

文章编号: 1001-4322(2002)02-0213-05

# 透明光学材料中缺陷吸收激光能量引起的热应力与断裂\*

黄晨光, 段祝平

(中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 利用热弹性理论分析了在光学材料中由于缺陷吸收激光能量引起的温度和热应力分布, 并且针对一个简单的裂纹模型分析了热应力产生的应力强度因子, 给出了一些主要参数对于应力强度因子的影响的规律。

**关键词:** 热应力; 应力强度因子; 激光效应; 断裂力学; 光学材料

**中图分类号:** O 346 1 **文献标识码:** A

近年来, 强激光对各种光学材料和光学元件的破坏, 成为了众多科学工作者关注的热点<sup>[1-3]</sup>。其中, 在实验研究方面, 人们获得了滤光片、主镜、分光镜、透镜、红外窗口材料等在不同参数的激光辐照下的破坏阈值, 并展现了丰富的破坏模式。在理论研究方面, 大部分的工作集中于研究靶目标由于表面吸收和体吸收导致的不均匀温度场及热应力<sup>[6-8]</sup>。最近, Hector 等<sup>[3]</sup>, 孙承纬等<sup>[2]</sup>研究了双层介质中的温度场和热应力分布, 以及带膜层光学元件的破坏。

某些光学材料对于一定波长的激光是透明的(如 Ge 和 GaAs 材料对于 10.6 μm CO<sub>2</sub> 激光), 光吸收很小。但是这些光学材料在制备过程中, 往往会在表面附近区域产生微裂纹和缺陷。这时缺陷吸收激光能量是导致材料热失效的控制性机理之一, 本文的工作就是针对这一问题进行的。我们将缺陷看作热源, 讨论由于热源引起的温度场和应力场, 并针对一个简单的裂纹模型得出了相应的应力强度因子。

## 1 材料缺陷吸收激光能量引起的温度和应力分布

由于缺陷大多位于表面附近的区域, 我们将光学材料简化成半无限大平板。另外, 研究主要针对连续波 CO<sub>2</sub> 激光, 可以忽略激光开始辐照时材料的暂态响应, 故此我们分析中将温度场求解简化为定常问题。

对透明光学材料而言, 缺陷吸收的能量往往比其他的吸收方式高出一至几个数量级。在求解温度场和应力场的过程中, 我们忽略了光学材料的表面吸收和体吸收的影响, 并且将缺陷看作已知的热源。

关于点热源在半无限空间中引起的温度分布和热应力, 可以按文献[4]中介绍的方法获得, 问题的模型见图 1。其中, 点热源位于 (a, 0), 热源强度为 W。

温度场的控制方程为

$$\Delta(k\theta) = 0 \tag{1}$$

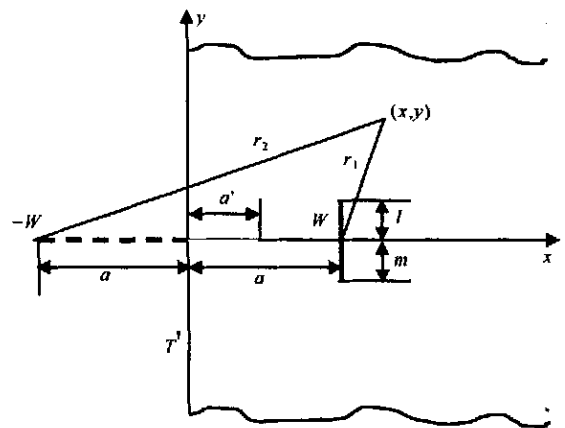


Fig. 1 Sketch map of model

图 1 模型示意图

\* 收稿日期: 2001-07-17; 修订日期: 2001-10-25  
基金项目: 国家自然科学基金(10002021)和国家 863 激光技术领域资助课题  
作者简介: 黄晨光(1969-), 男, 副研究员, 博士。

式中:  $\Delta$  为 Laplace 算子;  $\kappa$  为热传导系数。边界条件为  $\theta|_{x=0} = \text{const}$ 。方程(1)的解为

$$\theta = C \log(r_2/r_1) \quad (2)$$

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}, \quad C = W/2\kappa\pi\delta \quad (3)$$

其中,  $\delta$  为板的厚度。引入两个热弹性位移势

$$\Psi_1 = -M r_1^2 (\log r_2 - 1), \quad \Psi_2 = M r_2^2 (\log r_2 - 1) \quad (4)$$

$$M = (1 + \mu) \alpha \frac{W}{8\kappa\pi\delta} \quad (5)$$

上式中,  $\mu, \alpha$  分别为 Poisson 比和热膨胀系数。于是, 可以得到与热弹性位移势对应的应力分量为

$$\bar{\sigma}_{xx} = -2G \frac{\partial^2(\Psi_1 + \Psi_2)}{\partial y^2} = -4MG \left[ \log \frac{r_2}{r_1} + y^2 \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) \right] \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = -2G \frac{\partial^2(\Psi_1 + \Psi_2)}{\partial x^2} = -4MG \left[ \log \frac{r_2}{r_1} + \frac{(x+a)^2}{r_2^2} - \frac{(x-a)^2}{r_1^2} \right] \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = 2G \frac{\partial^2(\Psi_1 + \Psi_2)}{\partial x \partial y} = 4MG \left( \frac{x+a}{r_2^2} - \frac{x-a}{r_1^2} \right) y \quad (8)$$

式中:  $G$  为剪切模量。检查方程(6~8), 可以发现在  $x=0$  上, 剪应力分量不满足自由边界条件

$$\bar{\sigma}_{xy}|_{x=0} = 4GM \frac{2ay}{a^2 + y^2} \quad (9)$$

为此, 引入 Airy 应力函数  $F$ , 使其获得的应力分量在边界上抵销上述的非零分量。

$$F = 4MG2ax \log r_2 \quad (10)$$

该应力函数对应的应力分量为

$$\tilde{\sigma}_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 4GM 2ax \frac{(x-a)^2 - y^2}{r_2^4} \quad (11)$$

$$\tilde{\sigma}_{yy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 4GM 2a \frac{(x+2a)r_2^2 + 2xy^2}{r_2^4} \quad (12)$$

$$\tilde{\sigma}_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -4GM 2ay \frac{a^2 - x^2 + y^2}{r_2^4} \quad (13)$$

这样, 满足所有边界条件的热应力分布则为

$$\sigma_{xx} = \bar{\sigma}_{xx} + \tilde{\sigma}_{xx}, \quad \sigma_{yy} = \bar{\sigma}_{yy} + \tilde{\sigma}_{yy}, \quad \sigma_{xy} = \bar{\sigma}_{xy} + \tilde{\sigma}_{xy} \quad (14)$$

对于线缺陷吸收能量引起的问题, 我们可以考虑成一个线热源的情况, 线热源在  $xoy$  平面内平行于  $x=0$  的边界, 单位长度上的热源强度仍记为  $w$ 。此时, 热应力仍分为两部分, 如上式所示。其中

$$\bar{\sigma}_{xx} = \int_{-m}^l -4MG \left[ \log \frac{r_2}{r_1} + (y-y')^2 \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) \right] dy' = 4MG (y-y') \log \frac{r_2}{r_1} \Big|_{-m}^l \quad (15)$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \int_{-m}^l -4MG \left[ \log \frac{r_2}{r_1} + \frac{(x+a)^2}{r_2^2} - \frac{(x-a)^2}{r_1^2} \right] dy' =$$

$$\left\{ 8MG(a+x) \arctan \left( \frac{a-x}{y-y'} \right) + 8MG(x-a) \arctan \left( \frac{a-x}{y-y'} \right) + 4MG(y-y') \log \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \right\} \Big|_{-m}^l \quad (16)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = \int_{-m}^l 4MG \left( \frac{x+a}{r_2^2} - \frac{x-a}{r_1^2} \right) (y-y') dy' = -2MG(x-a) \log \frac{r_2}{r_1} \Big|_{-m}^l \quad (17)$$

式中:  $r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + (y-y')^2}$ ;  $r_2 = \sqrt{(x+a)^2 + (y-y')^2}$ 。

同时有

$$\tilde{\sigma}_{xx} = 4GM 2ax \frac{y-y'}{r_2^2} \Big|_{-m}^l \quad (18)$$

$$\tilde{\sigma}_{yy} = \left[ \frac{4GM 2ax(y-y')}{r_2^2} - 16MGa \arctan \left( \frac{y-y'}{x+a} \right) \right] \Big|_{-m}^l \quad (19)$$

$$\tilde{\sigma}_y = \left[ \frac{4M G 2ax(a+x)}{r_2^2} + 4M G a \log r_2^2 \right] \Big|_m^l \quad (20)$$

### 2 应力强度因子的分析

如前所述, 光学元件在制备的过程中往往会在表面产生裂纹。此处我们假设在  $y = 0$  处有一个长度为  $a$  的裂纹(并假设该裂纹的存在不影响上节的温度和应力计算), 如图 1 所示。根据线弹性断裂力学<sup>[5]</sup>和迭加原理, 可以获得应力强度因子的表达式

$$K_I = \int_0^a \frac{2}{\pi} \frac{1 + F(x/a)}{\sqrt{a^2 - x^2}} \sqrt{\pi a} \sigma_y \delta dx \quad (21)$$

$$K_{II} = \int_0^a \frac{2}{\pi} \frac{1 + F(x/a)}{\sqrt{a^2 - x^2}} \sqrt{\pi a} \sigma_x \delta dx \quad (22)$$

$F(x)$  为  $x$  的多项式<sup>[5]</sup>, 对于点缺陷情况,  $\sigma_y$  和  $\sigma_x$  由公式(6~ 8), (11~ 14) 求得, 将  $y = 0$  代入, 有

$$K_{II} = 0 \quad (23)$$

但是, 方程(21)中的积分十分繁杂, 难以求出。于是我们利用级数展开的方法进行计算, 得出

$$K_I = \sqrt{2} \sum_{i=0}^{10} C_i (a'/a)^i 4M G \delta \sqrt{\pi a} \quad (24)$$

式中的系数  $C_i$  参见表 1。

表 1 公式(24)中的参数值

Table 1 Parameter values in equation (24)

$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$
3.17	-3.90	3.74	$-1.05 \times 10^1$	$4.01 \times 10^1$	$-1.17 \times 10^2$	$2.15 \times 10^2$	$-2.39 \times 10^2$	$1.47 \times 10^2$	$-3.83 \times 10^1$	0

在线缺陷的情况下, 假设  $l = m$ , 并且令  $m = at$ , 采用与上述相似的方法, 可以获得应力强度因子为

$$K_{II} = 0 \quad (25)$$

$$K_I = \sqrt{2} \sum_{i=0}^{10} C_i (a'/a)^i 4M G a \delta \sqrt{\pi a} \quad (26)$$

式中的系数详见表 2。

表 2 公式(26)中的参数值

Table 2 Parameter values in equation (26)

$t$	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$
0.2	1.25	4.56	1.08	-1.02	$2.84 \times 10^{-1}$	1.09	-2.50	2.22	$-7.29 \times 10^{-1}$	$-9.56 \times 10^{-2}$	0
0.5	2.94	2.73	1.90	-1.72	1.10	$-9.42 \times 10^{-1}$	$6.35 \times 10^{-1}$	$-3.53 \times 10^{-1}$	$-8.26 \times 10^{-3}$	$7.63 \times 10^{-2}$	0
1	4.98	1.10	1.49	$-8.33 \times 10^{-1}$	$9.46 \times 10^{-3}$	$1.20 \times 10^{-1}$	$-1.01 \times 10^{-1}$	$2.77 \times 10^{-2}$	$2.32 \times 10^{-2}$	$-1.15 \times 10^{-2}$	0
2	$7.02 \times 10^{-1}$	$4.76 \times 10^{-1}$	$-1.12 \times 10^{-1}$	$-3.61 \times 10^{-2}$	$-4.83 \times 10^{-2}$	$1.29 \times 10^{-1}$	$-1.32 \times 10^{-1}$	$7.33 \times 10^{-2}$	$1.74 \times 10^{-2}$	0	0
3	$7.92 \times 10^{-2}$	$1.80 \times 10^{-1}$	$-3.30 \times 10^{-1}$	$4.20 \times 10^{-2}$	$1.48 \times 10^{-1}$	$2.39 \times 10^{-1}$	$-2.24 \times 10^{-1}$	$1.15 \times 10^{-1}$	$-2.51 \times 10^{-1}$	0	0

在下一节中, 我们将进一步讨论各参数对应力强度因子的影响。

### 3 结果讨论

图 2~ 4 显示的是表面裂纹不存在时的  $\sigma_y$  沿  $x$  轴的分布。从中可以发现, 点缺陷或者点热源的情况下, 边界上的应力最大, 沿  $x$  轴向热源靠拢时,  $\sigma_y$  逐渐减小并变为负值(在充分接近热源的地方,  $y$  方向承受压力); 而在线热源的情况下,  $\sigma_y$  变化的规律相反, 在边界上为最小值。同时应该注意到: 针对线缺陷的情形, 当单位长度上的热源强度固定时, 线缺陷的长度越大,  $\sigma_y$  的平均值增大, 但如果吸收能量固定时, 较短的缺陷产生的应力幅值更大。当然, 由公式(6~ 8)和(11~ 20)我们也可以获得整个区域内各应力分量的分布图。其中, 点热源所在的位置以及线缺陷的两端均为应力的奇异点。

在图 5~ 7 中, 描述了在不同热源条件下裂纹的相对长度、缺陷长度等因素对应力强度因子  $K_I$  的影响。图 5 中, 当点热源距离边界的距离  $a$  固定时,  $K_I$  在  $a'/d = 0.4$  左右取最大值, 结合应力分布图来

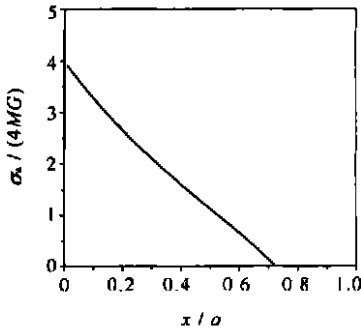


Fig 2 Stress distribution along x-axis (point defect)

图 2 沿 x 轴的应力分布(点缺陷)

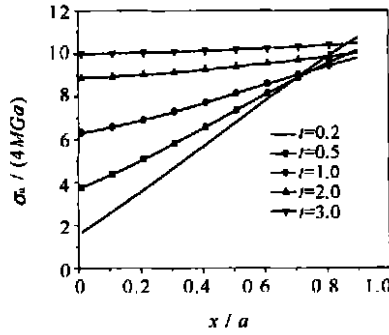


Fig 3 Stress distribution along x-axis (line flaw, M is fixed)

图 3 沿 x 轴的应力分布(线缺陷, M 固定)

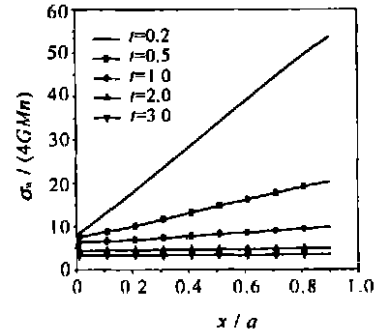


Fig 4 Stress distribution along x-axis (line flaw, energy is fixed)

图 4 沿 x 轴应力分布(线缺陷, 吸收能量固定)

看, 这是合理的, 当裂纹长度  $a'$  接近  $a$  时, 裂尖附近裂纹面上的  $y$  向正应力为负, 这减小了应力强度因子。图 5 同时表明, 当  $a$  固定时, 裂纹长度增加时其应力强度因子有明显的提高。在线缺陷情况下, 当  $a$  固定时, 应力强度因子是裂纹长度的单调增加函数, 参见图 6。与点热源情况相同的是, 当  $a'/a$  固定时, 裂纹长度的增加将导致应力强度因子的提高。从该图中还可以得知, 线热源的长度增加会引起应力强度因子的明显提高, 应注意的是, 上述结论得出的前提条件是单位长度上的热源强度保持不变。如果线缺陷吸收的能量固定, 从图 7 则显示出, 缺陷较短, 单位长度吸收的能量较多时对应的应力强度因子较高。

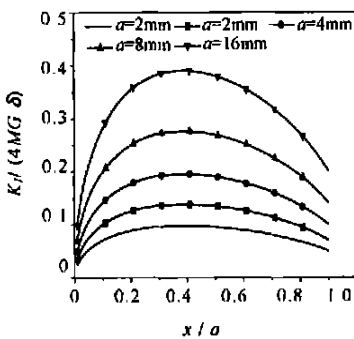


Fig 5 Effect of  $a'/a$  on the SIF  $K_I$  (point defect)

图 5 点缺陷条件下的应力强度因子  $K_I$

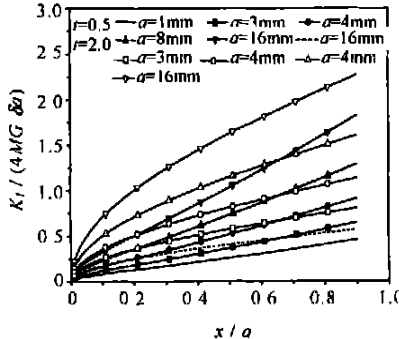


Fig 6 Effect of  $a'/a$  on the SIF  $K_I$  (line defect, M is fixed)

图 6 线缺陷条件下的应力强度因子  $K_I$  (M 固定)

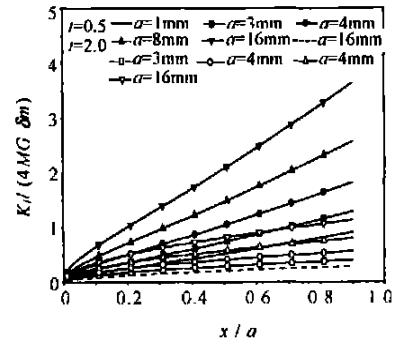


Fig 7 Effect of  $a'/a$  on the SIF  $K_I$  (line defect, M energy is fixed)

图 7 线缺陷条件下的应力强度因子  $K_I$  (吸收能量固定)

本文中,  $x = 0$  边界上采用了常温边界条件。如果采用对流或绝热边界条件, 温度场的解析解结果较复杂。至于不同边界条件的影响, 主要取决于热传导的特征时间(与热传导系数及吸热缺陷离开表面的距离等有关)和激光辐照的特征时间的比值。

另外, 采用本文的方法, 亦可以获得体缺陷以及平行多裂纹在类似热与边界条件下的应力分布和应力强度因子。

参考文献:

[1] 夏晋军, 龚辉, 程雷 光学材料连续波激光热-力破坏效应[J]. 光学学报, 1997, 17(1): 20—23 (Xia J J, Gong H, Chen L. The thermal-mechanical coupling failure effect of optical materials irradiated by continuum wave laser, *Acta Optica Sinica*, 1997, 17(1): 20—23)

[2] 孙承纬, 赵剑衡, 袁永华, 等 分束镜的非工作波段激光作用失效机制[A]. 激光的热和力学效应学术会议论文集'2000[C]. 中国广西, 1—7. (Sun C W, Zhao J H, Yuan Y H, et al. Proceedings of thermal and mechanical effects of strong laser beam' 2000, edited by Chen Y Z. 2000, 1—7)

[3] Kim W S, Hector L G, Hetnarski R B, Thermoelastic stresses in a bonded layer due to repetitively pulsed laser radiation[J]. *Acta Mechanica*, 1997, 125: 107—128



- [4] 梅蓝 E, 帕尔库斯 H. 由于定常温度场而产生的热应力[M]. 北京: 科学出版社, 1955 (Mellan E, Palcuth H, Thermal stress and permanent temperature distribution Beijing: Science Press, 1955)
- [5] 中国航空研究院 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1982 (Chinese Aeronautics Research Institute, Handbook of stress intensity factor Beijing: Science Press, 1982)
- [6] 杜少军, 陆启生, 赵伊君, 等. 激光窗口形状对应力和光束位相影响的数值计算[J]. 强激光与粒子束, 2000, 12(3): 273—276 (Du S J, Lu Q S, Zhao Y J, et al, Numerical calculation about the effect of laser window shape on the thermal stress and beam's phase *High power laser and particle beams*, 2000, 12(3): 273—276)
- [7] 陈小伟, 陈裕泽, 余同希, 等. 热力联合作用弹性薄圆板的弯曲与屈曲[J]. 强激光与粒子束, 1998, 10(4): 531—536 (Chen X W, Chen Y Z, Yu T X, et al Non linear bending, duckling and failure of elastic thin circular plates under combined thermal and force loading *High power laser and particle beams*, 1998, 10(4): 531—536)
- [8] 罗福, 孙承纬, 杜祥瑞. 1.06 $\mu\text{m}$  连续激光照射下 K9 玻璃板的应力松弛破坏[J]. 强激光与粒子束, 2001, 13(1): 19—23 (Luo F, Sun C W, Du X W, Stress relaxation damage in K9 glass plate irradiated by 1.06 $\mu\text{m}$  CW laser *High power laser and particle beams*, 2001, 13(1): 19—23)

## Thermal stress and fracture in transparent optical materials due to laser energy-absorption by a defect

HUANG Chen-guang, DUAN Zhu-ping

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** This paper presents the distributions of temperature and thermal stress in the transparent optical materials, resulting from the laser energy-absorption of a defect. When the defect is point-like, the maximum value of normal stress in  $y$ -direction locates on the boundary. With the increase of  $x$ , the stress decreases obviously. But when there exists a line flaw, the normal stress in  $y$ -direction is minimum at the boundary and is singular at the two ends of the linear flaw. Based on a simple crack model, the relative stress intensity factor (SIF) and effects of various parameters on SIF were analyzed. The results show that, in the case of point-like defect, SIF increases monotonously with the enlargement of the ratio between the crack length and the distance from the defect to the boundary line. However, the effect of the ratio on SIF is more complex, when the flaw is linear. The method adopted in this paper can be expanded to analyze planar flaw or the parallel multi-flaws.

**Key words:** thermal stress; stress intensity factor; laser effects; fracture mechanics; optical material