

文章编号: 1000-6893(2005)06-0701-05

含环向裂纹厚壁圆筒电磁止裂的应力场分析

田振国^{1,3}, 郑 坚^{1,2}, 白象忠^{1,3}, 王 平^{1,3}

(1. 中国科学院力学研究所 国家非线性连续介质力学重点实验室, 北京 100080)

(2. 中国人民解放军军械工程学院 一系, 河北 石家庄 050003)

(3. 燕山大学 建筑工程与力学学院, 河北 秦皇岛 066004)

Analysis of Stress Field in Thick Cylinder with Circular Crack Arrested by Electromagnetic Heating

TIAN Zhen-guo^{1,3}, ZHENG Jian^{1,2}, BAI Xiang-zhong^{1,3}, WANG Ping^{1,3}

(1. The State Key Laboratory of Nonlinear Continuum Mechanics(LNM), Beijing 100080, China)

(2. Department of Artillery Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

(3. Institute of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

摘 要: 以具有轴对称性质、端部带有半埋藏环形裂纹的厚壁圆筒为研究对象, 通过对长厚壁圆筒内外环面均匀通入超强脉冲电流进行电磁热止裂。采用复变函数方法求解了脉冲放电瞬间裂纹尖端的温度场和热应力场。在一定的超强脉冲电流作用下, 由于环形裂纹尖端的电流绕流热集中效应, 裂尖温升超过了金属熔点, 使裂尖处金属熔化的在内部形成堆焊, 钝化了裂尖, 并且在裂纹前缘形成了热压应力, 阻止了裂纹的扩展。在此基础上还讨论了在电载荷和机械载荷共同作用下裂纹前缘的应力场。

关键词: 半埋藏环形裂纹; 止裂; 脉冲电流; 温度场; 热应力场

中图分类号: V215.6 **文献标识码:** A

Abstract: The thick cylinder with half-embedded circular crack is selected as the research object. The crack arrest is accomplished by using electromagnetic heating due to pulse current discharge through the inside and outside circular surfaces. The complex function method is used to solve the temperature field and thermal stress field around the crack tip at the moment when the pulse current is switched on. The small welded joints can be formed at a small sphere near the crack tip inside the thick cylinder by metal melting as a result of heat concentration effect due to the pulse current discharge. The temperature around crack tip raises up instantly and over the melting point of metal. The curvature of the crack end will increase instantly. The thermal compressive stress is around the crack tip. So the formation of the main crack will be prevented. At the same time, the stress field around the crack tip under the action of mechanical load and electrical load is discussed.

Key words: half-embedded circular crack; crack arrest; pulse current; temperature field; thermal stress field

对带有裂纹金属导体通入适当强度的脉冲电流, 由于裂纹的存在, 引起电流绕流的集中效应是非常明显的^[1]。这种效应会使裂纹前缘附近小范围内强化加热, 能够在短暂的仅为 $10^{-6} \sim 10^{-4}$ s 的时间内使裂尖熔化处于超钝化状态。文献[2,3]只研究了导电薄板内的裂纹的止裂效应。本文以具有轴对称性质、端部带有半埋藏环形裂纹的厚壁圆筒为研究对象, 在厚壁圆筒内外环面处分别设置“正”、“负”电极, 并通入超强脉冲电流进行电热止裂, 采用复变函数方法求解脉冲放电瞬间裂纹尖端的温度场和热应力场。在一定的超强脉冲电流作用下, 裂尖处金属熔化的同时, 在裂纹前缘形成了热压应力, 阻止了裂纹的扩展。研究结果将对电磁热效应裂纹止裂的实际应用具有指导意义。

1 基本问题模型的建立

(1) 问题的提出 如图 1 所示, 一个厚度为 $2b$ 、内径为 r_0 的圆柱筒, 在圆柱筒的顶端有一个周向的、半径为 $b+r_0$ 、深度为 a 的裂纹面。如果在厚壁圆筒内外环面处分别设置“正”、“负”电极, 且通入径向的、密度为 J_0 的均匀电流, 由于裂纹面的存在, 电流在流经裂纹时, 在裂纹尖端将出现强烈的绕流现象, 致使裂尖附近电流密度急剧增大, 导致在裂纹尖端的周围附近温度急剧升高, 相当于该处作用了一周的线热源, 问题就归结为在这样的线热源的作用下的厚壁圆柱筒内的温度分布及应力分布问题。

(2) 问题的转换 由于厚壁筒几何形状及裂纹面均具有轴对称性, 同时电极加载方式也是轴对称的, 所以厚壁筒的热源功率、温度场、应力场

收稿日期: 2004-08-17; 修订日期: 2004-12-13

基金项目: 国家自然科学基金(50275128)资助项目

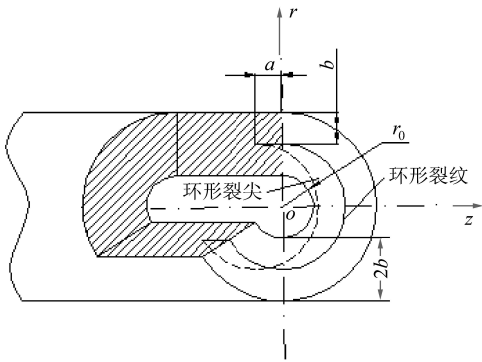


图1 含有半埋藏环形裂纹的厚壁圆筒

Fig. 1 The thick cylinder with half-embedded circular crack

与坐标无关。对图1所示的问题,通过轴线z切取单位厚度的径向切片,转化为图2所示问题进行研究。即简化为在z平面的裂尖D点处作用有一个点热源的问题。现以B₁(B₂)点为原点重新建立xoy坐标系并将该平面进一步作保角变换如图3所示。则问题转换为在z₃半平面上

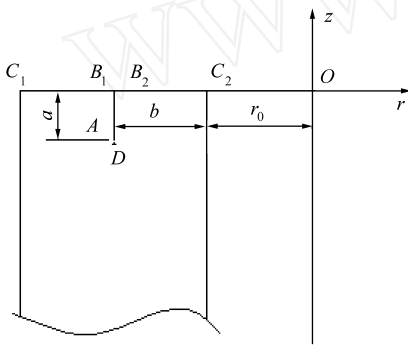


图2 转换后的计算模型

Fig. 2 The calculation model after transformation

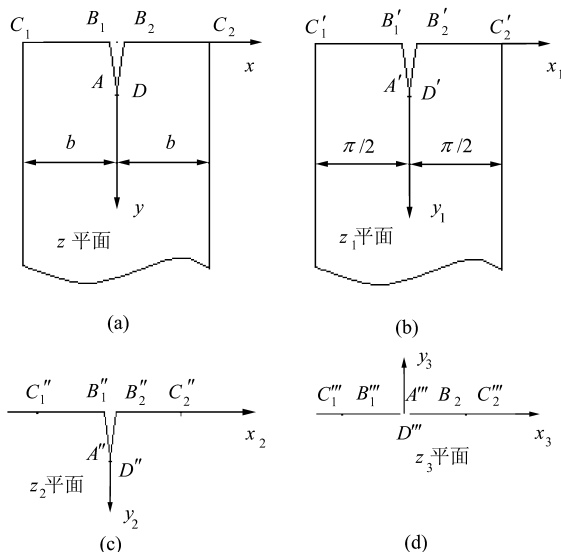


图3 共形映射

Fig. 3 Conformal mapping

D'''点作用有点热源的热应力问题。由于所有的变换都是保角的,所以热源功率密度不变。所应用的变换方程为

$$z_3 = - \sqrt{\sin^2 \frac{z}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}} \quad (1)$$

2 电热温度场的求解

欲得到电流流经物体时由于电磁热效应所形成的热源,首先要求解电流密度的分布。考虑加载电流的形式,问题可以认为是在一个带有边缘裂纹的半无限大薄板上加载均匀电流,即图3(c)所示,从左向右通入电流,这样只须进行一次变换,将问题变换到下半平面上(图3(d)),问题就可以解决了。如果以B₁(B₂)为原点,沿裂纹方向为纵轴y,则可得电流流经导体产生的热源的功率密度^[4,5]。

$$Q = \frac{I^2}{l} = J_0^2 \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{(a^2 + x^2 - y^2) + 4x^2 y^2}} \quad (2)$$

式中: σ 为电导率; $J = J_x + iJ_y$ 为通入电流密度符号||表示对||内的函数取模。

由此,原始问题便转换为在z₃平面的D'''点作用有一个同样功率为Q的点热源问题。若认为裂纹绝热,则在z平面上的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} &y = 0 \\ &x = 0, y = a \\ &x = \pm b \end{aligned} \right\} \text{时, } \frac{\partial T(z)}{\partial n} = 0$$

式中:n为边界的法线方向;T(z)为z平面的温度场。变换后,在z₃平面上的热的边界条件为

$$\text{当 } y_3 = 0 \text{ 时, } \frac{\partial T(z_3)}{\partial y_3} = 0 \quad (3)$$

要使所求得温度场满足式(3),需假设在z₃平面的D'''的共轭点D''点作用有一个功率为Q的点热源。至此,可以得到z₃平面上的温度场^[6],再考虑到式(1),就可以得到在z平面上的温度场分布:

$$T(z) = \frac{Q}{2} \left[\ln \left| -i \sqrt{\text{sh}^2 \frac{a}{2b} (a +) - \text{sh}^2 \frac{a}{2b} + \sqrt{\sin^2 \frac{z}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}} \right| + \ln \left| i \sqrt{\text{sh}^2 \frac{a}{2b} (a +) - \text{sh}^2 \frac{a}{2b} + \sqrt{\sin^2 \frac{z}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}} \right| \right] \quad (4)$$

式中: λ 是传热系数; $z = x + iy$; $i = \sqrt{-1}$ 。

3 应力场的求解

由于通入电流后在厚圆柱筒内形成的温度场的温度分布不均衡,将会在整个厚圆柱筒体内产生热应力。热应力的产生是电磁热效应进行裂纹止裂的一个重要因素。同解温度场时一样,在求解径向应力和轴向应力时,可以把厚圆柱筒的热应力的空间问题转换为求解在 z_3 下半平面上的 D''' 点处作用有点热源的热应力问题。

(1) 基本方程 在 z_3 下半平面上的应力场的基本方程为^[7]

$$\begin{aligned} x_3 + y_3 &= 2 \left[\overline{z_3} + \overline{z_3} \right] \\ y_3 - i x_3 y_3 &= (z_3 - \overline{z_3}) + (z_3 - \overline{z_3}) \overline{z_3} \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $\overline{z_3}$ 为在 $y_3 < 0$ 的域内的调和函数。

(2) 边界条件 如果考虑仅在厚圆柱筒的内壁作用有机载,而其它边界是自由的,则在 z 平面上有

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } y = 0 \text{ 时: } y = x_y = 0 \\ \text{当 } x = 0, y < a \text{ 或 } x = -b \text{ 时: } x = x_y = 0 \\ \text{当 } x = b \text{ 时: } x - i x_y = g(t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

经过前文给出的保角变换,式(6)的边界条件映射到 z_3 半平面上为

$$\text{当 } y_3 = 0 \text{ 时: } y_3 - i x_3 y_3 = f(\overline{z_3}) \quad (7)$$

式中: $\overline{z_3}$ 为边界 $y_3 = 0$ 上的点; $f(\overline{z_3})$ 为边界 $y_3 = 0$ 上的函数。

(3) 径向轴对称均布载荷作用下的应力场 考虑到基本方程式(5)和边界条件式(7)可写成下面的形式

$$\overline{z_3} - \overline{z_3} + f(\overline{z_3}) = f(\overline{z_3}) \text{ 在 } y_3 = 0 \text{ 上} \quad (8)$$

其中: $\overline{z_3}$ 和 $\overline{z_3}$ 分别是函数 $\overline{z_3}$ 在边界上域 $y_3 < 0$ 和 $y_3 > 0$ 方向上的极限值。当在 D''' 点的位置作用有功率为 Q 的点热源时,在点 D''' 和点 D''' 周围,函数 $\overline{z_3}$ 有下面的形式^[8]

$$\left. \begin{aligned} \overline{z_3} &= A(z_3) + \overline{z_3} \quad \text{当 } z_3 \text{ 在 } D''' \text{ 时} \\ \overline{z_3} &= B(z_3) + \overline{z_3} \quad \text{当 } z_3 \text{ 在 } \overline{D'''} \text{ 时} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中: $A(z_3) = A_0 \ln(z_3 - D''')$; $B(z_3) = \frac{(D''' - \overline{D'''}) A_0}{z_3 - \overline{D'''}} - A_0 \ln(z_3 - \overline{D'''})$; $A_0 = \frac{Q}{4(1+\nu)}$, $= \frac{2E_0}{1+\nu}$; $= \frac{3-\nu}{1+\nu}$ 。

为使 $\overline{z_3}$ 满足条件式(8)和式(9)并且在无

穷远处趋近于零, $\overline{z_3}$ 可取下面形式

$$\overline{z_3} = -\frac{1}{2i} \frac{f(\overline{z_3}) d}{z_3} + A(z_3) + B(z_3) \quad (10)$$

其中: $A(z_3)$; $B(z_3)$ 为用式(9)确定的函数。如果在厚壁圆柱筒的内壁作用有集度为 q 的轴对称均布载荷,作用的尺寸范围为 c ,同样可以将问题转换到图 4(a)所示的平面上考虑,再次应用前文给出的保角变换,将问题归结为下半平面上作用有均布载荷 q ,如图 4(b)所示的问题。考虑到式(8)和式(10)及 B'''_2 、 G''' 点处的奇异性,得到问题的解为

$$\begin{aligned} \overline{z_3} &= \frac{iq}{2} \left[z_3 - \sqrt{z_3^2 + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}} \right]^{-\frac{1}{2}+i} \times \\ &\left[z_3 - \sqrt{\text{ch}^2 \frac{c}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}} \right]^{-\frac{1}{2}-i} + A(z_3) + B(z_3) \end{aligned} \quad (11)$$

式中: $= \frac{\ln}{2}$; $= \frac{+3\mu}{+\mu}$; $= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 。再考虑到式(5)和式(9)即可得到问题的应力场。

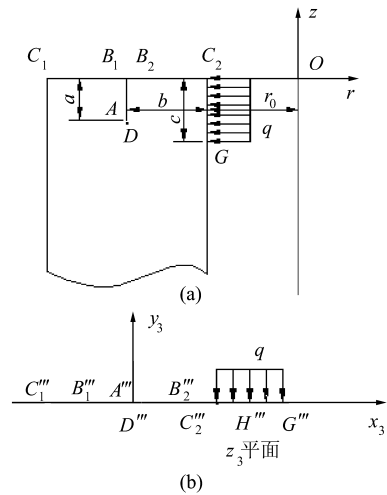


图 4 平面的变换

Fig 4 Transform of planes

$$\begin{aligned} x_3 + y_3 &= 4 \text{Re} \left[\frac{iq}{2} (A+B)^{-\frac{1}{2}+i} (A+C)^{-\frac{1}{2}-i} \right] + \\ &4A_0 \text{Re} \left[\ln \frac{A-iD}{A+iD} \right] + 4A_0 \text{Re} \left[\frac{2iD}{A-iE} \right] \quad (12) \\ y_3 - i x_3 y_3 &= \frac{iq}{2} (A+B)^{-\frac{1}{2}+i} (A+C)^{-\frac{1}{2}-i} - \\ &\frac{iq}{2} (\overline{A+B})^{-\frac{1}{2}+i} (\overline{A+C})^{-\frac{1}{2}-i} + (A-F)^{-\frac{1}{2}-i} \cdot \\ &\left[-\frac{2q-ig}{4} (-A-B)^{-\frac{1}{2}+i} (-A-C) + \right. \end{aligned}$$

$$\frac{2q - iq}{4} (-A - B) (-A - C)^{-\frac{3}{2} + i} \Big] + A_0 \ln \frac{A - iD}{A + iD} + A_0 \frac{2iD}{A - iE} - A_0 \ln \frac{\bar{A} - iD}{\bar{A} + iD} - A_0 \frac{2iD}{A - iE} + (\bar{A} - A) \cdot \left[-\frac{1}{A - iD} + \frac{1}{A + iD} + \frac{2iD}{(A + iD)^2} \right] \quad (13)$$

其中: $A = \sqrt{\sin^2 \frac{z}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}$; $B = \sqrt{1 + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}$;
 $C = \sqrt{\text{ch}^2 \frac{c}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}$; $F = \sqrt{\text{sh}^2 \frac{c}{2b} + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}$;
 $D = \sqrt{\text{sh}^2 \frac{a}{2b} (a + d) - \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}$;
 $E = \sqrt{\text{sh}^2 \frac{a}{2b} (a + d) + \text{sh}^2 \frac{a}{2b}}$

至此分离式(12)的实部和虚部结合式(13)可以得到 $x_3, y_3, x_3 y_3$, 如果想进一步得到柱坐标系(图2)下的应力状态, 只须令 $z = y$, 并且作坐标平移 $r = x + r_0 + b$ 即可。

(4) 环向应力 考虑所讨论的问题无论是载荷还是几何形状都是严格的关于 z 轴对称, 属于平面应变 ($\epsilon_z = 0$) 问题, 于是有

$$\sigma_\theta = (\sigma_r + \sigma_z) \quad (14)$$

4 算例

考虑采用高速工具钢制成的厚圆柱凹模, 凹模内径 $r_0 = 150$ mm, 壁厚 $2b = 40$ mm, 导热系数 $\lambda = 0.065$ cal/(cm · s · °C), 材料线膨胀系数 $\alpha = 10.4 \times 10^{-6}$ mm/(mm · °C), 弹性模量 $E = 218$ GPa, 比热容 $c = 0.113$ cal/(g · °C), 在内外环面上均匀加载电流。若通入单位厚度电流密度为 $J_0 = 9 \times 10^7$ A/m 时, 沿着裂纹面内侧, 距离裂尖 1 mm 处的温度值随裂纹长度变化的关系见图 5, 相应位置处的应力值随 x, y 裂纹长度的变化关系见图 6。若裂纹长为 $a = 10$ mm, 距离裂尖 1 mm 处的应力值

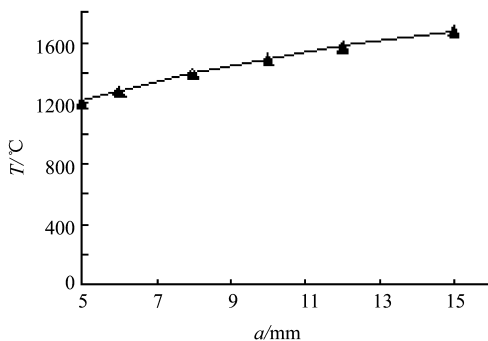


图5 T-a 曲线

Fig. 5 Curve T-a

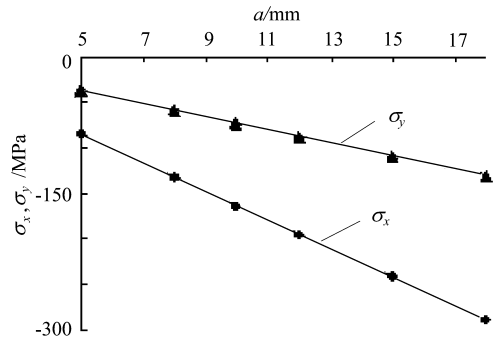


图6 x, y -a 曲线

Fig. 6 Curve x, y -a

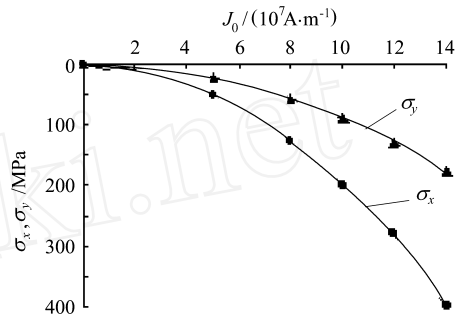


图7 x, y - J_0 曲线

Fig. 7 Curve x, y - J_0

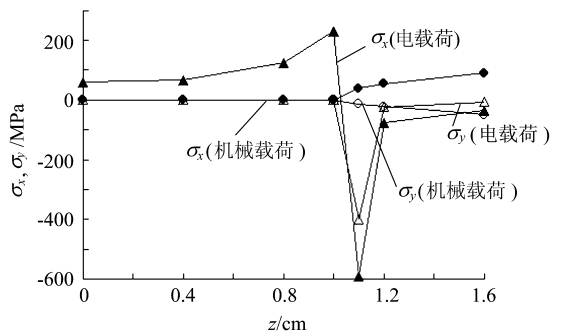


图8 机械载荷、电载荷作用下应力 x, y 沿裂纹分布

Fig. 8 Stresses x and y distributing along the direction of crack under the actions of mechanical load and electrical load

x, y 随电流密度的变化见图 7。图 8 则是考虑当裂纹长 $a = 10$ mm、单位厚度电流密度 $J_0 = 9 \times 10^7$ A/m、单位厚度机械载荷 $q = 200$ kN/mm 时, 沿着裂纹线上 x, y 与轴线方向 z 的关系。

为了验证理论计算的正确性, 应用计算机软件, 对于以上所描述的问题的材料及条件进行了模拟计算。

5 结论

(1) 对于具有轴对称性质的裂纹止裂问题, 可以采取切面的形式, 将问题简化为平面问题后, 通

过保角变换来求解裂纹尖端处的热源功率,进而可求解温度场和应力场。

(2)通过理论分析和数值模拟可见,当通入电流密度达到一定值时,裂纹尖端熔化形成焊口,使裂尖锐化。若通入电流过大,则会导致裂纹前缘很大范围内温度过高,止裂的同时形成了残余应力场。而通入电流密度过小,则裂纹前缘的温度达不到材料的熔点,达不到止裂的目的。由此可见,根据不同的情况来控制通入电流的密度是是否能够成功实现止裂的关键。

(3)随着通入电流密度的增大,通入电流瞬间所产生的压应力的绝对值增大,足以抵消由于机械载荷的作用所产生的拉应力。可遏制裂纹的扩展。

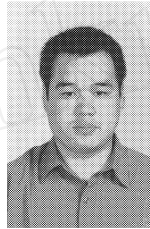
(4)所提供的分析方法,为解决电磁热效应裂纹止裂工程应用中的轴对称问题,打下理论基础。

参 考 文 献

- [1] 白象忠,乔桂英,栾金雨,等.电磁热效应裂纹止裂的实验研究[J].实验力学,2000,15(3):354-360.
Bai X Z, Qiao G Y, Luan J Y, et al. An experimental study preventing based on electromagnetic heat effect[J]. Journal of experimental mechanics, 2000, 15(3): 354 - 360. (in Chinese)
- [2] 田振国,马世麟,白象忠.带有两个共线裂纹载流薄板温度场的复变函数解[J].应用力学学报,2003,20(1):85-88.
Tian Z G, Ma S L, Bai X Z. Temperature field in current carrying plate with more than one collinear penetrated cracks[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1): 85 - 88. (in Chinese)
- [3] 田振国,马世麟,白象忠,等.多裂纹导电薄板电热温度场和应力场的计算[J].工程力学,2003,20(5):70-75.
Tian Z G, Ma S L, Bai X Z, et al. Calculation of the electrothermal temperature and stress fields in a conductive thin plate with multiple cracks[J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(5): 70 - 75. (in Chinese)
- [4] 毕德显.电磁场理论[M].北京:电子工业出版社,1985.207-232.
Bi D X. Theory of electro-magnetic field[M]. Beijing: Press of the Electric Industry, 1985. 207 - 232. (in Chinese)
- [5] 田振国,白象忠,马世麟.含环向裂纹厚壁圆筒电磁止裂的应力场分析[J].应用力学学报,1980,44(5):916-922.
Kudrincev B A, Parton V E, Rubinskij B D. Thermomagnetic elastic field in a body with a finite crack[J]. Applied Mathematics, 1980, 44(5): 916 - 922. (in Russia)

- [6] 田振国,白象忠,马世麟.带有两个共线裂纹载流薄板温度场的复变函数解[J].应用力学学报,1983.18-40.
Kit G S, Krivcun M G. Two-dimensional problem of thermal elasticity in a solid with crack[M]. Jifu: Press of Scientific Thinking, 1983. 18 - 40. (in Russia)
- [7] 田振国,白象忠.数学弹性力学的几个基本问题[M].赵惠元译.北京:科学出版社,1958.196-407.
Muskhelishvili N I. Some basic problem of the mathematical theory of elasticity[M]. Translated by Zhao H Y. Beijing: Press of Science, 1958. 196 - 407. (in Chinese)
- [8] 田振国,白象忠.多裂纹导电薄板电热温度场和应力场的计算[J].工程力学,1972.1-40.
Prusov I A. Some problem of thermal elasticity [M]. Minsike: Press of National University of White Russia, 1972. 1 - 40. (in Russia)

作者简介:



田振国(1975)男,山东齐河,燕山大学建筑工程与力学学院讲师,在读博士,磁弹性、热磁弹性理论与应用。E-mail: Tianzhenguo1@163.com,电话:13513351671。



郑坚(1962)男,河北唐山,军械工程学院火炮工程系教授、博导,博士,材料动力学性能,电话:13703216137。



白象忠(1942)男,辽宁辽中,燕山大学建筑工程与力学学院教授,博导,磁弹性、热磁弹性理论与应用。E-mail: baixiangzhong@sina.com,电话:13785075720。



王平(1965)男,吉林四平,燕山大学建筑工程与力学学院副教授,在读博士,电磁热效应裂纹止裂研究。E-mail: wangpin0721@sina.com,宅电:0335-8066018,手机:13933605818

(责任编辑:李铁柏)