

# 爆轰波楔面反射数值研究<sup>1)</sup>

王刚<sup>\*,\*\*</sup> 刘凯欣<sup>\*,2)</sup> 张德良<sup>\*\*</sup>

(<sup>\*</sup>北京大学工学院力学与空天技术系, 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871

<sup>\*\*</sup>中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘要:** 应用改进 CE/SE 算法 (the space-time Conservation Element and Solution Element method) 和二步模型对爆轰波楔面反射进行了数值模拟。通过模拟具有胞格结构的  $2H_2+O_2$  爆轰波穿过  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $40^\circ$  和  $50^\circ$  楔面, 说明波爆轰波楔面反射的非自相似性。数值结果还表明, 爆轰波的胞格结构是造成爆轰波楔面反射的非自相似性的主要原因。数值模拟得到  $2H_2+O_2$  爆轰波楔面反射的转变临界角 ( $49.5^\circ - 50.5^\circ$ )。

**关键词:** 爆轰波; 反射; 数值模拟;

## 引言

爆轰波穿过楔面会发生类似与激波反射的正规反射和马赫反射<sup>[1]</sup>。最早关于爆轰波反射的实验和理论研究是 1955 左右由 Ong 进行的<sup>[2]</sup>, 以后对这一问题的实验和理论研究一直在继续。目前关于爆轰波在楔面反射的实验也是初步的, 一方面由于实验测量的精度和可靠性都不高, 因此即使相同的实验条件不同文献的结果相差也很大; 另一方面, 尽管激波的楔面反射规律可以采用理论分析模型进行精确预报, 但爆轰波的楔面反射规律仍然无法用理论分析模型进行预报。随着计算流体力学的发展, 国内外开始使用数值模拟方法研究爆轰波的楔面反射规律, 并取得一定进展。但总体来说对爆轰波楔面反射特性的数值模拟远远不够。

爆轰波的数值模拟需要处理好两方面的问题: 一是准确捕捉爆轰波阵面上的强间断面, 二是准确计算流场内的化学反应。第一方面问题依赖于高精度的数值算法, 第二方面问题依赖于合理的化学反应模型。本文采用的数值算法为改进 CE/SE 算法<sup>[3,4]</sup>, 它具有物理意义明确, 计算精度高, 便于边界处理等优点。本文采用的化学反应模型为二步模型<sup>[5-7]</sup>, 它具有适用范围广, 计算量小, 计算参数可调, 能反映流场基本特性等优点。

本文使用改进 CE/SE 算法 (the space-time Conservation Element and Solution Element method) 和二步模型对爆轰波穿过  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $40^\circ$  和  $50^\circ$  楔面进行数值模拟。通过分析爆轰胞格说明了爆轰波楔面反射的非自相似性, 并分析和说明了爆轰波的胞格结构是造成这一结果的主要原因。进而对爆轰波楔面反射的转变临界角进行了研究, 得到  $2H_2+O_2$  爆轰波楔面反射的转变临界角 ( $49.5^\circ - 50.5^\circ$ )。

## 1. 数值方法

### 1.1 改进 CE/SE 算法

自从 1995 年 Chang 提出 CE/SE 方算法以来<sup>[8]</sup>, CE/SE 算法在计算流体力学中得到广泛应用和发展。但是在应用中我们发现 CE/SE 方算法也存在单元结构复杂、程序编写复杂和很难向三维推广等问题。为此, 我们首先对 CE/SE 算法的网格设置做了大的改进, 推导出一种实用的二维二阶精度 CE/SE 算法的差分格式<sup>[4,9]</sup>。这种改进后的高精度 CE/SE 算法具有守恒性好、算法简单、编程方便、计算精度高、计算效率和计算效果好、便于向三维问题推广的特点。图 1 为改进的 CE/SE 算法的解

<sup>1)</sup> 国家自然科学基金(10572002, 10732010)

<sup>2)</sup> E-mail: kliu@pku.edu.cn

元和守恒元结构。

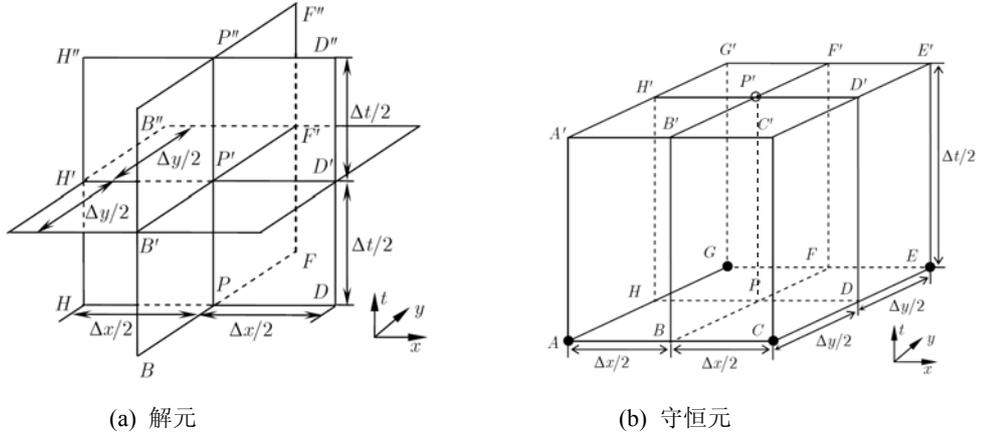


图 1 本文提出的 CE/SE 方法的解元和守恒元网格结构

## 1.2 二步模型

二步模型将复杂的反应过程简化为两个阶段：诱导阶段和放热阶段。诱导进行度  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $\alpha=1$  表示还未进行诱导反应,  $\alpha=0$  表示诱导反应完成) 和反应进行度  $\beta$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ,  $\beta=1$  表示还未进行化学反应,  $\beta=0$  表示化学反应完成) 的变化速率  $\omega_\alpha$ 、 $\omega_\beta$  在常采用二级可逆反应形式<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \omega_\alpha = -k_\alpha \rho \exp\left(-\frac{E_\alpha}{RT}\right) \\ \omega_\beta = \begin{cases} 0 (\alpha > 0) \\ \omega_\beta^+ + \omega_\beta^- = -k_\beta p^2 \left[ \beta^2 \exp\left(-\frac{E_\beta}{RT}\right) - (1-\beta)^2 \exp\left(-\frac{E_\beta+Q}{RT}\right) \right] (\alpha \leq 0) \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $k_\alpha$ ,  $k_\beta$  分别为诱导反应和放热反应速率常数;  $\rho$ 、 $T$ 、 $p$  和  $R$  分别为参加反应的可燃气体的密度、温度、压力和气体常数;  $E_\alpha$  为诱导反应的活化能;  $E_\beta$  和  $E_\beta+Q$  分别表示正逆向化学反应活化能,  $p$  为混合气体压强,  $Q$  为单位质量气体的反应热。

## 1.3 控制方程

采用 Euler 方程描述爆轰化学反应过程, 在二维笛卡儿坐标系中控制方程为:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (2)$$

$$\text{其中: } \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho \alpha \\ \rho \beta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E+p)u \\ \rho \alpha u \\ \rho \beta u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E+p)v \\ \rho \alpha v \\ \rho \beta v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \omega_\alpha \\ \rho \omega_\beta \end{pmatrix}, \quad \rho, u, v, p \text{ 分别是密度、} x \text{ 方向的}$$

速度分量、 $y$  方向的速度分量、压强;  $E = p/(\gamma-1) + \rho(u^2+v^2)/2 + \rho \beta Q$  为单位体积的总能。气体状态方程为  $p = \rho RT$ 。

## 2. 数值结果

### 2.1 计算模型及参数

计算模型为在一个四端封闭的直爆轰管内充满  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  均匀混合气体。在爆轰管内放置一个楔面。在各个算例中，楔面的位置、爆轰管的尺寸和计算网格数会有变化，我们在具体计算时会分别给出。

二步模型计算参数如下：质量气体的反应热  $Q=1.33\times 10^7\text{J/kg}$ ，诱导反应速率常数  $k_a=3.0\times 10^8\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}$ ，放热反应速率常数  $k_\beta=1.875\times 10^{-5}\text{m}^4/\text{N}^2\cdot\text{s}$ ，诱导反应的活化能  $E_a=2.261\times 10^7\text{J/kg}$ ，放热反应的活化能  $E_\beta=4.6151\times 10^6\text{J/kg}$ <sup>[10]</sup>。

### 2.2 数值结果及分析

本文计算了爆轰波穿过  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $40^\circ$ 和  $50^\circ$ 楔面，并记录了管道内的爆轰胞格（如图 2-图 6 所示）。爆轰胞格的记录是通过记录流场内的最大压力值实现。图 2-图 5 发生的都是马赫反射，图 6 发生正规反射。

观察图 2-5 可以发现，爆轰波楔面反射时得到的三波点迹线不是一条直线，也就是说爆轰波楔面反射不是一个自相似过程。而激波和平面爆轰波楔面反射是一个自相似过程，尤其是激波反射有较为成熟的楔面反射理论<sup>[11]</sup>。图 7 给出了平面爆轰波和具有胞格结构的爆轰波在不同时刻，流场内的速度分布。平面爆轰波的速度分布有一定规律，其速度峰值在爆轰波阵面上，速度在约占爆轰传播距离  $1/2$  的稳定区内约等于零，各个时刻的速度峰值都相等，因此，平面爆轰波  $t$  时刻的速度分布，可以通过  $t-1$  时刻的速度分布得到，可以认为具有自相似性。事实上，平面爆轰波的其他物理量分布也和速度分布类似，具有自相似性。而具有胞格的爆轰波的速度分布无论在速度峰值，还是速度分布形式上，不同时刻的差别较大，即不具有自相似性。这主要是由于爆轰波阵面内的胞格结构对流场内速度的影响。同样，具有胞格结构的爆轰波，在不同时刻，得到的其他物理量也不具有自相似性。因此我们认为，爆轰波的胞格结构，导致爆轰波楔面反射时的非自相似性。

基于爆轰波楔面反射的非自相似性，我们对  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波穿过  $49^\circ$ - $51^\circ$ 楔面进行了细致数值模拟。最终我们发现，爆轰波穿过角度小于  $49.5^\circ$ 的楔面时，发生马赫反射；穿过角度大于  $50.5^\circ$ 的楔面时，发生正规反射；穿过  $50^\circ$ 楔面时，马赫反射和正规反射会交替发生。这表明，由于爆轰波胞格结构的存在，导致爆轰波楔面反射时，其转变临界角不是一个确定角度，而是一个角度范围。这一点与激波和平面爆轰波是很不相同的，激波和平面爆轰波的楔面反射转变临界角都是一个确定角度。同时可以发现，具有胞格结构的爆轰波楔面反射转变临界角的范围并不大，大约为  $1^\circ$ 。因此工程问题中，可以使用平面爆轰波的转变临界角对问题进行近似。

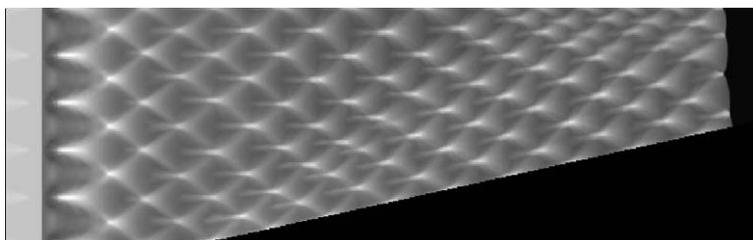


图 2  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波穿过  $10^\circ$ 楔面的爆轰胞格

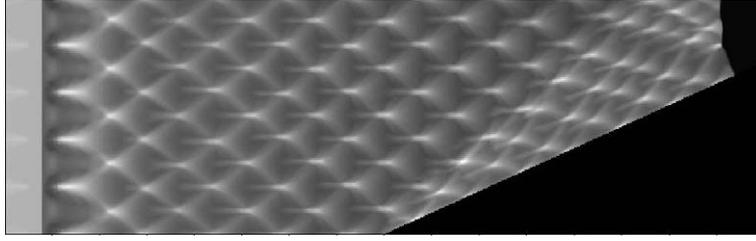


图 3  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波穿过  $20^\circ$  楔面的爆轰胞格

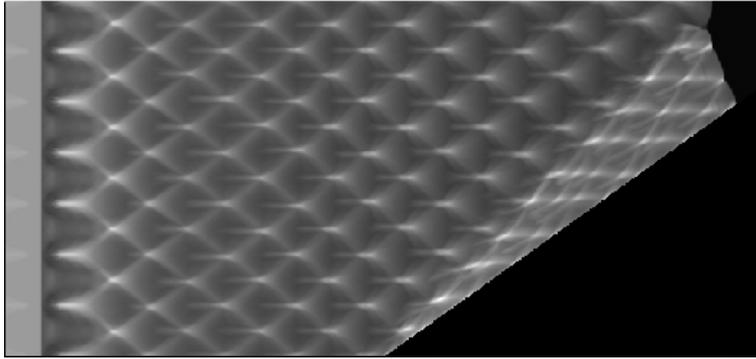


图 4  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波穿过  $30^\circ$  楔面的爆轰胞格

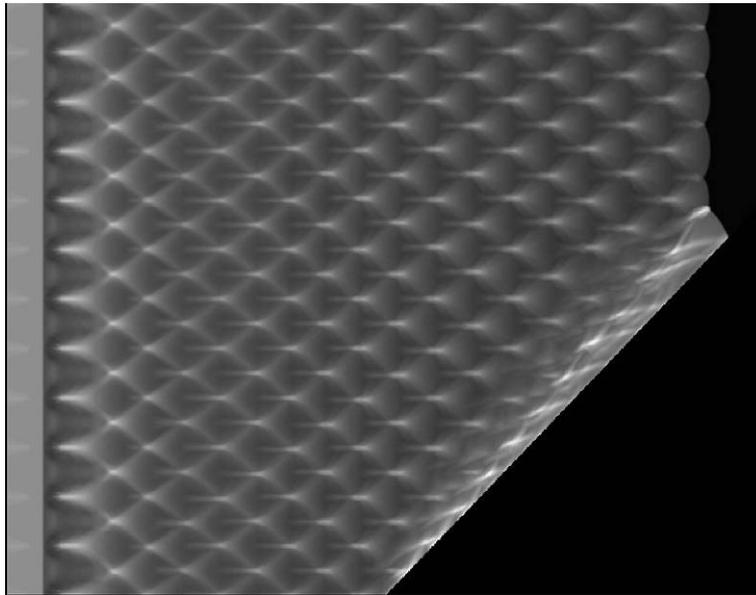


图 5  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波穿过  $40^\circ$  楔面的爆轰胞格

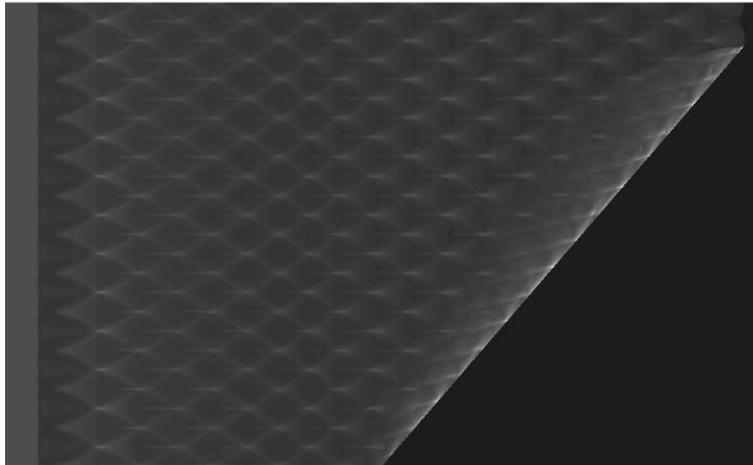
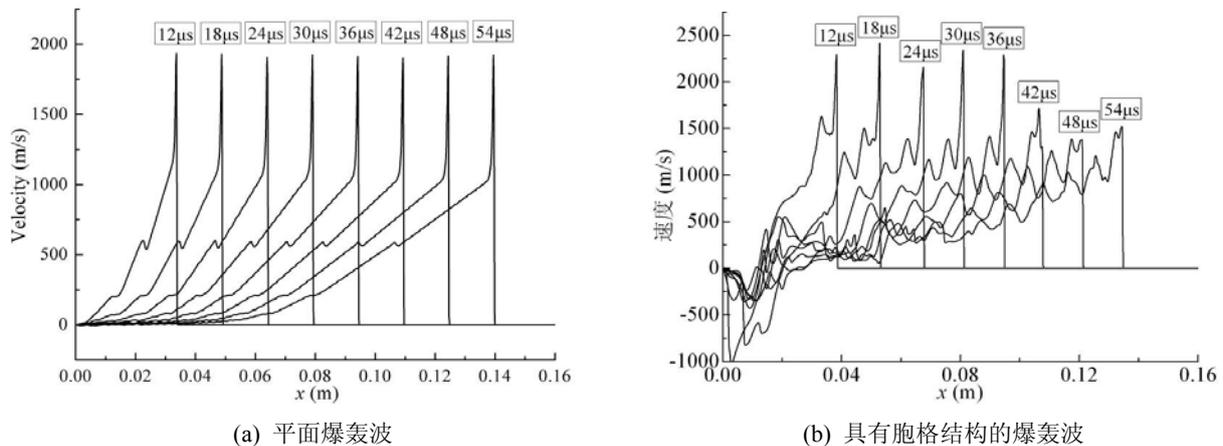


图 6  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波穿过  $50^\circ$  楔面的爆轰胞格



(a) 平面爆轰波

(b) 具有胞格结构的爆轰波

图 7 不同时刻流场内的速度分布。

## 4 结论

本文应用改进 CE/SE 算法和二步模型对爆轰波楔面反射进行数值模拟。数值结果表明：1) 改进 CE/SE 算法和二步模型能够模拟爆轰波楔面反射的基本现象，可广泛用于爆轰波楔面反射的科学研究和工程实际；2) 类似与激波，随着楔面角度减少，爆轰波会由正规反射转变为马赫反射；3) 平面爆轰波楔面反射是一个自相似过程，但具有胞格结构的爆轰波楔面反射不是一个自相似过程，爆轰波的胞格结构是造成这一现象的主要原因；4)  $2\text{H}_2+\text{O}_2$  爆轰波楔面反射的转变临界角不是一个确定角度，而是一个角度范围 ( $49.5^\circ-50.5^\circ$ )，由于爆轰波胞格结构的天然性，我们认为任意爆轰波的转变临界角都是一个角度范围。

## 参 考 文 献

- [1] Akbar R. Mach Reflection of Gaseous Detonations. Ph. D. Thesis, 1997: Rensselaer Polytechnic Institute.
- [2] Ong R S. On the Interaction of Chapman-Jouguet Detonation Wave with a Wedge. 1955, PHD.
- [3] Liu K X, Wang J T. Analysis of High Accuracy Conservation-Element and Solution-Element Schemes.

- Chinese Physics Letters, 2004, 21(11): 2085-2088.
- [4] Wang G, Zhang D L, Liu K X. An Improved CE/SE Scheme and Its Application to Detonation Propagation. Chinese Physics Letters, 2007, 24(12): 3563-3566.
- [5] Taki S, Fujiwara T. Numerical Analysis of Two-Dimensional Nonsteady Detonations. AIAA Journal 1978, 16(1): 73-77.
- [6] Schoffel S J, Ebert F. Numerical Analysis Concerning the Spatial Dynamics of an Initially Plane Gaseous ZND Detonation. Shock Waves, Explosions and Detonations, Prog in Astro and Aero, 1988, 114(1): 3-11.
- [7] Lefebvre M H. Simulation of Cellular Structure in a Detonation Wave. Shock Waves, Explosions and Detonations, Prog in Astro and Aero, 1991, 153: 64-77.
- [8] Chang S C. The Method of Space-Time Conservation Element and Solution Element—A New Approach for Solving the Navier-Stokes and Euler Equations. Journal of Computational Physics, 1995, 119(2): 295-324.
- [9] Wang J T, Liu K X, Zhang D L. An Improved CE/SE Scheme for Multi-Material Elastic-Plastic Flows and Its Applications. Computers and Fluids, 2009, 38: 544-551.
- [10] Taki S, Fujiwara T. Numerical Simulation on the Establishment of Gaseous Detonation. Progress in Astronautics and Aeronautics, 1984, 94: 186-200.
- [11] Ben-Dor G. Regions and Transitions of Nonstationary Oblique Shock-Wave Diffractions in Perfect and Imperfect Gases. UTIAS Repotr No. 232, 1978.

## Numerical Study on Detonation reflections on Wedge

WANG Gang<sup>\*,\*\*</sup> LIU Kaixin<sup>\*</sup> ZHANG Deliang<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> (LTCS and Department of Mechanics & Aerospace Engineering, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871,)

<sup>\*\*</sup> (Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190)

**Abstract** Detonation reflections on a wedge were simulated by an improved CE/SE (space-time Conservation Element and Solution Element) method and a two-step reaction model. Non-self-similar phenomenon was found by simulating detonation waves over wedges with different angles, such as 10°, 20°, 30°, 40° and 50°. Numerical results show that cellular structure is the main reason for the non-self-similar phenomenon. Numerical simulations also obtained the critical wedge angle of detonation reflections, which range from 49.5° to 50.5°.

**Key words** Detonation wave, Reflections, Numerical simulation