

哈里波顿压裂液摩阻图表分析

中国科学院力学研究所

张德华 王清泉 唐泽眉 严仲敏

准确地计算压裂液摩阻,是油井压裂施工设计的重要内容之一。七十年代初,美国哈里波顿公司公开发表了一套水基压裂液摩阻图表^{[1]-[4]}。我国引进后,大港油田井下作业指挥部曾翻译印制。为了掌握进口技术,我们将这套图表进行了计算分析,结果于下。

一、图表内容和分析方法

哈里波顿图表分四册。第一册为牛顿流,包括九种粘度的流体。二至四册为非牛顿流,包括瓜胶等七个品种、44种浓度,参看表1。对每一粘度或浓度的压裂液,图表给出九种圆管、五种环管的摩阻损失与排量关系曲线。管径尺寸、摩阻损失范围、排量范围,采取统一形式。参看图1、2。由上述条件的组合,共有牛顿流摩阻曲线126条,非牛顿流的616条。

哈里波顿图表中品种与浓度参数

表 1

品 种	浓度, (添加剂磅/千加仑水)										备 注
WG-6	10	20	30	40	60	80					第二册
WG-7	5	10	20	30	40						第二册
WAC-8	20	30	40	60	80	100					第三册
WAC-10	20	40	60	80	100						第三册
WAC-11	25	50	75	100							第三册
FR-16	2	4	6	8	10	15	20	30	40		第四册
FR-18	2	4	6	8	10	15	20	30	40		第四册
牛顿流体	粘度 (厘泊) 1 5 10 25 50 75 100 150 200										第一册

为了从这些不同的曲线中找出共同的规律,我们依据原图、流体力学基本原理、数学推理与计算,证明了哈里波顿图表所用的本构方程,算出了流变参数,进而把图表的摩阻与排量关系换算成摩阻系数与广义雷诺数关系,并用简单的数学公式表示出来。最后,将结果与现有理论的、半经验的结果比较,尽可能作出解释和结论。所用的方法,可供同志们处理类似资料和实验数据时参考。

二、本构方程推导与流变参数计算

剪切应力与剪切速率之间的关系叫本构方程或流变状态方程。下面证明，哈里波顿用的是指数律模型。

图 1 是每千加仑水加入 60 磅瓜胶压裂液在圆管中的摩阻与排量关系。层流部份是以管径为参数的平行线族，坐标是双对数。所以，对任意第 i 条圆管，可表示成：

$$\log\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_i = n \log Q_i + \log B_i \quad (2.1)$$

式中 \log 是以 10 为底的对数， $\frac{\Delta P}{L}$ 是摩阻损失， Q 是排量， B 是常数，这三个量与管径有关，用下标 i 表示。 n 是平行线族的斜率，与管径无关，但与压裂液的品种、浓度有关。

取 i 管层流部份任意一个固定点，并用下标 i_0 表示，它也满足 (2.1) 式：

$$\log\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{i_0} = n \log Q_{i_0} + \log B_i \quad (2.2)$$

(2.1) (2.2) 两式相减，消去 B_i ，然后取反对数得：

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_i = \left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{i_0} (Q_i/Q_{i_0})^n \quad (2.3)$$

(2.3) 式两边乘以第 i 条管的内径 D_i ，并应用管流基本关系^[5]：

$$\tau_w = \frac{D \Delta P}{4L} \quad (2.4)$$

τ_w 是管壁的剪切应力，单位为达因/厘米²，将排量换成平均流速 V ：

$$\frac{\pi}{4} D^2 V = Q \quad (2.5)$$

则 (2.3) 式可写成：

$$\tau_{wi} = K_i \left(\frac{8V}{D}\right)_i^n, \quad K_i = \frac{\tau_{wi_0}}{\left(\frac{8V}{D}\right)_{i_0}^n} \quad (2.6)$$

由于 i_0 这一点是任意取定的，所以， K_i 对 i 管来说是常数，但不同的管径， K_i 可能不同。如果我们进一步证明，对某一确定的品种和浓度， K_i 都是同一常数，与管径无关，则 (2.6) 式可以写成

$$\tau_w = K \left(\frac{8V}{D}\right)^n \quad (2.7)$$

当 K 、 n 为常数时它与指数律模型是等价的^[11]。

流变常数的计算。下面通过计算，证明 K_i 与管径无关，并把它与 n 同时算出。

最简单算法：量出哈里波顿图表中层流线段的斜率，即为 n ，在层流线段对各管取

图 1
 A— $1\frac{1}{4}'' \sim 1.380''$ 内径
 B— $1\frac{1}{2}'' \sim 1.610''$
 C— $2\frac{3}{8}'' \sim 1.995''$
 D— $2\frac{7}{8}'' \sim 2.441''$
 E— $3\frac{1}{2}'' \sim 2.992''$
 F— $3\frac{1}{2}'' \sim 2.764''$
 G— $4\frac{1}{2}'' \sim 4.000''$
 H— $5\frac{1}{2}'' \sim 4.892''$
 I— $7'' \sim 6.366''$

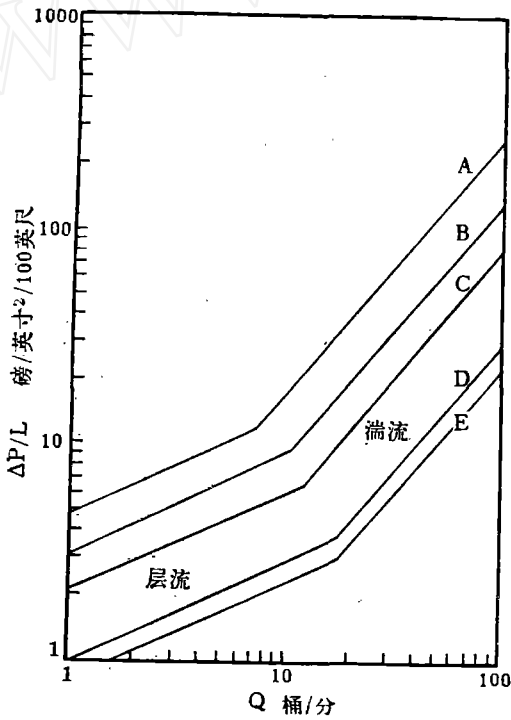
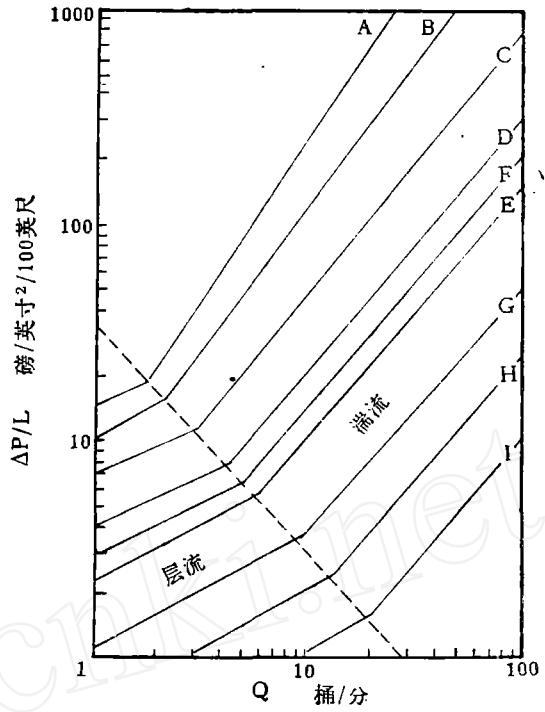


图 2
 A— $D_1=4$ 英寸, $D_0=2.375$ 英寸;
 B— $D_1=4.892$ 英寸, $D_0=2.375$ 英寸;
 C— $D_1=4.892$ 英寸, $D_0=2.375$ 英寸;
 D— $D_1=6.366$ 英寸, $D_0=2.875$ 英寸;
 E— $D_1=6.366$ 英寸, $D_0=2.375$ 英寸

点, 读出 $\frac{\Delta P}{L}$ 、 Q , 并按 (2.4)–(2.6) 式计算 K_i , 即可得到予求的结果。

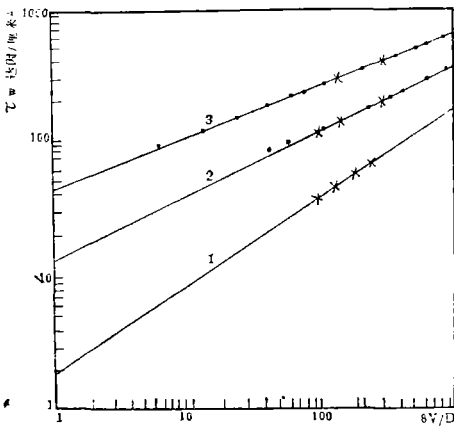
为了使处理数据的方法更带普遍性, 我们采用的步骤是: 将 (2.4) (2.5) 式改写为:

$$\tau_w = 14.36 D_H \left(\frac{\Delta P}{L} \right)_H$$

$$\frac{8V}{D} = 1647 Q_H / D_H^3 \quad (2.8)$$

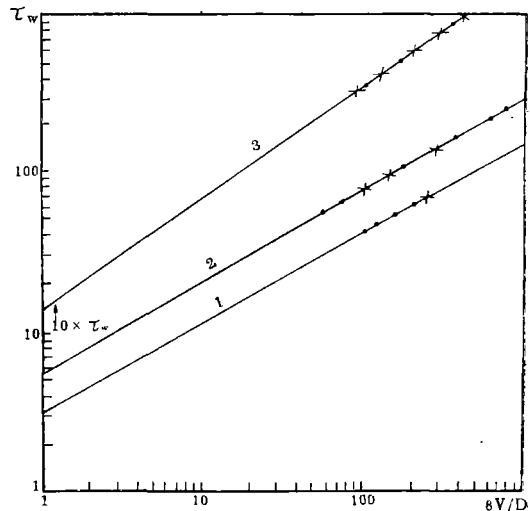
上式中下标 H 表示相应的量, 取自哈里波顿图表, 而且单位不变。即 D_H 以英寸表示, $\left(\frac{\Delta P}{L} \right)_H$ 为磅/英寸²/100英尺, Q_H 为桶/分。等式左边项是厘米·克·秒制, 即 $\left(\frac{8V}{D} \right)$ 为 1/秒, τ_w 为达因/厘米²。数值常数是由于单位换算而出现的。这里未注明下标 i , 但要记着, 仍是对各种尺寸管径而言的。

对每一品种和浓度的非牛顿流体, 在全部管径的层流 $\frac{\Delta P}{L} \sim Q$ 关系线段上, 取 $Q_H = 1$ (最小), Q_H 最大值和另一适当值, 读出相应的 $\left(\frac{\Delta P}{L} \right)_H$, 按 (2.8) 式计算 τ_w 、 $8V/D$, 将计算结果点在双对数坐标纸上。这些点集得一直线, 斜率即为 n 。 $\frac{8V}{D} = 1$ 时直线与纵轴的交点 τ_w 值, 就是所求的 K 值。



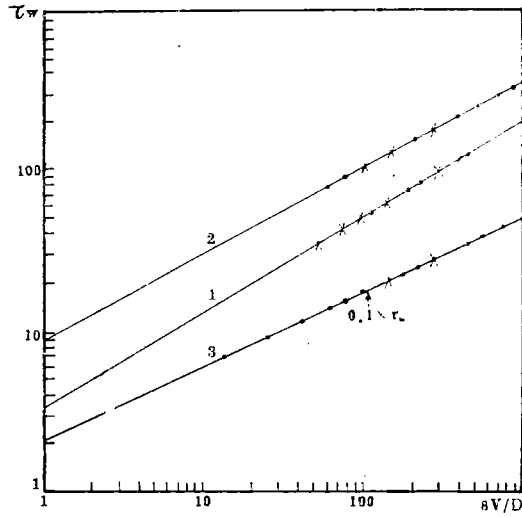
3.1

WG6 浓度 (磅/千加仑水):
1—40; 2—60; 3—80



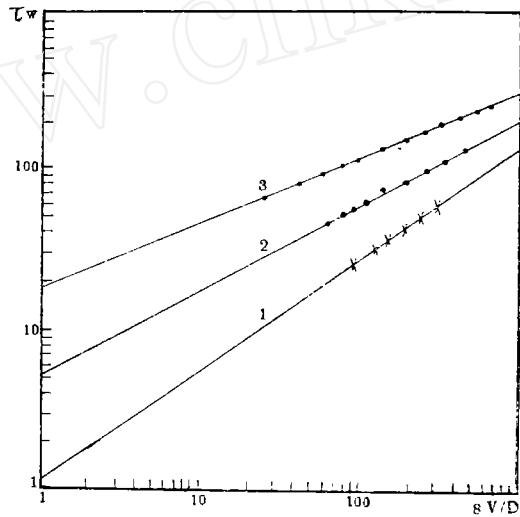
3.2

1—WG7, 浓度30磅/千加仑水,
2—WG7, 浓度40磅/千加仑水,
3—FR-18, 浓度40磅/千加仑水



3.3

WAC-8浓度 (磅/千加仑水): 1—60; 2—80; 3—100



3.4

FR-16浓度 (磅/千加仑水): 1—20; 2—30; 3—40

图 3 流变常数 K, n 计算

●圆管 ×环管 (下同)

计算结果见表 2 和图 3.1~3.4。由图看出, K_i 与管径无关, 指数律模型得以证明。曾用最小二乘法算得的 K 、 n 与上述作图法求得值进行比较, 结果表明, 作图法求得的精确程度足够。

不难验证, 对牛顿流, 指数律模型也是对的, 只是 $n=1, K=\mu$, μ 为牛顿流粘度。

三、层流摩阻系数

通常定义摩阻系数为:

$$f = \tau_w / \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (3.1)$$

式中 ρ 为流体密度。在已证明本构方程为指数律的情况下,将(2.7)式代入(3.1),得

$$\left. \begin{aligned} f &= 16/R_c \\ R_c &= \frac{\rho D^n V^{2-n}}{K 8^{n-1}} \quad \text{非牛顿圆管流} \\ R_c &= \frac{\rho D V}{\mu} \quad \text{牛顿圆管流} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

四、湍流摩阻系数

图1湍流的 $\frac{\Delta P}{L} \sim Q$,也是一族以管径为参数的平行线,只是比层流的斜率大。因此,重复(2.1)~(2.6)式的论证方法,对湍流部份,可得:

$$\tau_{wi} = \tau_{wi_0} (V_i/V_{i_0})^A \quad (4.1)$$

式中 A 是湍流 $\log \frac{\Delta P}{L} \sim \log Q$ 直线的斜率,与管径无关。下标 i 与 i_0 的意义与(2.1)式后面的说明相似,但为湍流部分取值。将(4.1)代入摩阻系数定义式(3.1),得:

$$f_i = f_{i_0} \left(\frac{V_{i_0}}{V_i} \right)^{2-A} \quad (4.2)$$

$$\text{令} \quad a = (2-A)/(2-n) \quad (4.3)$$

代入(4.2)得

$$f_i = f_{i_0} \left(\frac{V_{i_0}}{V_i} \right)^{a(2-n)} = f_{i_0} R_{ci_0} / R_{ci} \quad (4.4)$$

R_c 的意义与(3.2)式相同。这里,把比值 $(V_{i_0}/V_i)^{2-n}$ 换成 R_{ci_0}/R_{ci} ,从代数运算讲,完全合理。因为对同一流体、同一管径, ρ 、 K 、 n 、 D_i 完全一样。从力学观点讲,Skelland^[11]已从量纲分析的角度证明,对指数律流体,它有广义雷诺数 $R_c = \rho D^n V^{2-n} / k 8^{n-1}$ 作为相似参数。因此,这样作是有理论依据的。

任意固定点 i_0 ,现取为转捩点,即层流湍流的交界点,并用下标 T_i 表示。注意交界点上 f_i 应满足层流关系(3.2)。所以,(4.4)式可写成:

$$\left. \begin{aligned} f_i &= \beta_i / R_{ci}^a \\ \beta_i &= 16 / R_{ci}^{1-a} = f_{i_0} R_{ci_0}^a \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

由(4.3)式, a 与管径无关,如能证明 β_i 与管径无关,则湍流摩阻系数可写成一般关系:

$$f = \beta / R_c^a \quad (4.6)$$

a 、 β 的计算:最简单算法,用作图法(即量出哈里波顿原图直线斜率)求出斜率

n 、 A ，按(4.3)求 α ，由层流求出 K 、 n 后，按定义(3.2)式计算 $R_{c\tau_i}$ ，再由(4.5)式算 β_i 即可。但是，由哈里波顿原图看出， $1 < A < 2$ ， $0 < n \leq 1$ ，用作图法求出的 A ，只有两位有效数字，则 α 只有一位有效数字。为避免这一缺陷，我们仍用求 K 、 n 类似的方法。

按(3.1)、(2.4)、(2.5)及(3.2)式，把摩阻系数，广义雷诺数换算成下式：

$$\left. \begin{aligned} f &= 1.052 \times 10^{-4} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)_H (D_H)^5 \left(\frac{\Delta P}{L} \right)_H / Q_H^2 \\ R_c &= 1.326 \times 10^3 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)_H \frac{(1.648 \times 10^3)^{1-n}}{K} \left[\frac{Q_H^{2-n}}{D_H^{4-3n}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

式中 $\rho_0 = 8.33$ 磅/加仑，是水的比重， ρ 是压裂液实际比重。下标 H 及数值常数的意义与(2.8)式后面的说明相同。 K 、 n 是已求出的流变常数。对牛顿流，取 $n=1$ $K=\mu$ 。

f 、 R_c 的计算， α 、 β 的决定方法，与第二部份所述 τ_w 、 $\frac{8V}{D}$ 、 K 、 n 的处理完全类似。

计算结果见表2和图4.1~4.4。由结果看出， β 与管径无关，(4.6)式成立。

顺便说明，(4.7)式只是定义，它并没有指明 f 、 R_c 之间的关系。因此，这样的处理方法，对层流、湍流，其它实验数据及资料都适用。

五、环管摩阻系数

图2是与图1相同的品种及浓度时环管的 $\frac{\Delta P}{L} \sim Q$ 关系曲线。这些曲线怎么来的？

哈里波顿图表说明中声称：它用了当量水力直径。这是什么意思？

原来，在环管中，摩阻损失与壁面剪切应力之间有平衡关系^[7]：

$$\frac{\pi}{4} (D_i^2 - D_o^2) \frac{\Delta P}{L} = \pi (\tau_{wi} D_i + \tau_{wo} D_o) \quad (5.1)$$

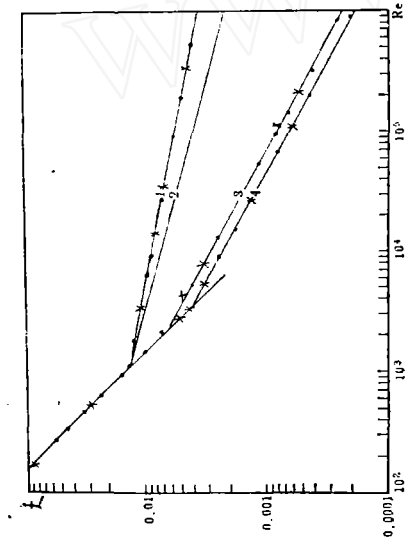
式中 D_i 、 D_o 分别是套管内径与油管外径， τ_{wi} 、 τ_{wo} 分别是套管内壁与油管外壁上的剪切应力， $\frac{\Delta P}{L}$ 为单位长度的摩阻损失。一般说来， $\tau_{wi} \neq \tau_{wo}$ ，为简化计算，假设一个 τ_w ，满足方程：

$$\tau_w (D_i + D_o) = \tau_{wi} D_i + \tau_{wo} D_o \quad (5.2)$$

将(5.2)代入(5.1)得

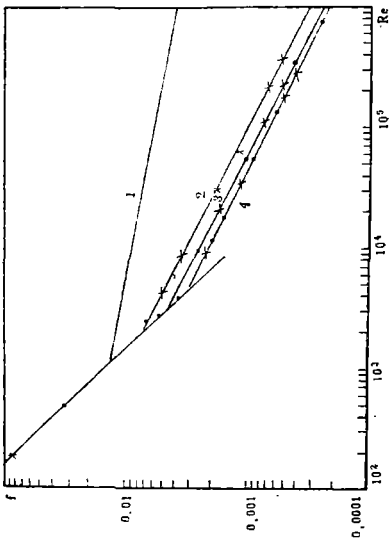
$$\tau_w = \frac{D_K \Delta P}{4L}, \quad D_K = D_i - D_o \quad (5.3)$$

将(5.1)~(5.3)联系起来看，假设关系(5.2)的物理意义是：有一个假想的圆管，其横截面积为 $\frac{\pi}{4} (D_i^2 - D_o^2)$ ，浸润周长为 $\pi (D_i + D_o)$ ，这个假想的圆管与环管有相同的摩阻损失。这一假设的依据，在katz^[7]的书里有严格的证明，这里不重述。



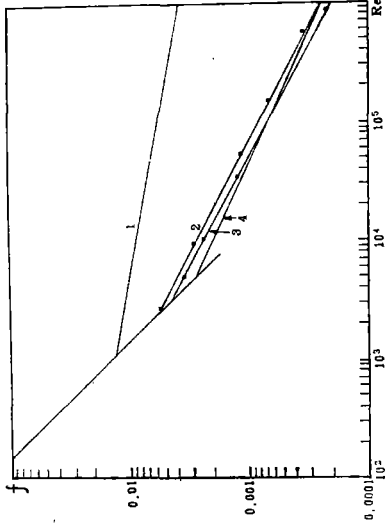
4.1

1—牛顿流体; 2—Blasius公式; 3—WG-6, 40磅;
4—WG-6, 60磅; WG-6, 80磅



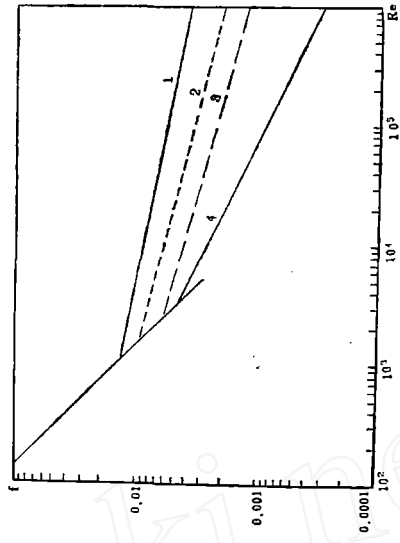
4.2

1—牛顿流体; 2—WG-7, 30磅; 3—WG-7, 40磅; 4—FR-18, 40磅



4.3

1—牛顿流体; 2—WAC-8, 60磅; 3—WAC-8, 80磅;
4—WAC-8, 100磅



4.4

1—牛顿流体; 2— $n=0.7$, 按照(6.6)式计算; 3— $n=0.41$, 按照(6.6)式计算; 4—FR-16, 20、30、40磅, 重合

图 4 f-Re关系曲线

按照上述解释，可以定义平均流速及摩阻系数：

$$\frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_0^2)V = Q \quad (5.4)$$

$$f = \tau_w / \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{D_K \Delta P}{4L} / \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (5.5)$$

当量水力直径方法的实质性假设是，在按(5.1)—(5.5)确定的摩阻系数中，如果雷诺数中的特征长度用水力直径 D_K 计算，则环管的 $f \sim R_e$ 关系在形式上与圆管的相同。在我们现在的情况，可以表示为：

$$\begin{aligned} f &= 16/R_e && \text{层流} \\ f &= \beta/R_e^\alpha && \text{湍流} \\ R_e &= \frac{\rho D_K^n V^{2-n}}{K^{8^{n-1}}} && \text{非牛顿流圆环} \\ R_e &= \frac{\rho D_K V}{\mu} && \text{牛顿流圆环} \end{aligned} \quad (5.6)$$

式中 α 、 β 是同一品种同一浓度或粘度时圆管的结果。这是一个经验假设，在牛顿流体圆环中湍流的情况下，实验证明是正确的。

(5.6)式可以从哈里波顿图表推导出来。其方法是：依据图2，重复(2.1)~(2.6)，(3.1)，(3.2)，(4.1)~(4.5)的步骤，并注意用(5.3)~(5.5)代替那些公式中的 τ_w 、 V 、 f ，其它出现直径 D 的地方用 D_K 代替就行了，本文不再重复。另外注意，图1图2的层流、湍流 $\frac{\Delta P}{L} \sim Q$ 关系，斜率都分别相等。因此， n 、 α 对圆管和圆环都一样，剩下的只是证明 K 、 β 相同的问题。

证明的方法与圆管时一样。所用的公式，将(5.3)~(5.6)经代数运算和单位换算后得：

$$\begin{aligned} \tau_w &= 14.36 D_{KH} \left(\frac{\Delta P}{L} \right)_H \\ \frac{8V}{D_K} &= 1647 Q_H / (D_K^2 D_S)_H \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} f &= 1.052 \times 10^{-4} \left(\frac{\rho_n}{\rho} \right)_H (D_K^2 D_S^2)_H \left(\frac{\Delta P}{L} \right)_H / Q_H^2 \\ R_e &= 1.326 \times 10^3 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)_H \frac{(1.648 \times 10^3)^{1-n}}{K} \left[\frac{Q^{2-n}}{D_K^{2-2n} D_S^{2-n}} \right]_H \end{aligned} \quad (5.8)$$

式中 $D_S = D_1 + D_0$ 。其它符号意义前面已有说明。计算结果见图3.1—3.4，图4.1—4.4及表2。附带说明，从哈里波顿图表推导(5.6)式的过程中，会导出 $\tau_w = K \left(\frac{8V}{D_K} \right)^n$ ，这只是形式上的，不能认为它是本构方程。

计算结果总表

表 2

品 种	浓度(磅/千加仑水)	K(达因·秒 ⁿ /厘米 ²)	n	α	β
WG-6	40	1.8	0.631	0.58	0.670
"	60	13.8	0.474	0.53	0.320
"	80	44.2	0.384	0.53	0.320
WG-7	30	3.1	0.558	0.48	0.258
"	40	5.4	0.566	0.51	0.274
WAC-8	60	3.6	0.588	0.53	0.362
"	80	9.2	0.526	0.53	0.333
"	100	22.0	0.450	0.51	0.274
FR-16	20	1.11	0.701	0.52	0.345
"	30	5.2	0.537	0.52	0.345
"	40	18.0	0.410	0.52	0.345
FR-18	40	1.4	0.681	0.52	0.293
牛顿流体		μ	1.000	0.20	0.058

六、结果分析与讨论

通过以上逐段分析计算，我们得到的主要结果是：
非牛顿流体本构方程为幂指数律，

$$\tau_w = K \left(\frac{8V}{D} \right)^n \quad (6.1)$$

非牛顿流体、牛顿流体的摩阻系数为：

$$\left. \begin{aligned} f &= 16/R_e && \text{层流} \\ f &= \beta/R_e^\alpha && \text{湍流} \\ R_e &= \frac{\rho D_K^n \dot{\gamma}^{2-n}}{K 8^{n-1}} && \text{非牛顿流体、圆环} \\ R_e &= \frac{\rho D^n V^{2-n}}{K 8^{n-1}} && \text{非牛顿流体、圆管} \\ R_e &= \frac{\rho D_K V}{\mu} && \text{牛顿流、圆环} \\ R_e &= \frac{\rho D V}{\mu} && \text{牛顿流、圆管} \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

式中流变常数K、n只与品种、浓度有关，与剪切速率无关。 α 、 β 也是只与品种、浓度有关的常数，与管径无关，圆管与环管一样。因此，小管径的实验结果，可以直接用到大管去。

下面逐项讨论所得的结果：

- ① 牛顿流体圆管层流摩阻系数。与经典的Hagen^[6]结果一样，可用。
- ② 牛顿流体圆管湍流摩阻系数。与常见的结果比较，如Blasius^[6]光滑管、

Kármán-Prandtl^[5]光滑管、Moody及Colebrook^[6]粗糙管公式，都不一致。最后发现，与Pigott^[9]发表的结果一致。Pigott报告是根据卅年代上万个工业试验结果整理成的。比较结果表明，哈里波顿图表与Pigott按新钢管的粗糙度标准（卅年代的）所得的结果一样。因此，可以使用。

③ 牛顿流体环管层流摩阻系数。严格的理论推导出：^[7]

$$f = \phi \cdot \frac{16}{R_e}, \quad \phi = \frac{(D_i/D_o - 1)^2 \ln \frac{D_i}{D_o}}{(D_i^2/D_o^2 + 1)^2 \ln \frac{D_i}{D_o} - (D_i^2/D_o^2 - 1)} \quad (6.3)$$

式中ln是自然对数，其它符号与前几节所述相同。 ϕ 在1—1.5之间变化。所以，当施工中用高粘油而出现层流时，需按（6.3）式修正哈里波顿结果。

④ 牛顿流体环管湍流摩阻系数。当量水力直径的办法虽系经验方法，但为实验所证实。又因圆管摩阻系数中考虑了管壁粗糙度的影响，所以，这部份结果可直接使用。

⑤ 转捩区与密度修正。一般工程应用中，牛顿流体在圆管环管情形，均取转捩雷诺数为2100—3000。哈里波顿取1200，所以它在说明中声明，转捩区给的摩阻不准。

在牛顿流体湍流摩阻损失图表中，哈里波顿说明要作密度修正，并给出了修正曲线。原因是湍流摩阻系数中有 R_e^a 项，即 ρ^a 。为使图表通用，它取了 $\rho = \rho_0 = 8.33$ 磅/加仑。因此，使用时应按实际密度进行修正。用 $(\rho/\rho_0)^{1-a}$ 核算密度修正因子，结果确是如此。

在进一步讨论非牛顿流的结果以前，有必要提一下Melton^[10]的报告。该报告是某个品种的实验结果，与哈里波顿图表完全类似，作者又是该公司的人，因此，我们有理由认为，哈里波顿图表是以实验为依据的，并按Melton的方法处理数据。但是，我们处理问题的方法不同，所得的结果，有的是他们没有公开讲明的。

⑥ 非牛顿流体本构方程及流变常数。凡是哈里波顿图表中有层流数据的，我们都进行了计算，证实都是指数律模型。但比较表1表2就会明白，大部份由于没有层流数据，无法计算。尽管如此，由于许多品种都是指数律模型，对我们仍有参考价值。

⑦ 非牛顿流体圆管层流摩阻。在本构方程可靠的前提下，摩阻系数是正确的。请注意两点：第一，摩阻系数公式（6.2）在形式上虽然一样，但因雷诺数计算公式不同，所以，对同一管径相同排量的不同流体，摩阻系数仍然不同。第二，区分两种减阻。稀溶液时，溶液与水的粘度相同，流变性能不变，减阻只在湍流出现，一般解释为粘弹性效应。浓溶液则不然，它的本构方程为非线性，表观粘度随剪切速率变化，在一定条件下，出现层流减阻。它和稀溶液湍流减阻的机理不同，不能混为一谈。

⑧ 非牛顿流体圆管湍流摩阻。在我们计算的范围内， $f = \beta/R_e^a$ ， β 、 a 与管径无关。这一结论，可使实验简化。但国外报导，对高分子溶液， $f \sim R_e$ 不是单一曲线，而是以管径为参数的一族曲线，就是通常所说管径效应。如何解释这一矛盾？我们猜测，出现管径效应的，是较稀溶液。是否存在一个饱和浓度，超过它，就不出现管径效应。如果这一猜测成立，我国目前所用的压裂液，均浓度较高，有可能不出现管径效应，这需要作少量实验考察一下，试试看。

由于⑥所述的理由，哈里波顿图表中有 2/3 未能算出 K, n ，因而，湍流 $f \sim R_e$ 关系亦无法计算。这部份的结果会怎样？我们假定本构方程仍是指数律，则 (4.5) 式成立。结果将有两种可能：① 转捩雷诺数 R_{er} 与管径无关，则 β 为常数，与我们所得结果一致。② R_{er} 与管径有关，则 β_i 不为常数，但 α 为常数，结果 $f \sim R_e$ 关系在双对数图上将是一族平行线，出现管径效应。由于这一部份未能作出肯定的结论，所以，应用 β 与管径无关这一结论时要慎重。

两种方法的比较。Melton^[10] 的报告中，首次提出用下述方法整理湍流实验数据：

$$\tau_w = AD^e \left(\frac{8V}{D} \right)^s \quad (6.4)$$

A, e, s 是与管径无关的常数。通过一系列的小口径管道实验确定这些常数，然后将 (6.4) 式推广到大直径管道去应用。这个方法的优点是能将管径效应体现出来。缺点是不能直接判明无管径效应的情况，而且与相似律不一致，我们所用的是流行的方法，二者恰好取长补短，相辅相成。

湍流摩阻系数的变化范围。White^[13] 给出了一个简单的最大减阻公式，即最小摩阻系数：

$$f = 0.126 R_e^{-0.43} \quad (6.5)$$

可以认为，这是摩阻系数的下限，实际上很少能达到的。Dodge & Metzner^[12] 对纯粘性指数律流体，统计大量实验数据，给出半经验摩阻系数：

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{4}{n^{0.75}} \log \left[R_e f^{1-\frac{n}{3}} \right] - \frac{0.40}{n^{1.2}} \quad (6.6)$$

压裂液用的是天然或合成高分子材料，具有粘弹性特性，其摩阻系数总是比 Dodge 给出的要小。图 4.4 给出了哈里波顿摩阻系数与 Dodge 结果的比较。所以，Dodge 的结果，可以作为摩阻系数的上限。实际压裂液摩阻，不管是否存在管径效应，总是在此上下限范围内变化。（注意，上限随 n 变化）。由此看来，当我们已知某种压裂液为指数律模型，并求出了 K, n ，但缺乏湍流实验数据，更不知是否有管径效应，因而束手无策的时候，作为保守设计，可以用 Dodge 的结果估算摩阻损失。千万不要用 White 的最大减阻公式，那将是冒进的设计。

⑨ 非牛顿流体环管摩阻系数。包括层流与湍流，哈里波顿用的都是当量水力直径方法计算非牛顿流体环管摩阻系数。我们不清楚它是否有理论的或实验的依据。

后 记

我们在进行这项工作时，石油化工科学研究院油田化学室同志，热情地为我们提供了哈里波顿原版图；石油勘探开发科学研究院秦同洛教授仔细审阅了原稿并予以修改。对此，我们表示衷心地感谢。

参 考 文 献

- [1]—[4] Handbook Of Applied Rheology
Section One, Newtonian fluids, Halliburton Publication, F-3076, Feb. 1966
Section Two, Non-Newtonian water base fluids - Gelling Agents, Halliburton Pub. F-3124, Dec. 1970
Section three, Non-Newtonian water base fluids-Fluid Loss Additives, Halliburton Pub. F-3125 Jan. 1971
Section four, Non-Newtonian water base fluids-Friction Reducers, Halliburton Pub. F-3126 Jan. 1970
相应的中译本:
 压裂参考资料之三、之四、之五、之六 华北石油会战指挥部井下作业指挥部工程技术队压裂工艺组翻印 1975.8—1976.2
- [5] Schlichting, Dr. H. Boundary Layer Theory Sixth Ed. Mc Graw-Hill Book Com, Inc. 1968
[6] L. Prandtl 著, 郭永怀等译 流体力学概论 科学出版社 1966年
[7] J. G. Knudsen & D. L. Katz Fluid Dynamics and Heat Transfer Mc Graw - Hill Book Com. Inc. 1958
[8] L. F. Moody, Trans. ASME Vol. 66 Nov. 1944
[9] R. J. S. Pigott, Mechanical Engineering, Vol. 55 No. 8 Aug. 1933
[10] L. L. Melton & W. T. Malone, Soc. Petrol. Engrs. J., Vol. 4 No. 1 1964
[11] A. H. P. Skelland; Non-Newtonian Flow and Heat Transfer, wiley 1967
[12] Dodge, D, W, & Metzner, A. B. AIChE J. Vol, 5 189—204, 1959
[13] White, D. A. Chem. Eng. Sci. Vol, 25 1127, 1970