

气泡/液滴运动的 Level Set 方法模拟研究¹⁾

李震东* 赵建福*,²⁾ 秦文韬**

* (中国科学院微重力重点实验室, 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

** (河南濮阳供电公司, 濮阳 457000)

摘要 浸没在液体内的气泡在浮力或 Marangoni 力作用下的自由上升或迁移运动现象广泛存在于诸多工程应用中, 是经典流体力学研究的基本问题之一。本文利用 Level Set 方法, 模拟了地面常重力场中不同大小的空气泡在高黏度糖浆溶液中的自由上升运动现象, 结果表明气泡的变形随气泡直径的增大而增大, 与实验观测结果吻合; 而气泡稳态时的雷诺数也于实验观测结果符合甚好, 表明该方法能够计算大密度比和粘度比(>1000:1)情况下的气液两相流动。而对微重力情况下气泡/液滴的 Marangoni 迁移现象的数值模拟结果正确显示了气泡与液滴稳态时温度场的差异, 最终迁移速度也与经典线性理论预测结果相一致, 表明该方法同样适于研究具有 Marangoni 效应的两相流动现象。

关键词 气泡, 液滴, Level Set, Marangoni 迁移

引言

气泡和液滴广泛存在于自然界中, 在日常生活和各种工业领域中经常会遇到, 如沸水中的蒸汽泡, 油瓶中的油滴, 下落的雨滴等等, 在材料制备, 晶体生长, 工业加工, 化学, 制药等许多应用中也都会存在气泡和液滴。由于气泡和液滴是组成气液两相流的基本单元, 其形状、大小、运动状态等特征决定了两相流的流动特性, 可以说所有复杂的两相流动, 都是由气泡和液滴的生成、合并、变形、移动以及湮灭等现象构成的, 因此对其动力学特性的研究也是流体力学中的一个重要分支。

随着计算机技术的发展和现代流体力学计算方法的不断改进, 计算流体力学 (CFD) 已经成为研究各种流体力学现象的重要工具, 在科学研究和工程应用中承担了越来越重要的任务。相界面在运动过程中会产生迁移、变形、破碎等拓扑结构的剧烈变化, 使得实现这类运动相界面问题的数值模拟具有极大的挑战性, 也因此越来越受到各国学者的重视, 新思想、新方法层出不穷, 如 MAC (marker and cell) 方法^[1]、front tracking 方法^[2]、VOF 方法^[3]和 Level Set 方法^[4]等。其中, Level Set 方法以其简单、方便而成为目前处理运动界面问题最有吸引力的方法。

本文利用 Level Set 方法对常重力情况下气泡上浮现象以及微重力情况下气泡/液滴的 Marangoni 迁移现象进行数值模拟, 以探索相关现象中的基本流动特征与规律。

1 数学模型

1.1 Level Set 输运方程

在 Level Set 方法中, 液相区域用  表示, 气相区域用  表示, 相界面用 $\Gamma(t)$ 表示, 同时将 $\Gamma(t)$ 用一个函数 ϕ 的零值点表示, 使得在任意时刻, 相界面恰是 ϕ 的零等值面。通常将 ϕ 定义为计算区域中某点到 $\Gamma(t)$ 的符号距离函数:

$$\phi(\bar{x}, t) = \begin{cases} d(\bar{x}, \Gamma(t)) & \bar{x} \in \Omega^1(t) \\ 0 & \bar{x} \in \Gamma(t) \\ -d(\bar{x}, \Gamma(t)) & \bar{x} \in \Omega^2(t) \end{cases} \quad (1)$$

相界面的运动由 Level Set 输运方程控制:

¹⁾ 国家自然科学基金重点项目(10432060) 资助

²⁾ E-mail: jfzhao@imech.ac.cn

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \cdot \nabla \phi = 0 \quad (2)$$

求解上述输运方程时空间离散采用五阶WENO格式，时间离散采用三阶Runge-Kutta格式。

1.2 相界面附近物理量表示方法

流体的物性可以借助Level Set函数 ϕ 和Heaviside函数 H 来做光滑处理，用下述方程表示，即^[5]：

$$\rho = \rho_v + (\rho_l - \rho_v)H \quad (3)$$

$$\mu = \mu_v + (\mu_l - \mu_v)H \quad (4)$$

其中，Heaviside函数被定义为：

$$H = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \geq 1.5h \\ 0.5 + \phi/(3h) + \sin[2\pi\phi/(3h)]/2\pi & \text{if } |\phi| < 1.5h \\ 0 & \text{if } \phi \leq -1.5h \end{cases} \quad (5)$$

式中 h 代表网格宽度。

在数值计算中还需要用到界面法向方向 \vec{n} 、界面曲率 κ 、delta函数 δ 等参量，分别定义如下：

$$\vec{n} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (6)$$

$$\kappa = \nabla \cdot \vec{n} \quad (7)$$

$$\delta(\phi) = \begin{cases} [1 + \cos(\pi\phi/(1.5h))]/(3h) & \text{if } |\phi| < 1.5h \\ 0 & \text{if } |\phi| \geq 1.5h \end{cases} \quad (8)$$

1.3 Level Set 函数重新初始化

一般来讲，由于数值方法的内在效应，方程(2)在进行了几个时间步长的求解之后， ϕ 将不再满足符号距离函数，但维持 ϕ 的距离函数性质，是准确计算 \vec{n} 、 κ 等的前提。为了保持符号距离这一良好性质，需要对 ϕ 重新初始化，即求解下述重新初始化方程至稳态^[5]：

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \text{sgn}(\phi_o)(1 - |\nabla \phi|) \quad (9)$$

$$\phi(\vec{x}, 0) = \phi_o(\vec{x}) \quad (10)$$

上式中 τ 是重新初始化的虚拟时间， $\phi_o(\vec{x})$ 是 t 时刻的Level Set函数值， $\text{sgn}(\phi_o)$ 是光滑后的符号函数： $\text{sgn}(\phi_o) = \phi_o / \sqrt{\phi_o^2 + h^2}$ 。方程(9)采用修正的Godunov方法求解^[6]，空间离散采用五阶WENO格式。

1.4 体积守恒重新初始化

对于不可压缩流体而言，相界面内流体的体积也就是质量应该在任何一个计算时层保持守恒。一般而言，随着计算时间的推进，往往会发现研究的具体对象或者封闭界面中的流体出现了显著的质量损失。于是，一种被称为体积守恒重新初始化的步骤被提出以用来保持质量守恒。需要求解以下方程到稳态解^[7]：

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + (V_o - V)(a + b\kappa^c)|\nabla \phi| = 0 \quad (11)$$

式中 a, b, c 为参数计算时取 $a = 1, b = 0, c = 0$ 。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = (V - V_o) \nabla \phi \quad (12)$$

上式中 τ 是重新初始化的虚拟时间, V_o 是初始时刻相界面内流体体积 (对于沸腾传热则是根据质量守恒求得的相应体积), V 是 τ 时刻根据 Level Set 函数值计算的相界面内流体体积。方程(12)采用 Godunov 方法求解^[8], 空间离散采用五阶 WENO 格式。

1.5 气泡上浮运动控制方程

常重力情况下气泡在液体中自由上升运动的无量纲控制方程如下:

$$\nabla \cdot \bar{u}' = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial t'} + (\bar{u}' \cdot \nabla) \bar{u}' = -\frac{1}{\rho'} \nabla p' + \frac{1}{\rho' \text{Re}} \nabla \cdot (\mu' (\nabla \bar{u}' + \nabla^T \bar{u}')) - \frac{1}{\rho' \text{We}} \kappa \delta(\phi) \bar{n} - \frac{1}{\text{Fr}} \bar{j} \quad (14)$$

无量纲参数定义如下:

$$\bar{u}' = \frac{\bar{u}}{U}, \quad \bar{l}' = \frac{\bar{l}}{a}, \quad t' = \frac{t}{L/U}, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_1}, \quad \mu' = \frac{\mu}{\mu_1}, \quad p' = \frac{p}{\rho_1 U^2}, \quad \text{Re} = \frac{UL}{\nu_1},$$

$$\text{We} = \frac{\rho_1 U^2 L}{\sigma_0}, \quad \text{Fr} = \frac{U^2}{gL}, \quad \text{Eo} = \text{We} / \text{Fr}$$

其中: $U = \sqrt{gL}$, L 为气泡直径, ρ_1, ν_1 为液相的密度和运动粘度。

1.6 气泡/液滴的 Marangoni 迁移运动控制方程

微重力情况下气泡/液滴的 Marangoni 迁移运动的无量纲控制方程如下:

$$\nabla \cdot \bar{u}' = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial t'} + (\bar{u}' \cdot \nabla) \bar{u}' = -\frac{1}{\rho'} \left\{ \nabla p' + \frac{\nabla \cdot (\mu' (\nabla \bar{u}' + \nabla^T \bar{u}'))}{\text{Re}} + \left(\frac{(1 - \text{Ca}(T' - T'_0)) \kappa \bar{n}}{\text{We}} + \frac{(I - \bar{n} \bar{n}) \cdot \nabla T'}{\text{Re}} \right) \delta(\phi) \right\} \quad (16)$$

$$\rho' C_p' \left(\frac{\partial T'}{\partial t'} + \bar{u}' \cdot \nabla T' \right) = \frac{1}{\text{Ma}} \nabla \cdot (k' \nabla T') \quad (17)$$

无量纲参数定义如下:

$$\bar{u}' = \frac{\bar{u}}{U}, \quad \bar{l}' = \frac{\bar{l}}{a}, \quad t' = \frac{tU}{a}, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_1}, \quad C_p' = \frac{C_p}{C_{p1}}, \quad k' = \frac{k}{\rho_1}, \quad \mu' = \frac{\mu}{\mu_1}, \quad p' = \frac{p}{\rho_1 U^2},$$

$$T' = \frac{T}{|\nabla T_\infty| a}, \quad \text{Re} = \frac{Ua}{\nu_1}, \quad \text{Ca} = \frac{\mu U}{\sigma_0}, \quad \text{We} = \text{Re} \text{Ca}, \quad \text{Ma} = \frac{Ua}{\kappa_1}$$

其中: $U = |\sigma_T| \cdot |\nabla T_\infty| a / \mu_1$, a 为液滴半径, $\sigma = \sigma_0 + \sigma_T (T - T_0)$ 。

1.7 Level Set 方法求解气液两相流问题的一般步骤

本文采用投影法求解控制方程。主要计算步骤如下:

- (1) 初始气-液两相流场, 各相的物性参数 (ρ, μ, σ) , 距离函数 $\phi(\bar{x}, 0)$;
- (2) 通过某种算法计算出速度场;
- (3) 求解 Level Set 输运方程更新 ϕ 的值;
- (4) Level Set 函数 ϕ 距离重新初始化;

- (5)体积守恒重新初始化;
- (6)在下一个时间步中重复步骤(2)~(5)。

2 计算结果

利用投影法^[9]来求解二维轴对称控制方程, 计算的区域为 $\Omega = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 5R, 0 \leq y \leq 10R\}$, 对称轴处为对称边界条件, 其余边界条件为固壁边界条件, 对于Marangoni迁移运动还需要在外边界上设定温度梯度一定的温度边界条件, 计算采用均匀网格进行计算, 每个半径划分40个网格。

2.1 不同大小空气泡在高黏度糖浆水溶液中的自由上升运动

对地面常重力场中不同大小的空气泡在高黏度糖浆溶液中的自由上升运动现象进行了模拟计算, 计算中假设气液两相物性参数不变, 分别为: $\rho_2 = 1.226 \text{ kg/m}^3, \rho_1 = 1390 \text{ kg/m}^3, \mu_2 = 1.78 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}, \mu_1 = 2.085 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 计算所需其它参数见表 1(表中 $\xi = \rho_2/\rho_1, \alpha = \mu_2/\mu_1$)。

表 1 气泡上浮运动参数表

气泡直径	Fr 数	ξ	α	Re 数	We 数
0.017m	1	8.82×10^{-4}	8.5×10^{-6}	4.6559	50
0.026m	1	8.82×10^{-4}	8.5×10^{-6}	8.75	116
0.034m	1	8.82×10^{-4}	8.5×10^{-6}	13.169	200

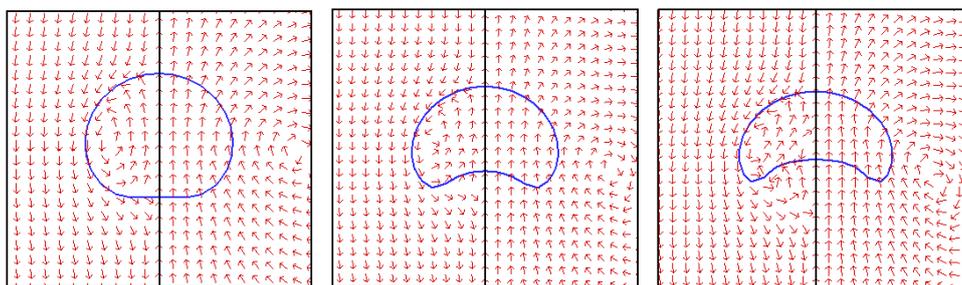


图 1 不同大小空气泡稳定状态时的流场 (左侧为随体坐标, 右侧为实验室坐标)

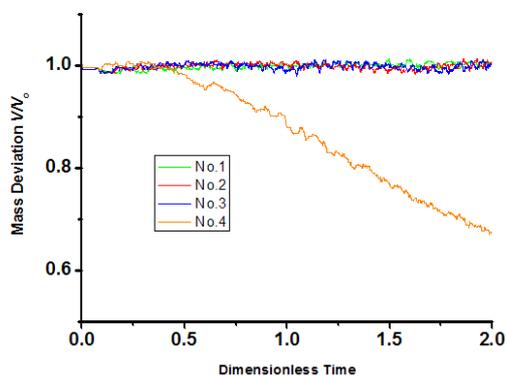


图 2 气泡质量百分比随时间变化

图1为气泡达到稳定状态时的流场图, 自左至右气泡直径逐渐增大, 而且随着气泡直径的增大,

由于表面张力产生的气液界面处两相压力差越来越小以及 Re 数的相应增大，使得气泡变形越来越大形状越来越扁平。实验室坐标系的速度矢量图中由于气泡向上移动，它会推动着整个流场做环流运动；而随体坐标系下则反映出气泡内部的对流胞元的存在，而且随着气泡变形的增大最终在气泡的尾部也形成了相应的对流涡。图2为气泡质量百分比随时间变化情况，No.1~3依次代表气泡直径不同的情况，No.4是对应No.2但未实施体积守恒初始化计算时的情况。结果表明，若不实施体积守恒初始化计算，由于数值耗散的原因气泡质量会随时间逐渐减少；若实施体积初始化计算则能有效保持气泡的质量守恒。

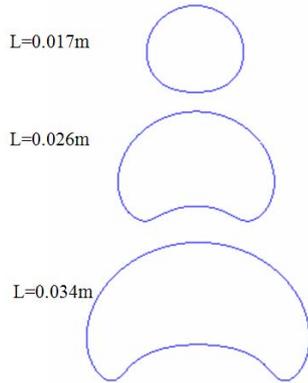


图3 气泡稳定状态时的形状

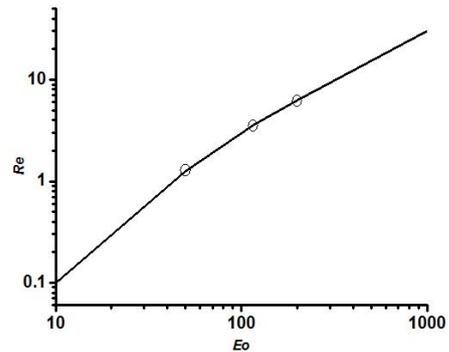


图4 数值计算结果与经典曲线对比

图3 为气泡最终稳定状态时的形状，气泡直径自上而下逐渐增加。图4为计算结果同文献中的经典理论^[10]的对比（本文中，因Froude数为1，因此，Eötvös数与Weber数相等），表明计算结果正确可靠，图中曲线为经典实验曲线，标记点为计算结果。

2.2 气泡/液滴的Marangoni迁移

微重力环境下，如果在液滴或气泡所在的母液中外加一个温度场，则液滴或气泡就会由于表面张力的不均匀而发生迁移运动，这种运动被称为热毛细迁移或 Marangoni 迁移运动。对于 Re 数和 Ma 数都非常小的情况（ $Re \ll 1, Ma \ll 1$ ），经典的 YGB 理论^[11]给出液滴或气泡的 Marangoni 迁移速度为：

$$V_{YGB} = \frac{2U}{(2 + 3\mu_2/\mu_1)(2 + k_2/k_1)} \quad (18)$$

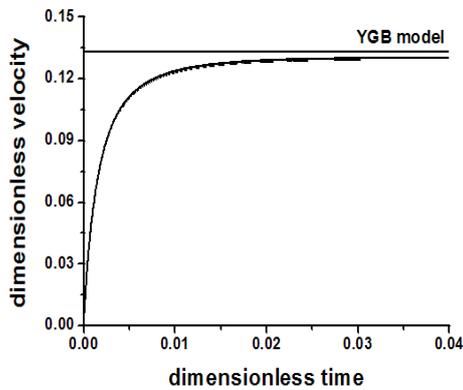


图5 液滴迁移速度图

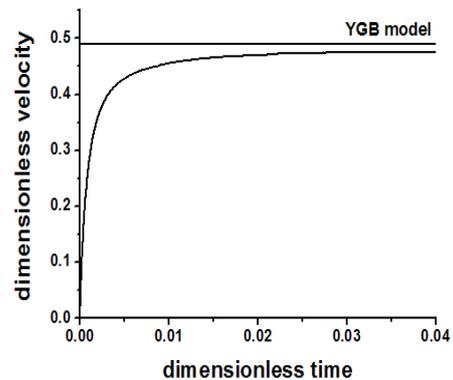


图6 气泡迁移速度图

本文计算了 Re 数和 Ma 数均为 0.01 时气泡/液滴的 Marangoni 迁移现象进行, 计算中假设气液两相物性参数不变, 其它具体参数见表 2 (表中 $\xi = \rho_2/\rho_1$ $\alpha = \mu_2/\mu_1$ $\lambda = k_2/k_1$ $\gamma = Cp_2/Cp_1$)。

表 2 Marangoni 迁移运动参数表

	ξ	α	λ	γ
液滴	1	1	1	1
气泡	0.001	0.001	0.033	0.25

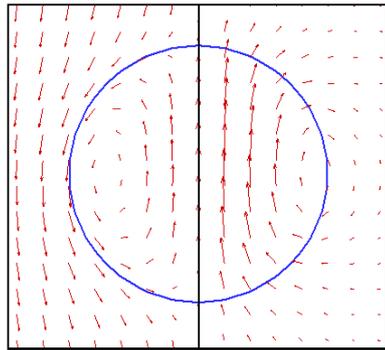


图 7 液滴稳定状态流场

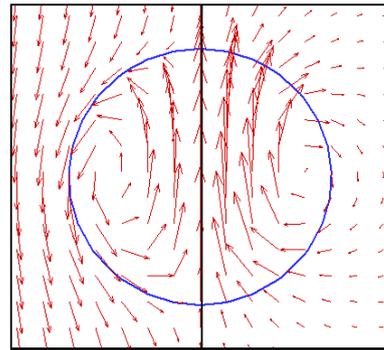


图 8 气泡稳定状态流场

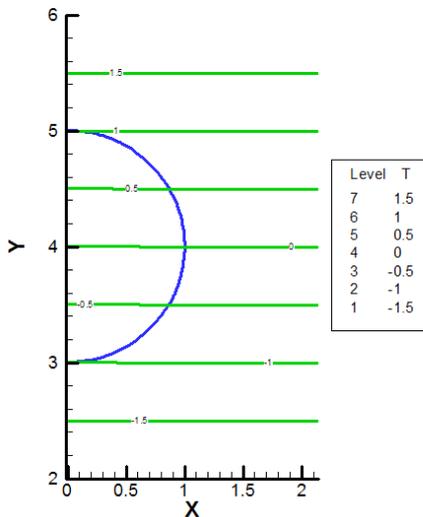


图 9 液滴稳定状态温度场

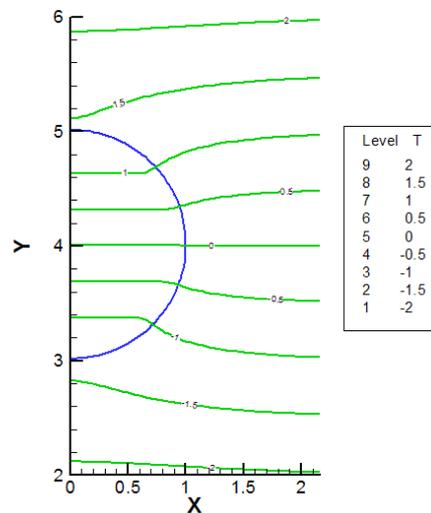


图 10 气泡稳定状态温度场

图5和图6分别是液滴、气泡迁移速度与YGB理论预测速度比较的曲线图。液滴、气泡经过一段加速后慢慢达到一个稳定的迁移速度, 而且速度大小与YGB预测值非常接近, 表明计算结果是可靠的。图7和图8分别给出了液滴、气泡运动至稳态时整个流场的速度矢量图, 图中右侧为实验室坐标系左侧为随体坐标系, 与气泡上浮时的情况类似, 实验室坐标系的速度矢量图中由于液滴、气泡向上移动, 它会推动着整个流场做环流运动; 而随体坐标系下则反映出液滴、气泡内部的对流胞元的存在, 这些图中反映的现象都与理论, 以及实验观测的结论是相一致的。图9和图10分别给出了液滴、气泡运动至稳态时的温度场图。由于 Re 数和 Ma 数都非常小, 所以动量方程和能量方程是解耦的, 同

时能量方程退化为纯导热方程，由于液滴与母液的物性参数比均为1，所以相当于均匀导热的情况，即温度场分布应是均匀的，而对于气泡由于其导热系数远小于母液的导热系数，所以气液界面相当于一个绝热面，即等温线应垂直于气液界面，两图的结果正确反映了气泡与液滴的这种差异。

3、结论

本文利用 Level Set 方法，对地面常重力场中不同大小的空气泡在高黏度糖浆溶液中的自由上升运动现象以及微重力情况下气泡/液滴的 Marangoni 迁移现象进行了数值计算，数值模拟结果与实验观测结果符合甚好，表明该方法能够计算大密度比和粘度比(>1000:1)情况下的气液两相流动，同时也适于研究具有 Marangoni 效应的两相流动现象。

符号表

h	网格宽度	L	气泡直径	a	气泡半径	t	时间
\vec{u}	速度	P	压力	We	Webber 数	Re	Reynolds 数
Fr	Froude 数	EO	Etvos 数	\vec{n}	界面法向	κ	界面曲率
δ	delta 函数	ρ_1	液体密度	ρ_2	气体密度	μ_1	液体动力粘度
μ_2	气体动力粘度	k_1	液体导热系数	k_2	气体导热系数	Cp_1	液体定压比热
Cp_2	气体定压比热	ν_1	液体运动粘度	σ	表面张力	T	温度
T_0	参考温度	σ_0	T_0 时表面张力	σ_T	表面张力梯度	ϕ	水平集函数

参考文献

1. Harlow F H, Welch J F. Numerical Study of Large-Amplitude Free-Surface Motions. *Phys Fluids*, 1966, 99(4): 842-851.
2. Juric D, Tryggvason G. Computations of Boiling Flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 1998, 24(3): 387-410
3. Hirt C W, Nichols B D. Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries. *J Comput Phys*, 1981, 39(2): 201—225.
4. Osher S, Setman J A. Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations. *J Comput Phys*, 1988, 79(1): 12-49.
5. Sussman M, Smereka P, Osher S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *J Comput Phys*, 1994, 114(1): 146—159
6. Fediw R P, Aslam T, Merriman B, Osher S. A nonoscillatory Eulerian approach to interface in multimaterial flows. *J Comput Phys*, 1999, 152(2): 457—492
7. Son G, Dhir V K, A level set method for analysis of film boiling on an immersed solid surface. *Numer. Heat Transfer, Part B* 2007 (52) : 153–177
8. Chen S, Merriman B, A simples level set method for solving Stefan problems. *J Comput Phys*, 1997, 135: 8—29
9. Son G, Dhir V K, Numerical Simulation of Film Boiling Near Critical Pressures With a level set method. *J Heat Transfer*, 1998 (120) : 183–192
10. Clift R, Grace J R, Weber M E, *Bubbles Drops and Particles*, 1978 :27
11. Young N O, Goldstein J S , Block M J, The motion of bubbles in a vertical temperature gradient. *J. Fluid Mech.*, 1959(6): 350-356

NUMERICAL SIMULATION ON THE MOTION OF BUBBLES AND DROPS WITH LEVEL SET METHOD

Li Zhendong^{*} Zhao Jianfu^{*} Qin Wentao^{**}

(^{*}Key Laboratory of Microgravity (National Microgravity Laboratory), Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences.
Beijing 100190)

(^{**}Henan Puyang Electric Power Company, Puyang 457000)

Abstract The migration phenomena of bubbles and drops in bulk liquids driven by the buoyancy or thermocapillary force have a wide range of engineering applications. With the Level Set method, the motion of air bubbles with different diameter in high viscosity syrup solution in normal gravity is simulated in the present paper. The numerical results indicate the larger bubble has the larger shape change, which is in good agreement with the experimental observations. The bubbles' terminal Reynolds numbers are also found to compare well with the experimental data. Those results validate that the present numerical method is suitable for the solution to gas-liquid two-phase flows with large density ratio and viscosity ratio which more than 1000:1. Marangoni migrations of bubbles and drops with much small Re and Ma in microgravity are also studied in the present paper. Based on the numerical results, it is shown that the differences of the temperature field between bubbles and drops and the terminal migration velocities are in good agreement with the linear theoretical prediction.

Key words Bubble, Drop, Level Set, Marangoni migration