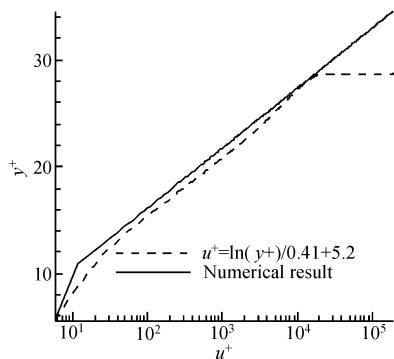


Fig 2 Verification of boldwin-lomax turbulence model

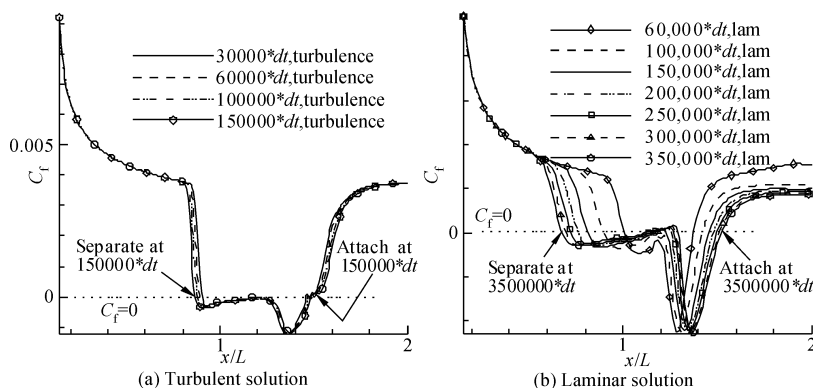


Fig 3 Time history of shear stress, without MHD control

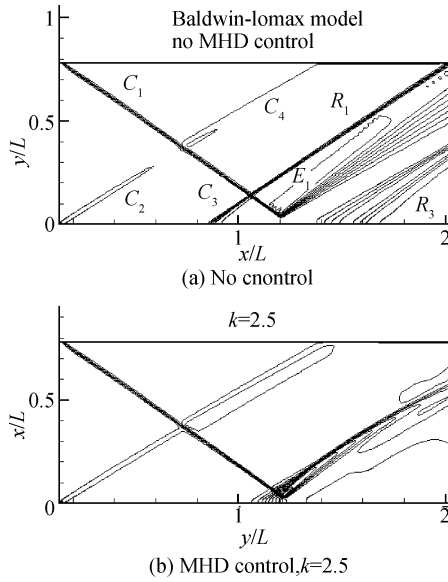


Fig 4 Comparison for contour of pressure

被加速得越来越大,速度剖面越来越饱满。但距壁面超过一定距离后,  $k = 1.5, 2.0, 2.5$  的速度型面将与无控制时的湍流速度型面重合在一起。

图 7 中点 1, 2, 3 是不同载荷系数下  $\frac{u}{u} \sim \frac{y}{L}$  曲线与  $\frac{u}{u} = 1$  的交点,  $y_1, y_2, y_3$  分别为其纵坐标值。

$k = 1.5$  时, 边界层位移厚度

$$k=1.5 = \int_0^{y_2} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy + \int_{y_2}^{y_1} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy \quad (5)$$

$k = 2.0$  时

$$k=2.0 = \int_0^{y_2} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy + \int_{y_2}^{y_1} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy \quad (6)$$

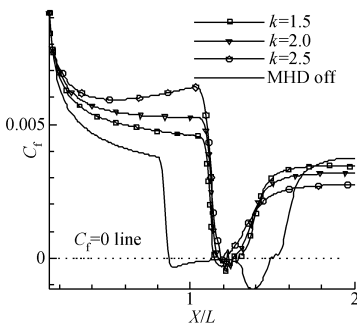


Fig 5 Skin friction distributions for different electric field intensity

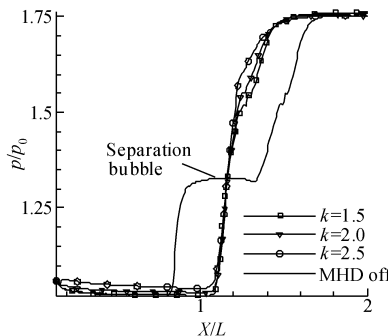


Fig 6 Pressure coefficient distributions for different electric field intensity

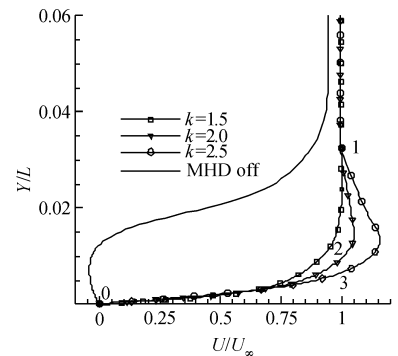


Fig 7 Boundary layer velocity profiles ( $x/L = 1.2$ )

在  $y_2$  和  $y_1$  之间

$$\int_{y_2}^{y_1} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy < 0 \quad (7)$$

在 0 到  $y_2$  之间  $(u/u)_{k=1.5} < (u/u)_{k=2.0}$ , 从而

$$\int_0^{y_2} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy \Big|_{k=1.5} > \int_0^{y_2} \left(1 - \frac{u}{u}\right) dy \Big|_{k=2.0} \quad (8)$$

式 (7), (8) 相加并结合式 (6) 得,  $k=1.5 > k=2.0$

同理可得  $k=2.0 > k=2.5$ ,  $MHDoff > k=1.5$ , 于是  $k=2.5 < k=2.0 < k=1.5 < MHDoff$ , 即增加电场强度, 边界层被加速、位移厚度被越小。

### 3.2.4 磁场强度和空气电离度对分离的影响

电场不变, 其载荷系数  $k = 1.5$ , 磁场强度和空气电离度的变化可通过  $S = \frac{B_0^2 L}{u}$  来表征, 计算中  $S = 0.2, 0.5, 0.8$ 。

图 8 是壁面摩擦系数分布, 可以看出, 随着磁作用参数的增加, 摩擦阻力增加, 分离点位置向下游推迟, 再附点向上游提前, 整个分离区尺寸减小。

图 9 为壁面压力分布, 可看出, 磁作用参数  $S = 0.5$  和  $S = 0.8$  时, 压力平台消失, 表明分离区基本被消除, 分离激波和再附激波的位置几乎重合在一起。

图 10 给出了  $x/L = 1.2$  处  $y/L = 0.06$  范围内的速度型面分布, 可以看出, 随着磁作用参数增加, 边界层附近的低速流体被加速, 速度型面越来越饱满, 从而边界层抵抗分离的能力增强。

用前面的边界层位移厚度的分析方法可以得出  $S=0.8 < S=0.5 < S=0.2 < MHDoff$ , 可见增加磁作用参数 (增大磁场或者提高空气电离度) 能加速边界层低速区、减小边界层厚度。

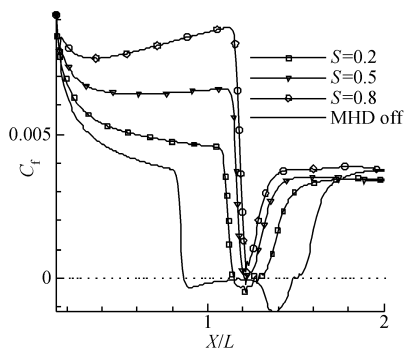


Fig 8 Skin friction distributions for different magnetic interaction parameters

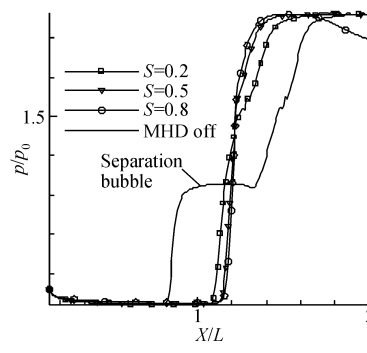


Fig 9 Pressure coefficient distributions for different magnetic interaction parameters

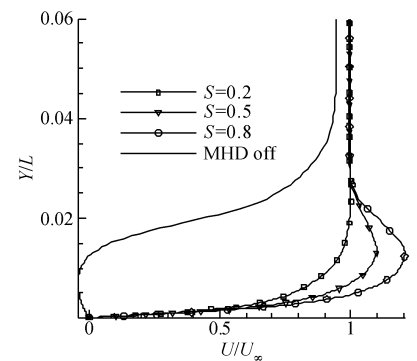


Fig 10 Velocity profiles at  $x = 0.192 \text{ m}$  ( $x/L = 1$ ) for different magnetic interaction parameters

## 4 结论

本文小磁雷诺数近似磁流体动力学程序,并分析了湍流、电场、磁场和电离度对分离的影响,结论是:

(1)相同的干扰强度下,湍流能很快趋于稳态流场,而层流要花更多的时间才能趋于稳态流场;

(2)相同的逆压梯度下,湍流分离区比层流分离区小。所以控制边界层转捩能控制分离。

(3)MHD控制边界层分离,宏观上表现为分离泡减小,反射激波和再附激波靠近,本质上是边界层的低速区被加速,位移厚度减小。在  $S = 0.2, k = 2.5$  和  $S = 0.8, k = 1.5$  两种情况下,分离区基本被消除。

(4)通过增大控制电场、外加磁场和空气电离度中的任何一个因素,都能达到减小分离区甚至消除分离的效果。

在实际控制过程中,提高外加磁场和空气电离度需要付出高昂的代价,而提高控制电场则相对比较容易。所以结论(4)具有重要的工程应用价值。

致谢:研究过程中,中国科学院力学研究所申义庆研究员在程序方面给予了很多宝贵的建议和帮助,在此表示衷心感谢。

## 参考文献:

- [ 1 ] Emami S, Trexler C A, Aislender A H, et al Experimental investigation of inlet combustor isolator for a dual model scramjet at a Mach number of 4 [R]. NASA TP3502, 1995.
- [ 2 ] Keisuke Udagawa, Susumu Kamimaga, Hayato Asano MHD boundary layer flow acceleration experiments [R]. AIAA 2006-3233
- [ 3 ] Zaidi S H, Smith T, Macheret S O, et al Shock wave surface discharge in magnetic field for high speed boundary layer control [R]. AIAA 2006-1006
- [ 4 ] Kalra C, Zaidi S H, Alderman B J, et al Non-thermal control of shock-wave induced boundary layer separation using magneto-hydrodynamics [R]. AIAA 2007-4138
- [ 5 ] Kalra C, Zaidi S H, Alderman B J, et al Magnetically driven surface discharges for shock-wave induced boundary-layer separation control [R]. AIAA 2007-222
- [ 6 ] Kalra C S, Shneider M N, Miles R B. Numerical study of shockwave induced boundary layer separation control using plasma actuators [R]. AIAA 2008-1095.
- [ 7 ] Wang R Q, Shen Y Q. Some weight-type high-resolution difference schemes and their applications [J]. *Acta Mechanica Sinica (English Series)*, 1999, 15 (4).
- [ 8 ] Katzer E On the length scales of laminar shock/boundary layer interaction [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1989, 206 (1): 477 ~ 496
- [ 9 ] Updike G A, Shang J S, Gaitonde D V. Hypersonic separated flow control using magneto-aerodynamic interaction [R]. AIAA 2005-164.
- [ 10 ] Shen Y Q, Wang R Q, Liao H Z A new numerical study of the shock/boundary-layer interaction [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2000, 33 (1): 23 ~ 34.
- [ 11 ] 苏纬仪,陈立红,张新宇. MHD控制激波诱导边界层分离的机理研究 [J]. *推进技术*, 2009, 30 (2): 229 ~ 234 (SU Weiyi, CHEN Li-hong, ZHANG Xin-yu Investigation of magneto-hydrodynamic control on boundary layer separation induced by shock wave [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2009, 30 (2).)

(编辑:梅 瑛)