

УДК 533.27

## КОЭФФИЦИЕНТ СКАЧКА КОНЦЕНТРАЦИИ В РАЗРЕЖЕННОЙ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

### ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

Шэнь Цин

Проблема скачка концентрации пара (А) в разреженной газовой смеси (из А, В) рассматривается в общем случае  $n_A \sim n_B$ . Дана процедура решения уравнений Больцмана бинарной смеси, моделированных согласно Voley и Yip [1], для вычисления коэффициента скачка концентрации. Представлены численные примеры для случая водяной капли в воздухе с  $n_A/n_B = 1.7, 7.9, 24.5\%$ , которые показывают, что формула, полученная в предположении  $n_A/n_B \ll 1$  [2], может быть использована в качестве быстрой оценки для  $n_A/n_B \leq 10\%$  и коэффициент аккомодации  $\alpha_B$  воздуха на поверхности конденсированной фазы пара имеет очень незначительное влияние на величину коэффициента скачка концентрации.

### 1. Введение

В проблеме роста и испарения капли в режиме скольжения  $0 < K_n < 0.1$  ( $K_n = \lambda/2a$ ,  $\lambda$  — средний свободный пробег газа,  $a$  — радиус сферической капли), когда имеется градиент концентрации пара в нормальном направлении у стенки, условие дискретности концентрации пара на границе должно быть постулировано и концепция коэффициента скачка концентрации  $C_{dA}$  должна быть введена (см. [3]). В нашей предыдущей работе [2] мы определили  $C_{dA}$  в зависимости от коэффициента испарения при условии  $n_A \ll n_B$ , где  $n_A, n_B$  — концентрация пара (компонента А) и окружающего газа (компонента В, например, воздуха) соответственно. Там уравнения Больцмана для бинарной газовой смеси с операторами перекрестных столкновений, моделированными согласно Voley и Yip [1], были расщеплены и уравнение, полученное таким образом для пара и похожее по форме на уравнение BGKW [4, 5], разрешалось для вычисления  $C_{dA}$ . Общий случай немалого  $n_A$  по сравнению с  $n_B$  имеет как теоретическое, так и практическое значение. Например, в случае роста и испарения водяной капли при окружающей температуре  $T \sim 15-40^\circ\text{C}$  в атмосфере отношение  $n_A/n_B$  будет 2—8 %, и для применения в атмосферной физике желательно уметь вычислить  $C_{dA}$  для немалого  $n_A$  и смотреть, до какой степени результат, полученный в предположении  $n_A/n_B \ll 1$ , может быть использован для практической цели.

Для того чтобы решить эту проблему в общем случае, уравнения Больцмана для бинарной газовой смеси должны решаться совместно и кроме коэффициента испарения  $\alpha_A$  в рассмотрение должен быть введен и коэффициент аккомодации  $\alpha_B$  окружающего газа на поверхности конденсированной фазы. В настоящей работе рассмотрен этот общий случай и дана процедура решения совместных уравнений Больцмана при подходящих граничных условиях для вычисления  $C_{dA}$ . В следующем разделе дана формулировка проблемы в общем случае. Далее разъяснена процедура вычисления  $C_{dA}$ , даны вычисления  $C_{dA}$  для водяного пара и воздуха для конкретных величин  $n_A/n_B$  и различных значений  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$ , обоснованы полученные результаты.

## 2. Формулировка проблемы

Рассматривается испарение или конденсация на плоской стенке конденсированной фазы некоторого пара (компонента А) в присутствии другого «инертного» газа (компонента В). Пусть имеется постоянный нормальный градиент (в направлении  $y$ ) концентрации пара далеко от стенки. В режиме течения скольжения постулируется граничное условие дискретности концентрации пара, подобное температурному скачку

$$n_A - n_{A1} = C_{dA} \lambda \frac{dn_A}{dy}, \quad (2.1)$$

где  $n_{A1}$  — равновесная величина концентрации пара у стенки. Проблема рассматривается с помощью линеаризованных уравнений Больцмана для бинарной газовой смеси с операторами перекрестных столкновений, аппроксимированными по простейшей модели Voley и Yip [1], и операторами односортовых столкновений, аппроксимированными по модели BGKW [4, 5].

$$C_{mA} \xi_{Ay} \frac{\partial \Phi_A}{\partial y} = n_A \gamma'_A \left[ v_A - \Phi_A + 2\xi_{Ay} u_{Ay} + \tau_A \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \right] + n_B \gamma'_B \left[ v_B - \Phi_B + 2\xi_{By} u_{By} + \frac{1}{2} (\tau_A + \tau_B) \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \right], \quad (2.2)$$

$$C_{mB} \xi_{By} \frac{\partial \Phi_B}{\partial y} = n_B \gamma'_B \left[ v_B - \Phi_B + 2\xi_{By} u_{By} + \tau_B \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \right] + n_A \gamma'_A \left[ v_A - \Phi_A + 2\xi_{Ay} u_{Ay} + \frac{1}{2} (\tau_A + \tau_B) \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \right], \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} v_i \\ u_i \\ \tau_i \end{pmatrix} = \int F_i \Phi_i \begin{pmatrix} 1 \\ \xi_i \\ \frac{2}{3} \xi_i^2 - 1 \end{pmatrix} d\xi_i, \quad i = A, B, \quad (2.4)$$

$$F_i = \pi^{-3/2} \exp(-\xi_i^2), \quad i = A, B, \quad (2.5)$$

где  $\Phi_A, \Phi_B$  — малые отклонения от равновесных функций распределения для А, В;  $\xi_A = v/C_{mA}$ ;  $\xi_B = v/C_{mB}$ ;  $v$  — молекулярная скорость;  $C_{mi} = (2kT/m_i)$ ;  $i = A, B$ ;  $m_A, m_B$  — молекулярные веса;  $k$  — постоянная Больцмана,

$$U_A = z_A u_A + z_B \sqrt{m_A/m_B} u_B, \quad U_B = z_A \sqrt{m_B/m_A} u_A + z_B u_B, \\ z_A = m_A/(m_A + m_B), \quad z_B = m_B/(m_A + m_B), \\ \gamma' = kT/nD_{AB}, \quad \gamma'_A = 2kT/nD_{AA}m_A, \quad \gamma'_B = 2kT/nD_{BB}m_B, \quad (2.6)$$

где  $\mu = m_A m_B / (m_A + m_B)$  и  $D_{AB}, D_{AA}, D_{BB}$  — коэффициент взаимной диффузии между А и В, коэффициенты самодиффузии для А и В соответственно.

Введя новую переменную

$$\eta = \frac{kT}{D_{AB} \mu C_{mA}} y,$$

уравнения (2.2), (2.3) могут быть переписаны как

$$\xi_{Ay} \frac{\partial \Phi_A}{\partial \eta} + M \Phi_A = M v_A + M_1 \xi_{Ay} u_{Ay} + M_2 \xi_{Ay} u_{By} + M_3 \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \tau_A + M_4 \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \tau_B, \quad (2.7)$$

$$\xi_{By} \frac{\partial \Phi_B}{\partial \eta} + N \Phi_B = N v_B + N_1 \xi_{By} u_{Ay} + N_2 \xi_{By} u_{By} + N_3 \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \tau_A + N_4 \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \tau_B, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned}
 M &= G_A \frac{n_A}{n} + \frac{n_B}{n}, \quad N = \left( G_B \frac{n_B}{n} + \frac{n_A}{n} \right) \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}, \\
 M_1 &= 2G_A \frac{n_A}{n} + 2 \frac{m_A}{m_A + m_B} \frac{n_B}{n}, \quad N_1 = 2 \frac{m_B}{m_A + m_B} \frac{n_A}{n}, \\
 M_2 &= 2 \frac{\sqrt{m_A m_B}}{m_A + m_B} \frac{n_B}{n}, \quad N_2 = 2 \frac{m_B}{m_A + m_B} \sqrt{\frac{m_B}{m_A} \frac{n_A}{n}} + 2G_B \sqrt{\frac{m_B}{m_A} \frac{n_B}{n}}, \\
 M_3 &= G_A \frac{n_A}{n} + \frac{1}{2} \frac{n_B}{n}, \quad N_3 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_B}{m_A} \frac{n_A}{n}}, \\
 M_4 &= \frac{1}{2} \frac{n_B}{n}, \quad N_4 = \left( G_B \frac{n_B}{n} + \frac{1}{2} \frac{n_A}{n} \right) \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}, \\
 G_A &= 2 \frac{D_{AB}}{D_{AA}} \frac{\mu}{m_A} = \frac{S_{AA}}{S_{AB}} \left( \frac{2\mu}{m_A} \right)^{1/2}, \quad G_B = 2 \frac{D_{AB}}{D_{BB}} \frac{\mu}{m_B} = \frac{S_{BB}}{S_{AB}} \left( \frac{2\mu}{m_B} \right)^{1/2},
 \end{aligned}$$

$S_{AB}$ ,  $S_{AA}$ ,  $S_{BB}$  — диффузионные сечения столкновений. Здесь были использованы выражения типа [6, 7]

$$D_{AB} = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{n S_{AB}} \left[ \frac{kT}{\mu} \right]^{1/2}.$$

Предполагается, что пар и воздух удовлетворяют максвелловским граничным условиям, которые в линеаризованном виде запишутся как

$$\Phi_A(\xi_{Ax}, \xi_{Ay}, \xi_{Az}) = (1 - \alpha_A) \Phi_A(\xi_{Ax}, -\xi_{Ay}, \xi_{Az}), \quad (2.9)$$

$$\Phi_B(\xi_{Bx}, \xi_{By}, \xi_{Bz}) = (1 - \alpha_B) \Phi_B(\xi_{Bx}, -\xi_{By}, \xi_{Bz}), \quad (2.10)$$

где  $\alpha_A$  — коэффициент конденсации пара А,  $\alpha_B$  — коэффициент аккомодации В на конденсированной фазе А. Компоненты скорости  $u_{Ay}$ ,  $u_{By}$  легко могут быть показаны равными постоянным. И так как молекулы В еще удовлетворяют условиям отсутствия конденсации и адсорбции на стенке, т. е.  $u_{By}|_{y=0} = 0$ , мы имеем

$$u_{By} = 0$$

всюду в поле течения.

Малые отклонения  $v_A$ ,  $\tau_A$ ,  $v_B$ ,  $\tau_B$  концентрации и температуры от равновесных значений предполагаются представленными в виде

$$\begin{aligned}
 v_A &= c\eta + b + v_{AK}, \quad \tau_A = a\eta + d + \tau_{AK}, \\
 v_B &= \gamma\eta + \beta + v_{BK}, \quad \tau_B = \alpha\eta + \delta + \tau_{BK},
 \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $v_{AK}$ ,  $\tau_{AK}$ ,  $v_{BK}$ ,  $\tau_{BK}$  — исчезающие на бесконечности функции;  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  — постоянные;  $b/c \sim C_{dA}/\lambda$  характеризует скачок концентрации компоненты А. По форме  $v_A$ ,  $\tau_A$ ,  $v_B$ ,  $\tau_B$  на бесконечности и основным уравнениям (2.7), (2.8) определяется форма решений  $\Phi_i$  на бесконечности. Подстановкой этих выражений для  $\Phi_i$  в (2.4) легко получаются ограничения на введенные постоянные и  $u_{Ay}$

$$u_{Ay} = \frac{1}{(2M - M_1)} (c + a), \quad o = N_1 u_{Ay} - \gamma - \alpha, \quad d = \delta, \quad a = \alpha. \quad (2.12)$$

Чтобы сделать постановку задачи определенной, привлекается еще изотермическое условие на бесконечности: температура пара и газа имеет одно и то же значение и имеет нулевой градиент вне кнуденовского слоя. Это приводит к

$$a = \alpha = d = \delta = 0, \quad \gamma = -\frac{n_A}{n_B} c, \quad u_{Ay} = -\frac{c}{2M - M_1}. \quad (2.13)$$

И (2.11) теперь имеет вид

$$v_A = c\eta + b + v_{AK}; \quad \tau_A = \tau_{AK}, \quad v_B = -\frac{n_A}{n_B} c\eta + \beta + v_{BK}, \quad \tau_B = \tau_{BK}. \quad (2.14)$$

Основные уравнения (2.7) и (2.8) решаются совместно при макроскопических условиях (2.4), граничных условиях на стенке (2.9) и (2.10) и условиях на бесконечности, выраженных в форме (2.14). Остающиеся постоянные  $b, c, \beta$  определяются в процессе решения и коэффициент скачка концентрации определяется как

$$C_{dA} = \frac{b}{c(\eta/y)\lambda} \equiv \frac{b}{c} \frac{D_{AB} \mu C_{mA}}{kT} \frac{1}{\lambda}$$

(см. (2.1) и первое из (2.11)).

### 3. Вычисление коэффициента скачка концентрации в общем случае

Решая (2.7) и (2.8) через  $\nu_A, \tau_A, u_{Ay}, \nu_B, \tau_B$  при граничных условиях (2.9) и (2.10), получаем

$$\begin{aligned} \Phi_A |_{\xi_{Ay} > 0} &= \frac{(1 - \alpha_A)}{\xi_{Ay}} \int_0^{\infty} \left[ M\nu_A - M_1 \xi_{Ay} u_{Ay} + (M_3 \tau_A + M_4 \tau_B) \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \times \\ &\times \exp\left(-\frac{M\zeta}{\xi_{Ay}}\right) d\zeta \exp\left(-\frac{M\eta}{\xi_{Ay}}\right) + \frac{1}{\xi_{Ay}} \int_0^{\eta} \left[ M\nu_A + M_1 \xi_{Ay} u_{Ay} + (M_3 \tau_A + M_4 \tau_B) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \exp\left(-\frac{M(\eta - \zeta)}{\xi_{Ay}}\right) d\zeta, \\ \Phi_A |_{\xi_{Ay} < 0} &= \frac{1}{|\xi_{Ay}|} \int_{\eta}^{\infty} \left[ M\nu_A + M_1 \xi_{Ay} u_{Ay} + (M_3 \tau_A + M_4 \tau_B) \left( \xi_A^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{M|\eta - \zeta|}{|\xi_{Ay}|}\right) d\zeta, \\ \Phi_B |_{\xi_{By} > 0} &= \frac{(1 - \alpha_B)}{\xi_{By}} \int_0^{\infty} \left[ N\nu_B - N_1 \xi_{By} u_{Ay} + (N_3 \tau_A + N_4 \tau_B) \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \times \\ &\times \exp\left(-\frac{N\zeta}{\xi_{By}}\right) d\zeta \exp\left(-\frac{N\eta}{\xi_{By}}\right) + \frac{1}{\xi_{By}} \int_0^{\eta} \left[ N\nu_B + N_1 \xi_{By} u_{Ay} + (N_3 \tau_A + N_4 \tau_B) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \exp\left(-\frac{N(\eta - \zeta)}{\xi_{By}}\right) d\zeta, \\ \Phi_B |_{\xi_{By} < 0} &= \frac{1}{|\xi_{By}|} \int_{\eta}^{\infty} \left[ N\nu_B + N_1 \xi_{By} u_{Ay} + (N_3 \tau_A + N_4 \tau_B) \left( \xi_B^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{N|\eta - \zeta|}{|\xi_{By}|}\right) d\zeta. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Подстановкой (3.1) в (2.4) устраняются  $\Phi_A$  и  $\Phi_B$  и получаются соотношения между  $\nu_A, \nu_B, \tau_A, \tau_B$ . Внесение (2.14) в эти соотношения ведет к следующим интегральным уравнениям для  $\nu_{AK}, \nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}$ :

$$\begin{aligned} \pi^{1/2} \nu_{AK} - \frac{2\alpha_A}{M} J_0(M\eta) L_{0,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - L_{1,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - \\ - (1 - \alpha_A) L_{1,M}^*(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = [K_1 J_1(M\eta) - K_2 J_0(M\eta)] c, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \pi^{1/2} \nu_{BK} - \frac{2\alpha_B}{N} J_0(N\eta) L_{0,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - L_{1,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - \\ - (1 - \alpha_B) L_{1,N}^*(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = -\frac{n_A}{n_B} [K_3 J_1(N\eta) - K_4 J_0(N\eta)] c, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \pi^{1/2} (\nu_{AK} + \tau_{AK}) - \frac{2\alpha_A}{M} (J_2(M\eta) + J_0(M\eta)) L_{0,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - \\ & - L_{2,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - (1 - \alpha_A) L_{2,M}^*(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = \\ & = [K_1 (J_3(M\eta) + J_1(M\eta)) - K_2 (J_2(M\eta) + J_0(M\eta))] c, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \pi^{1/2} (\nu_{BK} + \tau_{BK}) - \frac{2\alpha_B}{N} (J_2(N\eta) + J_0(N\eta)) L_{0,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - \\ & - L_{2,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) - (1 - \alpha_B) L_{2,N}^*(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = \\ & = -\frac{n_A}{n_B} [K_3 (J_3(N\eta) + J_1(N\eta)) - K_4 (J_2(N\eta) + J_0(N\eta))] c, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$b = \frac{K_2}{\alpha_A} c - \frac{2}{M} L_{0,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}), \quad (3.6)$$

$$\beta = -\frac{K_4}{\alpha_B} \frac{n_A}{n_B} c - \frac{2}{N} L_{0,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}), \quad (3.7)$$

где

$$K_1 = \frac{2 - \alpha_A}{M} \left( 1 + M_1 \frac{m_A + m_B}{2m_B} \frac{n}{n_B} \right),$$

$$K_2 = \frac{\pi^{1/2}}{M} \left[ \frac{m_A + m_B}{m_B} \frac{n}{n_B} - \frac{\alpha_A}{2} \left( M + \frac{M_1}{2M} \frac{m_A + m_B}{m_B} \frac{n}{n_B} \right) \right],$$

$$K_3 = \frac{2 - \alpha_B}{N} \left( 1 - N_1 \frac{m_A + m_B}{2m_B} \frac{n}{n_A} \right),$$

$$K_4 = -\frac{\pi^{1/2} \alpha_B}{2N} \left( N - \frac{N_1}{2N} \frac{m_A + m_B}{m_B} \frac{n}{n_A} \right),$$

$$L_{0,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = \int_0^\infty \left[ M \nu_{AK} J_0(\zeta) + (M_3 \tau_{AK} + M_4 \tau_{BK}) \left( J_2(\zeta) - \frac{1}{2} J_0(\zeta) \right) \right] d\zeta,$$

$$L_{0,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = \int_0^\infty \left[ N \nu_{BK} J_0(\zeta) + (N_3 \tau_{AK} + N_4 \tau_{BK}) \left( J_2(\zeta) - \frac{1}{2} J_0(\zeta) \right) \right] d\zeta,$$

$$\begin{aligned} L_{1,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) &= \int_0^\infty \left[ M \nu_{AK} J_{-1}(M|\eta - \zeta|) + \right. \\ & \left. + (M_3 \tau_{AK} + M_4 \tau_{BK}) \left( J_1(M|\eta - \zeta|) - \frac{J_{-1}(M|\eta - \zeta|)}{2} \right) \right] d\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{1,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) &= \int_0^\infty \left[ N \nu_{BK} J_{-1}(N|\eta - \zeta|) + \right. \\ & \left. + (N_3 \tau_{AK} + N_4 \tau_{BK}) \left( J_1(N|\eta - \zeta|) - \frac{1}{2} J_{-1}(N|\eta - \zeta|) \right) \right] d\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{2,M}(\nu_{AK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) &= \int_0^\infty \left[ M \nu_{AK} \{ J_1(M|\eta - \zeta|) + J_{-1}(M|\eta - \zeta|) \} + \right. \\ & \left. + (M_3 \tau_{AK} + M_4 \tau_{BK}) \left\{ J_3(M|\eta - \zeta|) + \frac{J_1(M|\eta - \zeta|) + J_{-1}(M|\eta - \zeta|)}{2} \right\} \right] d\zeta, \end{aligned}$$

$$L_{2,N}(\nu_{BK}, \tau_{AK}, \tau_{BK}) = \int_0^\infty \left[ N \nu_{BK} \{ J_1(N|\eta - \zeta|) + J_{-1}(N|\eta - \zeta|) \} + \right.$$

$$+ (N_3 \tau_{AK} + N_4 \tau_{BK}) \left\{ J_3(N|\eta - \zeta|) + \frac{J_1(N|\eta - \zeta|) + J_{-1}(N(\eta - \zeta|))}{2} \right\} d\zeta,$$

$$J_n(\eta) = \int_0^{\infty} t^n \exp\left(-t^3 - \frac{\eta}{t}\right) dt,$$

$L_{i,K}^*$ ,  $L_{i,N}^*$  ( $i=1, 2$ ) подобны  $L_{i,M}$ ,  $L_{i,N}$  и получаются из них, если  $J_j(M|\eta - \zeta|)$ ,  $J_j(N|\eta - \zeta|)$  ( $j=-1, 1, 3$ ) заменить  $J_j(M(\eta + \zeta))$ ,  $J_j(N(\eta + \zeta))$ .

Когда специфированы молекулярные постоянные и другие свойства пара и газа, интегральные уравнения (3.2)–(3.7) решаются численным методом, как и в нашей предыдущей работе [2];  $\nu_{AK}$ ,  $\tau_{AK}$ ,  $\nu_{BK}$ ,  $\tau_{BK}$  разлагаются в полиномы  $J_n(\eta)$  и с помощью моментного метода получаются алгебраические уравнения для коэффициентов этих разложений и  $b/c$ ,  $\beta/c$ . В коэффициентах этих алгебраических уравнений появляются некоторые определенные интегралы, включающие в себя  $M$  и  $N$  как параметры. Процедура численного решения задачи была программирована и может дать ответ для любой пары пара и газа для произвольного отношения концентраций и произвольных значений коэффициентов испарения и accommodation.

#### 4. Численные примеры и обсуждение

Уравнения (3.2)–(3.7) были решены, в частности, для водяного пара ( $A$ ) и воздуха ( $B$ ) с  $m_A/m_B = 0.621$ ,  $S_{AA}/S_{AB} = 0.994$ ,  $S_{BB}/S_{AB} = 1.006$  для трех значений  $n_A/n_B$  (1.7, 7.9, 24.5%) и различных значений  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$ .  $C_{dA}$  определяется как

$$C_{dA} = \frac{b}{c} \frac{D_{AB} \mu C_{mA}}{kT} \frac{1}{\lambda}.$$

С помощью выражения  $D_{AB}$ , данного прежде, и следующего выражения для  $\lambda_A$  (длины свободного пробега молекулы пара  $A$  в смеси)

$$\lambda_A = \left[ \sqrt{2} n_A S_{AA} + n_B S_{BA} \left( \frac{m_A}{\mu} \right)^{1/2} \right]^{-1}$$

коэффициент скачка концентрации вычисляется как

$$C_{dA(A)} = \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \left( G_A \frac{n_A}{n} + \frac{n_B}{n} \right) \frac{b}{c}.$$

Так, значения  $C_{dA(A)}$ , данные ниже, нужно понимать как значения коэффициента скачка концентрации, когда  $\lambda$  в уравнении (2.1) стоит для обозначения свободного пробега молекулы водяного пара в атмосфере.

Значения  $C_{dA(A)}$  для водяного пара в воздухе

$n_A/n_B, \%$	$\alpha_A$									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
1.7	18.8	9.03	5.78	4.14	3.15	2.48	2.00	1.64	1.35	1.12
7.9	19.9	9.56	6.11	4.37	3.32	2.62	2.11	1.73	1.42	1.18
24.5	22.9	11.0	7.02	5.02	3.81	3.00	2.42	1.97	1.63	1.35
Формула (4.1)	18.5	8.81	5.68	4.07	3.10	2.45	1.97	1.61	1.73	1.09

Численные значения  $C_{dA(A)}$  приведены в таблице для  $\alpha_A$ , изменяющегося от 0.1 до 1.0 через интервал 0.1, и для  $\alpha_B$ , равного 1.0. Вычисления были проведены и для  $\alpha_B$ , равного 0.5 и 0.1. Результаты показывают, что  $\alpha_B$  имеет незна-

чительное влияние на  $C_{dA}$ . Значения  $C_{dA(A)}$ , полученные из приближенного решения задачи в предположении  $n_A/n_B \ll 1$ , равны

$$C_{dA(A)} = \frac{3\pi^{1/2}}{8} \left(1 + \frac{m_A}{m_B}\right) (2 - \alpha_A) b^0, \quad (4.1)$$

где  $b^0$  было табулировано в [2] и дано в таблице. Видно, что приближенное решение в предположении  $n_A/n_B \ll 1$  довольно точно для  $n_A/n_B = 1.7\%$  и не слишком плохо для  $n_A/n_B \sim 8\%$ . Однако чтобы точно оценить коэффициент скачка концентрации, рекомендация настоящей работы должна быть применена. С введением некоторых исходных данных результат для любой пары пара и газа и любого отношения  $n_A/n_B$  получаются без особого труда. Все же формула (4.1) полезна как удобная оценка для  $C_{dA}$  для не слишком большого  $n_A/n_B$ , что часто встречается на практике.

В литературе по атмосферной физике определению значения коэффициента конденсации по данным скорости роста водяной капли в атмосфере уделяется большое внимание и было обнаружено расхождение в информации о значениях  $\alpha_A$ . Некоторые работы (см. [8, 9]) докладывали довольно низкие значения  $\alpha_A$  (до 0.01—0.03), хотя в настоящее время считается, что оценка  $\alpha_A \sim 1$ , полученная недавними работами, более реальна (см. [10, 11]). Интересно использовать этот результат для анализа экспериментальных данных определения  $\alpha_A$  по росту водяной капли в воздухе.

#### Литература

- [1] Boley C. D., Yip S. Modeling theory of the linearised collision operator for a gas mixture. — Phys. Fluids, 1972, v. 18, p. 1424—1433.
- [2] Shen Ch. The concentration-jump coefficient in a rarefied binary gas mixture. — J. Fluid Mech., 1983, v. 137, p. 221—231.
- [3] Hidy G. M., Brock J. R. The Dynamics of Aerocolloidal Systems. Pergamon, 1970.
- [4] Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M. A model for collision processes in gases. Part 1. — Phys. Rev., 1954, v. 94, p. 511—525.
- [5] Welander P. On the temperature jump in a rarefied gas. — Ark. Fys., 1954, v. 7, p. 507—553.
- [6] Kennard E. Kinetic Theory of Gases. McGraw-Hill, 1938.
- [7] Chapman S., Cowling T. The Mathematical Theory of Non-uniform Gases. Cambridge University Press, 1970.
- [8] Sinnarwalla A. M., Alots D. J., Carstens J. C. Measurement of growth rate to determine condensation coefficient for water drops grown on natural cloud nuclei. — J. Atmosph. Sci., 1975, v. 32, p. 592—599.
- [9] Vietti M. A., Schuster B. G. Laser scattering measurements of droplet growth in binary mixture. Part 1. — J. Chem. Phys., 1973, v. 58, p. 434—441.
- [10] Vietti M. A., Fastook J. K. Water droplet growth in an expansion cloud chamber operating at small supersaturations. — J. Rech. Atmosph., 1975, v. 9, p. 181—195.
- [11] Неизвестный А. И., Котлов Г. Б., Онищенко Л. И. Определение коэффициента конденсации воды при росте капель микронных размеров на гигроскопических ядрах конденсации. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, с. 74—81.

Институт механики АН  
Китайской Народной Республики  
Пекин

Поступило в Редакцию  
17 декабря 1984 г.