

# 射电星系双源结构的磁射流理论

胡 文 瑞

(中国科学院力学研究所, 北京)

## 摘 要

本文利用太阳风的二维加速理论, 来讨论射电星系的射电束加速. 用分析的方法得到了射流束的流动特征, 基本的流动是沿射流方向的运动. 文中给出了从亚声速一直加速到超声速流动的机制, 同时, 还解释了射电星系双源的某些精细结构.

## 一、前 言

射电星系的理论研究已提出了许多模型(见文献[1—3]). 多数射电星系的展源与中心致密天体有很好的准直性, 射电源的亮度对应着很高的能流, 这是射电双源结构的主要特征. 射电星系中高能电子的同步加速辐射过程与星系磁场密切相关, 射电星系的流动特征也与星系磁场密切相关. 一种很流行的射电星系模型是基于射流束的概念<sup>[4—6]</sup>. 它认为, 中心致密天体喷射出两束相对论性流体或低频波, 类似于两个准直的喷管. 两束超声速流动被星系际介质滞止, 形成驻定激波, 使磁场放大和电子加速, 产生两个准直的双源. 由于束流的动能很大, 使双源远离中心天体, 并辐射很强的能流.

一些射电星系中发现有桥状或喷射状结构<sup>[7—10]</sup>. 近来, 甚大天线阵观测到许多精细结构, 射电束不仅有很好的准直性, 喷射角度随距离增加而有所减小, 在展源瓣中还常常有团块结构. 这些精细结构与磁场位形有关, 必须考虑二维流动效应.

陈炯林和 Henriksen 最近讨论了射电星系中热气体的磁流体力学射流<sup>[13]</sup>, 找到了一类横向的近似相似解. 本文将二维的太阳风理论应用于射电星系的磁流体力学射流动力学. 同时讨论了高速流的加速过程, 以及流动和磁场的二维特征. 可以证明, 文献[13]中的相似解是我们普遍结果的一种简单近似情况. 不少射电星系中, 射流束的流速远小于光速, 故本文不考虑相对论效应, 而采用磁流体力学的方法.

## 二、磁流体力学方程组及其解法

假设射电星系的磁场具有与偶极场类似的位形, 热气体从中心天体沿磁极区的开放磁力线喷出, 形成两束彼此反向流动的高速射流<sup>[4,13]</sup>. 定常磁流体力学方程为:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{4\pi}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g}, \quad (2.2)$$

本文 1981 年 1 月 19 日收到, 1981 年 5 月 3 日收到修改稿.

$$\rho \left[ (\mathbf{v} \cdot \nabla) e + p(\mathbf{v} \cdot \nabla) \left( \frac{1}{\rho} \right) \right] = \nabla \cdot \mathbf{q}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0, \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.5)$$

$$p = \rho \mathcal{R} T, \quad (2.6)$$

其中  $\rho, p, T, e$  分别是气体密度、压力、温度、内能;  $\mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{g}, \mathbf{q}$  为速度、磁场、引力加速度、热流;  $\mathcal{R}$  为气体常数. 忽略气体的自引力,  $\mathbf{g}$  看作是致密天体的引力加速度. 有时为了简单, 将能量方程 (2.3) 代替为绝热或多方过程:

$$p = K \rho^\gamma \quad (2.7)$$

其中  $\gamma$  为比热比或多方指数,  $K$  为常数.

在球坐标  $(r, \theta, \varphi)$  中, 考虑轴对称问题,  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ . 射电星系中, 射电瓣的张角都很小, 一般只有十几度, 即  $\theta < 10^\circ$ . 可以对小角度  $\theta$  展开, 将二元函数表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{v} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{v}^{(n)} \theta^n, & \mathbf{B} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{B}^{(n)} \theta^n, & p = \sum_{n=0}^{\infty} p^{(n)} \theta^n, \\ \rho = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n)} \theta^n, & T = \sum_{n=0}^{\infty} T^{(n)} \theta^n, & e = \sum_{n=0}^{\infty} e^{(n)} \theta^n. \end{cases} \quad (2.8)$$

将 (2.8) 式代入基本方程组, 就可导出各阶常微分方程组<sup>[14,15]</sup>. 考虑重力和热流为:

$$\mathbf{g} = -\frac{G\mathcal{M}}{r^2} \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{q} = q(r) \mathbf{e}_r, \quad (2.9)$$

其中  $\mathcal{M}$  为中心致密天体的质量,  $G$  为引力常数. 经过适当运算, 由 (2.1)–(2.6) 式可导出零阶方程为:

$$v_\theta^{(0)} = 0, \quad (2.10)$$

$$B_\theta^{(0)} = 0, \quad (2.11)$$

$$\rho^{(0)} \left( v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} - \frac{v_\varphi^{(0)2}}{r} \right) = -\frac{1}{4\pi} \left( \frac{B_\varphi^{(0)}}{r} \frac{dr B_\varphi^{(0)}}{dr} \right) - \frac{dp^{(0)}}{dr} - \rho^{(0)} \frac{G\mathcal{M}}{r^2}, \quad (2.12)$$

$$\rho^{(0)} v_\varphi^{(0)2} = \frac{1}{4\pi} B_\varphi^{(0)2}, \quad (2.13)$$

$$\rho^{(0)} v_r^{(0)} \left[ \frac{de^{(0)}}{dr} + p^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) \right] = \frac{1}{r^2} \frac{dr^2 q}{dr}, \quad (2.14)$$

$$\frac{d}{dr} [r(v_\varphi^{(0)} B_r^{(0)} - v_r^{(0)} B_\varphi^{(0)})] - (v_\theta^{(1)} B_\varphi^{(0)} - v_\varphi^{(0)} B_\theta^{(1)}) = 0, \quad (2.15)$$

$$p^{(0)} = \rho^{(0)} \mathcal{R} T^{(0)}. \quad (2.16)$$

在射电星系的射流模型中, 一般估计有

$$|v_\varphi| \ll |v_r|,$$

即  $v_\varphi$  是小量, 其零阶项为零. 由 (2.13) 式导出

$$v_\varphi^{(0)} = 0, \quad B_\varphi^{(0)} = 0. \quad (2.17)$$

将 (2.17) 式代入 (2.15) 式, 方程中的一阶项为零. 零阶方程组可以求解. 这时, (2.12) 式可化为:

$$\rho^{(0)} v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} = -\frac{dp^{(0)}}{dr} - \frac{GM}{r^2} \rho^{(0)}. \quad (2.18)$$

观测给出射流束截面变化  $A(r)$ , 射流质量守恒要求

$$\rho v_r A(r) = m \text{ (常数)}. \quad (2.19)$$

上式的零阶关系可表示为:

$$\rho^{(0)} v_r^{(0)} A(r) = m. \quad (2.20)$$

方程 (2.14), (2.16), (2.18) 和 (2.20) 可求出零阶流场的变化关系.

类似地, 一阶关系可导出为:

$$\frac{1}{r} \frac{dr^2 \rho^{(0)} v_r^{(0)}}{dr} + 2\rho^{(0)} v_\theta^{(1)} = 0, \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \rho^{(0)} \left( v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(1)}}{dr} + v_r^{(1)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} + \frac{1}{r} v_\theta^{(1)} v_r^{(0)} \right) + \rho^{(1)} v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} \\ = \frac{1}{2\pi r} B_\theta^{(1)} B_r^{(1)} - \frac{dp^{(1)}}{dr} - \frac{GM}{r^2} \rho^{(1)}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\frac{B_r^{(0)}}{4\pi} \left( \frac{dr B_\theta^{(1)}}{dr} - 2B_r^{(1)} \right) - p^{(1)} = 0, \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \rho^{(0)} \left( v_r^{(0)} \frac{de^{(1)}}{dr} + v_r^{(1)} \frac{de^{(0)}}{dr} \right) + \rho^{(1)} v_r^{(0)} \frac{de^{(0)}}{dr} + \rho^{(0)} p^{(0)} \left[ -v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)2}} \right) + v_r^{(1)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) \right] \\ + (\rho^{(0)} p^{(1)} + \rho^{(1)} p^{(0)}) v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$v_r^{(0)} B_\theta^{(1)} - v_\theta^{(1)} B_r^{(0)} = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{d}{dr} [r(v_\theta^{(1)} B_r^{(0)} - v_r^{(0)} B_\theta^{(1)})] - 2(v_\theta^{(1)} B_\theta^{(1)} - v_\theta^{(1)} B_\theta^{(1)}) = 0, \quad (2.26)$$

$$\frac{1}{r} \frac{dr^2 B_r^{(0)}}{dr} + 2B_\theta^{(1)} = 0, \quad (2.27)$$

$$p^{(1)} = \mathcal{R}(\rho^{(0)} T^{(1)} + \rho^{(1)} T^{(0)}). \quad (2.28)$$

这时, 二阶方程组可以导出如下:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} [r^2(\rho^{(0)} v_r^{(1)} + \rho^{(1)} v_r^{(0)})] + 3(\rho^{(0)} v_\theta^{(2)} + \rho^{(1)} v_\theta^{(1)}) = 0, \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \rho^{(0)} \left[ \left( v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(2)}}{dr} + v_r^{(1)} \frac{dv_r^{(1)}}{dr} + v_r^{(2)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} \right) + \frac{1}{r} (v_\theta^{(2)} v_r^{(1)} + 2v_\theta^{(1)} v_r^{(2)}) \right. \\ \left. - \frac{1}{r} (v_\theta^{(1)2} + v_\theta^{(1)2}) \right] + \rho^{(1)} \left( v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(1)}}{dr} + v_r^{(1)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} + \frac{1}{r} v_\theta^{(1)} v_r^{(1)} \right) \\ + \rho^{(2)} v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} = \frac{1}{4\pi r} \left[ B_\theta^{(1)} \left( 2B_r^{(2)} - \frac{dr B_\theta^{(1)}}{dr} \right) + B_\theta^{(2)} B_r^{(1)} - B_\theta^{(1)} \frac{dr B_\theta^{(1)}}{dr} \right] \\ - \frac{dp^{(2)}}{dr} - \frac{GM}{r^2} \rho^{(2)}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\rho^{(0)} \left( v_r^{(0)} \frac{dv_\theta^{(1)}}{dr} + \frac{v_\theta^{(1)2}}{r} + \frac{v_r^{(0)} v_\theta^{(1)}}{r} - \frac{v_\theta^{(1)2}}{r} \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi r} \left[ B_r^{(0)} \left( \frac{dr B_\theta^{(1)}}{dr} - 2B_r^{(2)} \right) - B_r^{(1)2} - 2B_\phi^{(1)2} \right] - \frac{1}{r} p^{(2)}, \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} & \rho^{(0)} \left( v_r^{(0)} \frac{dv_\phi^{(1)}}{dr} + \frac{2}{r} v_\theta^{(1)} v_\phi^{(1)} + \frac{1}{r} v_r^{(0)} v_\phi^{(1)} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi r} \left( B_r^{(0)} \frac{dr B_\phi^{(1)}}{dr} + B_r^{(1)} \frac{dr B_\phi^{(0)}}{dr} + 2B_\theta^{(1)} B_\phi^{(1)} \right), \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} & \rho^{(0)} \left( v_r^{(0)} \frac{de^{(2)}}{dr} + v_r^{(1)} \frac{de^{(1)}}{dr} + v_r^{(2)} \frac{de^{(0)}}{dr} + \frac{2v_\theta^{(1)} e^{(2)}}{r} + \frac{v_\theta^{(2)} e^{(1)}}{r} \right) \\ &+ \rho^{(1)} \left( v_r^{(0)} \frac{de^{(1)}}{dr} + v_r^{(1)} \frac{de^{(0)}}{dr} + \frac{1}{r} v_\theta^{(1)} e^{(1)} \right) + \rho^{(2)} v_r^{(0)} \frac{de^{(0)}}{dr} \\ &+ \rho^{(0)} p^{(0)} \left\{ v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{\rho^{(1)2}}{\rho^{(0)3}} - \frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(0)2}} \right) + v_r^{(1)} \left[ -v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)2}} \right) + v_r^{(1)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) \right] \right. \\ &+ v_r^{(2)} v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) + \frac{2v_\theta^{(1)}}{r} \left( \frac{\rho^{(1)2}}{\rho^{(0)3}} - \frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(0)2}} \right) - \frac{v_\theta^{(2)}}{r} \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)2}} \left. \right\} \\ &+ (\rho^{(0)} p^{(1)} + \rho^{(1)} p^{(0)}) \left[ -v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)2}} \right) + v_r^{(1)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) - \frac{v_\theta^{(1)}}{r} \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)2}} \right] \\ &+ (\rho^{(0)} p^{(2)} + \rho^{(1)} p^{(1)} + \rho^{(2)} p^{(0)}) v_r^{(0)} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho^{(0)}} \right) \\ &+ \rho^{(0)} p^{(0)} \left[ \frac{2v_\theta^{(1)}}{r} \left( \frac{\rho^{(1)2}}{\rho^{(0)3}} - \frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(0)2}} \right) - \frac{v_\theta^{(2)}}{r} \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)2}} \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$(v_r^{(0)} B_\theta^{(2)} + v_r^{(1)} B_\theta^{(1)}) - (v_\theta^{(1)} B_r^{(1)} + v_\theta^{(2)} B_r^{(0)}) = 0, \quad (2.34)$$

$$\frac{d}{dr} [r(v_r^{(0)} B_\theta^{(2)} + v_r^{(1)} B_\theta^{(1)} - v_\theta^{(1)} B_r^{(1)} - v_\theta^{(2)} B_r^{(0)})] = 0, \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr} [r(v_\phi^{(1)} B_r^{(1)} + v_\phi^{(2)} B_r^{(0)}) - r(v_r^{(0)} B_\phi^{(2)} + v_r^{(1)} B_\phi^{(1)})] \\ & - 3[(v_\theta^{(1)} B_\phi^{(2)} + v_\theta^{(2)} B_\phi^{(1)}) - (v_\phi^{(1)} B_\theta^{(2)} + v_\phi^{(2)} B_\theta^{(1)})] = 0, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 B_r^{(1)}) + 3B_\theta^{(2)} = 0, \quad (2.37)$$

$$p^{(2)} = \mathcal{R}(\rho^{(0)} T^{(2)} + \rho^{(1)} T^{(1)} + \rho^{(2)} T^{(0)}). \quad (2.38)$$

### 三、基态流的定性特征

由零阶方程 (2.14), (2.16), (2.18) 和 (2.20) 式可以讨论基态流的特征, 零阶方程与太阳风在流管中的方程完全一致<sup>[16]</sup>. 由 (2.14), (2.18) 和 (2.20) 式可求出能量积分关系

$$e^{(0)} + \frac{p^{(0)}}{\rho^{(0)}} + \frac{v_r^{(0)2}}{2} - \phi - q_1 = E \text{ (常数)}, \quad (3.1)$$

其中  $\phi = G\mathcal{M}/r$  为引力势, 热源项为:

$$q_1 = \frac{1}{M} \int \frac{A(r)}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 q) dr. \quad (3.2)$$

考虑到声速  $a = \sqrt{r\mathcal{R}T}$ , (3.1) 式可化为

$$\frac{a^{(0)2}}{\gamma - 1} + \frac{v_r^{(0)2}}{2} - \phi - q_1 = E. \quad (3.3)$$

远离中心天体时,  $\phi_\infty \rightarrow 0$ ,  $a_\infty^{(0)} \ll v_{r_\infty}^{(0)}$ , 这时有

$$E = \frac{v_{r_\infty}^{(0)2}}{2} - q_{1_\infty} + \frac{a_\infty^{(0)2}}{\gamma - 1} \simeq \frac{v_{r_\infty}^{(0)2}}{2} - q_{1_\infty}. \quad (3.4)$$

能量积分常数也可由中心天体附近确定为:

$$E = -\frac{a_0^{(0)2}}{\gamma - 1} + \frac{v_{r_0}^{(0)2}}{2} - \phi_0 - q_{1_0}, \quad (3.5)$$

其中下标 0 代表初值. (3.4) 和 (3.5) 式可给出

$$q_{1_\infty} - q_{1_0} \simeq \frac{v_\infty^{(0)2}}{2} + \phi_0 - \frac{a_0^{(0)2}}{\gamma - 1}. \quad (3.6)$$

上式表明, 为克服引力势  $\phi_0$  把射流加速到  $v_\infty^{(0)}$ , 除初始的气体热能  $a_0^{(0)2}/(\gamma - 1)$  外, 还需要加入  $q_{1_\infty} - q_{1_0}$  的能量.

估计量级. 取  $\mathcal{M} = 10^{11}$  太阳质量,  $r_0 = 2.6$  千秒差距, 则

$$\phi_0 = \frac{G\mathcal{M}}{r_0} \simeq 1.7 \times 10^{15} \text{ 厘米}^2/\text{秒}^2, \quad (3.7)$$

$$\frac{v_\infty^{(0)2}}{2} \geq 10^{16} \text{ 厘米}^2/\text{秒}^2, \quad (3.8)$$

$$\frac{a_0^{(0)2}}{\gamma - 1} \simeq 4 \times 10^{14} \text{ 厘米}^2/\text{秒}^2. \quad (3.9)$$

所以,  $q_{1_\infty} - q_{1_0}$  与  $v_\infty^{(0)2}/2$  的量级相当. 显然,  $r$  较小时引力势有不可忽略的影响.

利用状态方程 (2.16) 和质量守恒关系 (2.20), 由 (2.18) 式可导出射流束流动的基本方程为:

$$\frac{v_r^{(0)2} - a^{(0)2}}{v_r^{(0)}} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} = \frac{a^{(0)2}}{A} \frac{dA}{dr} - \frac{G\mathcal{M}}{r^2} - (\gamma - 1) \frac{dq_1}{dr}. \quad (3.10)$$

上式表明, 亚声速时的加速因素是  $\frac{dA}{dr} < 0$ ,  $\frac{G\mathcal{M}}{r^2}$ ,  $\frac{dq_1}{dr} > 0$ ; 超声速时正好相反. 利用 (3.3)

式, 由 (3.10) 式可导出马赫数  $M = \frac{v_r^{(0)}}{a^{(0)}}$  方程

$$\frac{M^2 - 1}{2M^2} \frac{dM^2}{dr} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dr} + \frac{1}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \frac{\frac{d\phi}{dr}}{E + \phi + q_1} - \frac{1 + \gamma M^2}{2} \frac{\frac{dq_1}{dr}}{E + \phi + q_1}\right). \quad (3.11)$$

在确定初值条件下, 可由 (3.11) 式求解流场.

射电星系射流束的截面可一般地取为:

$$A(r) = A_0 r^2 [1 + \epsilon(r)], \quad (3.12)$$

其中  $A_0$  为常数,  $|\epsilon(r)| \ll 1$ . 当  $\frac{d\epsilon}{dr} < 0$  时, 射流截面收缩;  $\epsilon(r)$  周期地增减时, 可解释束中的团块结构. 引用无量纲参数

$$R = \frac{r}{r_0}, \quad E_0 = \frac{E r_0}{G \mathcal{M}}, \quad \frac{r_0 q_1(r)}{G \mathcal{M}} = Q_0 f(R). \quad (3.13)$$

将这些参数代入 (3.11) 式, 取  $r = \frac{5}{3}$ , 不难导出

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{dR} = & \frac{2M^2(1+M^2/3)}{(M^2-1) \left[ E_0 + Q_0 f(R) + \frac{1}{R} \right]} \left\{ \epsilon'(R) \left[ E_0 + Q_0 f(R) + \frac{1}{R} \right] + O(\epsilon^2) \right. \\ & \left. + \frac{2Q_0}{R} \left[ \frac{E_0}{Q_0} + f(R) - \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{5}{3} M^2 \right) R f'(R) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

在 (3.14) 式中略去  $O(\epsilon)$  的小量项, 就得到方程

$$\frac{dM^2}{dR} = \frac{4Q_0}{R} \frac{M^2(1+M^2/3)}{E_0 + Q_0 f(R) + \frac{1}{R}} \frac{\frac{E_0}{Q_0} + f(R) - \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{5}{3} M^2 \right) R f'(R)}{M^2 - 1}. \quad (3.15)$$

(3.15) 式与太阳风局部加速过程的方程一致. 声速点  $M = 1$  的位置  $R = R_s$  应满足关系

$$-\frac{2}{3} R_s f'(R_s) = -\frac{E_0}{Q_0} - f(R_s). \quad (3.16)$$

加速流动的特性由 (3.15) 式的奇点性质确定. 不妨将方程 (3.15) 改写为:

$$\frac{dM^2}{dR} = \beta(M, R) \frac{P(R, M^2)}{M^2 - 1}. \quad (3.17)$$

其中  $\beta(M, R) > 0$  为正则项,  $P(R, M^2)$  为奇异分子

$$\beta = \frac{4Q_0}{R} \frac{M^2(1+M^2/3)}{E_0 + Q_0 f(R) + \frac{1}{R}},$$

$$P = \frac{E_0}{Q_0} + f(R) - \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{5M^2}{3} \right) R f'(R).$$

方程 (3.17) 式的特征根为:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \beta(1, R_s) \frac{\partial P(R_s, 1)}{\partial M^2} \pm \sqrt{\left[ \beta(1, R_s) \frac{\partial P(R_s, 1)}{\partial M^2} \right]^2 + 4 \frac{\partial P(R_s, 1)}{\partial R}} \right\}. \quad (3.18)$$

若能源函数  $f(R)$  单调增加, 如图 1 中曲线 I 或 II 所示, 则相应的流动积分曲线分别如图 2 或

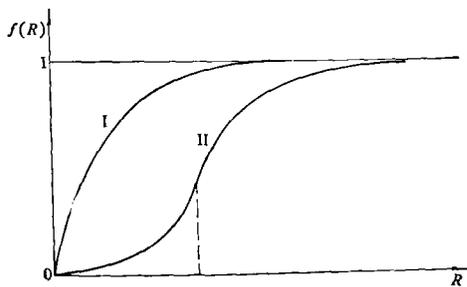


图 1 典型的热源分布

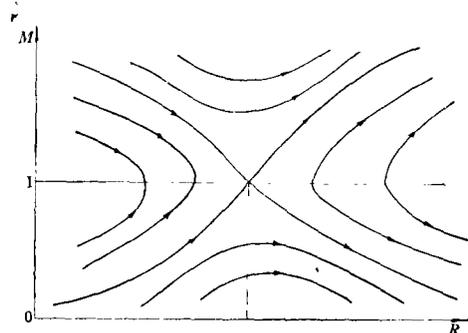


图 2 热源分布 I 对应的积分曲线族

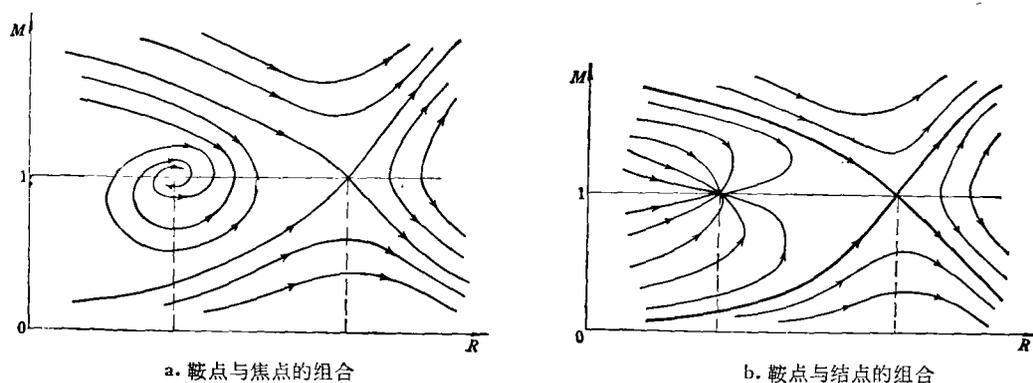


图3 热源分布 II 对应的积分曲线族

图3所示. 当  $f(R)$  分布更复杂时, 奇点数目可以更多, 积分曲线更复杂.

具体讨论能源分布如下:

$$f(R) = 1 - \exp\left(-\frac{R-R_0}{R_1}\right). \quad (3.19)$$

$R_1$  为加热的特征衰减长度, 将 (3.19) 式代入 (3.18) 式, 不难证明特征根为一对异号的实根, 故声速奇点为鞍点, 如图2所示. 将分布 (3.19) 式代入 (3.15) 式就可以具体地求解初值问题.

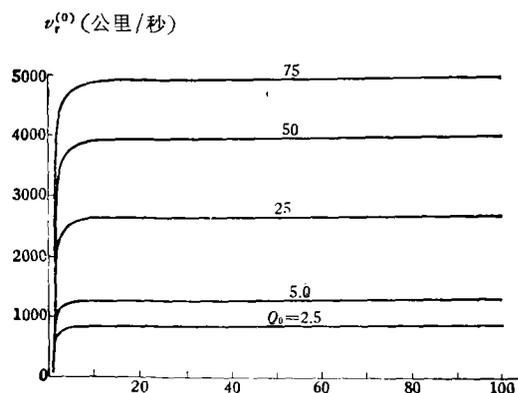
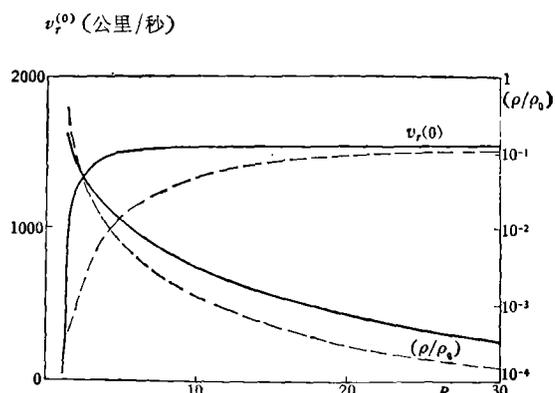
定量讨论射流束的加速过程. 取

$$R_0 = 1.1; \quad E_0 = -0.5; \quad R_1 = 2, 0.1;$$

$$Q_0 = 2.5, 5, 7.5, 10, 25, 50, 75.$$

表1 临界声速点  $R_c$  的位置

$R_1 \backslash Q_0$	2.5	5.0	7.5
2	2.8984	2.5324	2.4211
0.1	1.3528	1.3401	1.3362

图4 射流束的加速过程  
( $R_1 = 0.1, E_0 = -0.5$ )图5 热源延伸宽度对流动的影响  
( $Q_0 = 75, E_0 = -0.5$ ;  
实线:  $R_1 = 0.1$ , 虚线:  $R_1 = 2$ )

$R_1 = 0.1$  时热气体在局部区域中加热,  $R_1 = 2$  时加热区域比较延展. 声速点位置列在表 1 中, 它主要取决于  $R_1$  的大小. 图 4 给出  $R_1 = 0.1$  时基态速度的分布剖面, 当  $Q_0 = 75$  时射流可加速到 5000 公里/秒. 图 5 给出了不同  $R_1$  对流动参数的影响.  $R_1$  较小时, 射流初始加速过程较快, 反之亦然;  $R_1$  不同时, 相对密度的变化速率不同.

将上述结果用来讨论射电星系 3C 449. 观测发现<sup>[11]</sup>, 射流束速度  $v_r \geq 1000$  公里/秒, 展源处数密度  $n \approx 10^{-2}$ /厘米<sup>3</sup>, 展源距中心天体约  $10^2$  千秒差距, 中心致密核尺度约 3.4 千秒差距. 这相当于  $R$  可达 50 左右, 对应的  $Q_0$  值约为 5 或 7.5, 中心致密天体附近的气体密度为  $10^1$ /厘米<sup>3</sup> 的量级. 有时人们将马赫角  $\theta_M = \sin^{-1}\left(\frac{1}{M}\right)$  取为射流束的扩散角. 事实上, 马赫数在射流加速过程中是不断增加的. 作为平均, 讨论  $R = 10$  处的马赫角, 当  $Q_0 = 7.5$  时,  $M = 8.3$ , 相应的马赫角为  $7^\circ$ . 由此可估计出射流束的能流为:

$$\rho v_r^3 \pi (\theta_M R)^2 \approx 10^{44} \text{ 尔格/秒}, \quad (3.20)$$

其中  $R$  取为  $10^2$  千秒差距. 当  $R$  增大时, 能流也增大. 射流束在星系际空间滞止, 一部分 (3.20) 式的能量转换为磁能和高能电子能量, 就可以供应射电星系的强辐射过程.

#### 四、一阶关系

方程组 (2.21)–(2.28) 及质量守恒关系

$$\rho^{(0)} v_r^{(0)} + \rho^{(1)} v_r^{(1)} = 0, \quad (4.1)$$

给出了一阶关系. 由 (2.21) 和 (3.12) 式可导出

$$v_\theta^{(1)} = \frac{m}{2\rho^{(0)} r} \left( \frac{d\epsilon}{dr} \right) [1 + O(\epsilon)]. \quad (4.2)$$

类似地, 由磁通量守恒可以导出关系式

$$B_r^{(0)} A = \Phi \text{ (常数)}, \quad (4.3)$$

$$B_\theta^{(1)} = \frac{\Phi}{2r} \left( \frac{d\epsilon}{dr} \right) [1 + O(\epsilon)]. \quad (4.4)$$

方程 (2.32) 可以改写为:

$$\frac{v_\theta^{(1)}}{v_r^{(0)}} = \frac{B_\theta^{(1)}}{B_r^{(0)}}. \quad (4.5)$$

由 (4.2), (4.4) 和 (4.5) 式得到准确到  $O(\epsilon^2)$  的关系

$$B_r^{(0)} = \frac{\Phi}{M} \rho^{(0)} v_r^{(0)}. \quad (4.6)$$

为了方便, 不具体解能量方程, 而假设

$$\nabla p = a^2(r, \theta) \nabla \rho. \quad (4.7)$$

其中  $a(r, \theta)$  为已知分布函数,

$$a(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a^{(n)}(r) \theta^n.$$

这时, 相应的一阶关系为:

$$p^{(1)} = a^{(0)2} \rho^{(1)}. \quad (4.8)$$

假设 (4.7) 式相当于给定了温度分布.

用 (4.1) 和 (4.8) 式, 由 (2.22) 式可导出方程

$$(a^{(0)2} - v_r^{(0)2}) \frac{d\rho^{(1)}}{dr} + c_1(r)\rho^{(1)} = c_0(r), \quad (4.9)$$

其中

$$c_1(r) = \frac{G \mathcal{A}}{r^2} + 2a^{(0)} \frac{da^{(0)}}{dr} + v_r^{(0)2} \frac{d \ln \rho^{(0)}}{dr} - v_r^{(0)} \frac{dv_r^{(0)}}{dr} + \frac{B_\theta^{(1)}}{r B_r^{(0)}} a^{(0)2},$$

$$c_0(r) = \frac{B_\theta^{(1)}}{4\pi r} \frac{dB_\theta^{(1)}}{dr}.$$

方程 (4.9) 的解为:

$$\rho^{(1)} - \rho_0^{(1)} = \exp \left[ - \int_{r_0}^r \frac{c_1(r) dr}{a^{(0)2} - v_r^{(0)2}} \right] \left\{ 1 + \int_{r_0}^r c_0(r) \exp \left[ \int_0^r \frac{c_1(r) dr}{a^{(0)2} - v_r^{(0)2}} \right] dr \right\}, \quad (4.10)$$

其中初值  $\rho_0^{(1)} = \rho^{(1)}(r_0)$ . (4.10) 式表明, 在基态声速点  $r = r_s$  处, 要求满足条件  $c_1(r_s) = 0$ .

如果一阶量满足条件

$$\rho^{(1)} = 0, \quad \frac{dr B_\theta^{(1)}}{dr} = 0, \quad (4.11)$$

则动量关系 (4.9) 式满足, 由 (4.1) 和 (2.23) 式导出

$$v_r^{(1)} = 0, \quad p^{(1)} = 0, \quad B_r^{(1)} = 0, \quad (4.12)$$

而  $T^{(1)}$  或  $a^{(1)}$  可以非零.

由 (4.8) 式解出  $\rho^{(1)}$  后, 代入 (2.28) 式, 可求出  $p^{(1)}$ . 进而, 由 (2.23) 式得到

$$B_\Phi^{(1)} = - \frac{4\pi p^{(1)}}{B_r^{(0)}} + \frac{\Phi}{2} \frac{d^2 \epsilon}{dr^2} + O(\epsilon^2). \quad (4.13)$$

利用 (4.2), (4.4) 和 (4.5) 式, 由 (2.26) 式可导出

$$\frac{d}{dr} \left[ r B_r^{(0)} v_r^{(0)} \left( \frac{v_\Phi^{(1)}}{v_r^{(0)}} - \frac{B_\Phi^{(1)}}{B_r^{(0)}} \right) \right] + 2 B_r^{(0)} v_\theta^{(1)} \left( \frac{v_\Phi^{(1)}}{v_r^{(0)}} - \frac{B_\Phi^{(1)}}{B_r^{(0)}} \right) = 0. \quad (4.14)$$

经过适当运算, 可求出上式的解为:

$$v_\Phi^{(1)} = \frac{v_r^{(0)}}{B_r^{(0)}} B_\Phi^{(1)} + \left( \frac{v_\Phi^{(1)}}{v_r^{(0)}} - \frac{B_\Phi^{(1)}}{B_r^{(0)}} \right) r_0 B_r^{(0)} v_r^{(0)} \exp \left[ \epsilon(0) - \epsilon(r) + \frac{\epsilon^2(0) - \epsilon^2(r)}{2} \right], \quad (4.15)$$

其中的下标 0 代表初值,  $B_\Phi^{(1)}$  由 (4.13) 式给出.

这样就完整地求出了一阶方程的解. 应该指出, 关系式 (2.19) 相当于一个边界条件. 如果射流束没有质量损失, 则

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_b(r)} \rho v_r r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = m_b (\text{常数}), \quad (4.16)$$

其中  $\theta = \theta_b(r)$  为射流束的边界,  $m_b$  为射流束的质量流量. 将  $\rho$  和  $v_r$  对  $\theta$  展开, 代入 (4.16) 式, 经过适当运算后可得到

$$\begin{aligned} & r^2 \rho^{(0)} v_r^{(0)} (1 - \cos \theta_b) + r^2 (\rho^{(0)} v_r^{(1)} + \rho^{(1)} v_r^{(0)}) (-\theta_b \cos \theta_b + \sin \theta_b) \\ & + r^2 (\rho^{(0)} v_r^{(2)} + \rho^{(1)} v_r^{(1)} + \rho^{(2)} v_r^{(0)}) (-\theta_b^2 \cos \theta_b + 2\theta_b \sin \theta_b - 2 \cos \theta_b + 2) \\ & + \dots = \frac{m_b}{2\pi}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

由于  $\theta_b$  较小, 它也可以展开, (4.17) 式就导出

$$A\rho^{(0)}v_r^{(0)}\left\{1 + \frac{2}{3}\left(\frac{v_r^{(1)}}{v_r^{(0)}} + \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)}}\right)\theta_b + \frac{1}{2}\left(\frac{v_r^{(2)}}{v_r^{(0)}} + \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)}}\frac{v_r^{(1)}}{v_r^{(0)}}\right) + \frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(0)}} - \frac{1}{12}\right\}\theta_b^2 + O(\theta_b^3) = \frac{m_b}{\pi\theta_{b0}^2}, \quad (4.18)$$

其中  $\theta_{b0}$  为一常数, 而截面

$$A = r^2 \left(\frac{\theta_b}{\theta_{b0}}\right)^2. \quad (4.19)$$

只保留 (4.18) 式花括号中  $\theta_b$  的零阶项, 就相当于边界条件 (3.12) 式.  $A(r)$  的变化可以与观测进行比较, 它与横向的运动和磁场有关.

射流束是流管, 而流线方程可表示为:

$$\frac{dr}{v_r} = \frac{rd\theta}{v_\theta} = \frac{r \sin\theta d\varphi}{v_\varphi}. \quad (4.20)$$

由于  $v_\varphi$  不为零, 射流束螺旋形地扭转, 并向外流.  $(r, \theta)$  平面上, 流管的方程可展开为:

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{r} \left[ \frac{v_\theta^{(1)}}{v_r^{(0)}} \theta + \left( \frac{v_\theta^{(2)}}{v_r^{(0)}} - \frac{v_\theta^{(1)}}{v_r^{(0)}} \frac{v_r^{(1)}}{v_r^{(0)}} \right) \theta^2 + O(\theta^3) \right], \quad (4.21)$$

准确到  $\theta$  阶, 流线方程 (4.21) 化为:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\theta^I} \right) + \frac{1}{r} \frac{v_\theta^{(1)}}{v_r^{(0)}} \frac{1}{\theta^I} = 0. \quad (4.22)$$

利用 (4.2) 式, 可求出一阶方程 (4.22) 的解为:

$$\theta^I = \theta_0^I \{1 + [\epsilon(r) - \epsilon(0)]\}, \quad (4.23)$$

其中  $\theta_0^I = \theta^I(r_0)$  为初值. 若准确到  $\theta^2$  阶, (4.21) 式可以化为:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\theta^{II}} \right) + \frac{1}{r} \frac{v_\theta^{(1)}}{v_r^{(0)}} \frac{1}{\theta^{II}} = \frac{1}{r} \left( \frac{v_\theta^{(1)}}{v_r^{(0)}} \frac{v_r^{(1)}}{v_r^{(0)}} - \frac{v_\theta^{(2)}}{v_r^{(0)}} \right). \quad (4.24)$$

二阶近似下的流线解就是

$$\theta^{II} = \theta_0^{II} \frac{1 + \epsilon(r)}{1 + \epsilon(0) - \int_r^r [1 + \epsilon(r)] \left( \frac{1}{r} \frac{v_\theta^{(2)}}{v_r^{(0)}} + \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)}} \frac{1}{1 + \epsilon} \frac{d\epsilon}{dr} \right) dr}, \quad (4.25)$$

其中  $\theta_0^{II} = \theta^{II}(r_0)$ . 流线关系 (4.23) 和 (4.25) 式都表明, 若横向速度  $v_\theta = 0$ , 则为球面膨胀

$$\theta = \theta_0;$$

有横向运动时, 流动非球面膨胀; 若  $\epsilon(r)$  随  $r$  减小, 极角变小;  $\frac{d\epsilon}{dr} > 0$  时, 极角增大. 若  $\epsilon(r)$

时增时减, 流线呈波动形, 射流束中可有团块结构. 由于膨胀速度远大于横向速度, 所以  $\epsilon(r)$  是缓变的.

类似地, 可以讨论磁力线的方程

$$\frac{dr}{B_r} = \frac{rd\theta}{B_\theta} = \frac{r \sin\theta d\varphi}{B_\varphi}. \quad (4.26)$$

磁力线一般也是扭转延伸的螺旋线.

## 五、二阶关系

(2.29)–(2.38) 式为射流束的二阶方程组。讨论满足条件 (4.12) 和 (4.13) 式的解。由 (2.29) 式和 (2.37) 式立即得到

$$v_{\theta}^{(2)} = 0, \quad B_{\theta}^{(2)} = 0. \quad (5.1)$$

方程 (2.34) 和 (2.35) 已经满足了。

由 (2.32) 式给出一个一阶量的关系式:

$$\rho^{(0)} v_r^{(0)} \frac{dv_{\varphi}^{(1)} r}{dr} + 2\rho^{(0)} v_{\theta}^{(1)} v_{\varphi}^{(1)} = \frac{1}{4\pi} \left( B_r^{(0)} \frac{dr B_{\varphi}^{(1)}}{dr} + 2B_{\theta}^{(1)} B_{\varphi}^{(1)} \right). \quad (5.2)$$

利用 (4.2), (4.4) 和 (4.5) 式, 上式可化为:

$$\frac{d}{dr} \left[ r \left( \frac{m}{\Phi} v_{\varphi}^{(1)} - \frac{B_{\varphi}^{(1)}}{4\pi} \right) \right] + (1 + \epsilon) \frac{d\epsilon}{dr} \left[ r \left( \frac{m}{\Phi} v_{\varphi}^{(1)} - \frac{B_{\varphi}^{(1)}}{4\pi} \right) \right] = 0. \quad (5.3)$$

方程 (5.3) 的解为:

$$\frac{m}{\Phi} v_{\varphi}^{(1)} - \frac{B_{\varphi}^{(1)}}{4\pi} = \left( \frac{m}{\Phi} v_{\varphi 0}^{(1)} - \frac{B_{\varphi 0}^{(1)}}{4\pi} \right) \frac{r_0}{r} \exp \left[ \epsilon(0) - \epsilon(r) + \frac{\epsilon^2(0) - \epsilon^2(r)}{2} \right]. \quad (5.4)$$

线性方程 (5.4) 和 (4.15) 可确定  $B_{\varphi}^{(1)}$  和  $v_{\varphi}^{(1)}$ , 从而一阶量全部确定。

动量守恒 (2.31) 式给出了  $B_r^{(2)}$  与  $p^{(2)}$  的关系。质量守恒条件 (2.19) 的二阶关系为:

$$\frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(0)}} + \frac{v_r^{(2)}}{v_r^{(0)}} = \frac{1}{12}. \quad (5.5)$$

由条件 (4.7) 式可以推导出

$$p^{(2)} = a^{(0)2} \rho^{(2)}. \quad (5.6)$$

利用 (2.31), (5.5) 和 (5.6) 式, 由 (2.30) 式可导出

$$(a^{(0)2} - v_r^{(0)2}) \frac{d\rho^{(2)}}{dr} + c_2(r) \rho^{(2)} = c_3(r), \quad (5.7)$$

其中  $c_2(r)$  和  $c_3(r)$  都是低阶量的给定函数。由此不难导出

$$\rho^{(2)} - \rho_0^{(2)} = \exp \left[ - \int_{r_0}^r \frac{c_2(r) dr}{a^{(0)2} - v_r^{(0)2}} \right] \left\{ \int_{r_0}^r c_3(r) \exp \left[ \int_{r_0}^r \frac{c_2(r) dr}{a^{(0)2} - v_r^{(0)2}} \right] dr \right\}. \quad (5.8)$$

将二阶密度解 (5.8) 式代入 (2.31), (2.38) 和 (5.5) 式, 可分别求出二阶量  $B_r^{(2)}$ ,  $p^{(2)}$  和  $v_r^{(2)}$ 。

这样, 在近似条件 (4.12) 和 (4.13) 式下, 准确到二阶时, 可将解表达为:

$$\begin{aligned} v_r &= v_{ri}(r) + [v_{re}(r) - v_{ri}(r)] \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, & B_r &= B_{ri}(r) + [B_{re}(r) - B_{ri}(r)] \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, \\ v_{\theta} &= [v_{\theta i}(r) - f_1(r)] \frac{\theta}{\theta_b} + f_1(r) \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, & B_{\theta} &= [B_{\theta i}(r) - f_2(r)] \frac{\theta}{\theta_b} + f_2(r) \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, \\ v_{\varphi} &= [v_{\varphi i}(r) - f_3(r)] \frac{\theta}{\theta_b} + f_3(r) \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, & B_{\varphi} &= [B_{\varphi i}(r) - f_4(r)] \frac{\theta}{\theta_b} + f_4(r) \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, \\ p &= p_i(r) + [p_e(r) - p_i(r)] \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, & \rho &= \rho_i(r) + [\rho_e(r) - \rho_i(r)] \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, \\ T &= T_i(r) + [T_e(r) - T_i(r)] \left( \frac{\theta}{\theta_b} \right)^2, \end{aligned}$$

其中下标  $i$  和  $e$  分别表示射流束中心  $\theta = 0$  和边界  $\theta = \theta_b$  处的值,  $f_k(r)$  为  $r$  的函数。

陈炯林-Henriksen 的射流束解<sup>[13]</sup>, 除包括假设 (4.12) 和 (4.13) 式外, 还进一步假设

$$\mathbf{v}^{(2)} = 0, \quad \mathbf{B}^{(2)} = 0, \quad \rho^{(2)} = 0. \quad (5.9)$$

如果初始条件满足  $v_{\theta}^{(1)} B_{\phi}^{(0)} - v_{\phi}^{(0)} B_{\theta}^{(1)} = 0$ , 由 (4.5) 和 (4.15) 式就可以得到他们导出的关系

$$\frac{v_{\theta}^{(1)}}{B_{\theta}^{(1)}} = \frac{v_{\phi}^{(1)}}{B_{\phi}^{(1)}} = \frac{v_r^{(0)}}{B_r^{(0)}}. \quad (5.10)$$

所以, 他们的解相当于这里讨论的一种特殊情形的近似解. 我们不能随便简化假设, 否则可能不满足方程组, 或者方程组的解不唯一. 将 (4.12) 和 (4.13) 式代入 (4.7) 式, 就得到条件

$$\frac{dr B_{\theta}^{(1)}}{dr} = 0.$$

再考虑到 (4.4) 式, 可以导出

$$\frac{d\epsilon}{dr} [1 + O(\epsilon)] = \text{常数}. \quad (5.11)$$

准确到  $\epsilon$  阶, (3.12) 式给出的截面变化关系为:

$$A = A_0 r^2 (1 + \alpha r), \quad (5.12)$$

其中  $\alpha$  为常数. 当  $\alpha > 0$  时, 射流束截面比球膨胀更扩展;  $\alpha < 0$  时, 截面相对收敛. 如果在条件 (4.12) 和 (4.13) 式之外还假设 (5.9) 式, 由 (2.31) 式可定出  $p^{(2)}$ . 将此  $p^{(2)}$  代入 (2.30) 式消去  $p^{(2)}$  后, 导出一个补充条件. 这个补充条件难于自洽. 所以, 这种类型的解只能理解为某种渐近解.

## 六、讨 论

本文给出了一种求解射电星系射流束加速流动的方法, 它同时还解释了射电展源的精细结构. 陈炯林-Henriksen 的二维解可以看成是本文普遍解的特殊近似.

射电星系双源结构的基本特性是成双并且准直. 由于射流束是沿磁极轴喷射, 很容易解释双源的这种特性. 当然, 如果射电星系磁场不是偶极场, 射流束将沿磁场方向喷射, 从而可解释许多非准直的双源结构. 每个束的加速机制都是相同的, 它们都需要中心的致密天体提供能量.

从射电星系中心喷射出的射流束主要是径向的. 每个射电束的径向加速机制大体上与太阳风或恒星风的局部加速过程类似. 射流束的截面变化主要由横向的运动和磁场决定. 横向流动是与横向磁场互相耦合的,  $B_{\theta}^{(1)} = 0$  时, 可导出  $v_{\theta}^{(1)} = 0$ . 由于横向磁场的存在, 射流束很容易偏离球膨胀, 而表现出

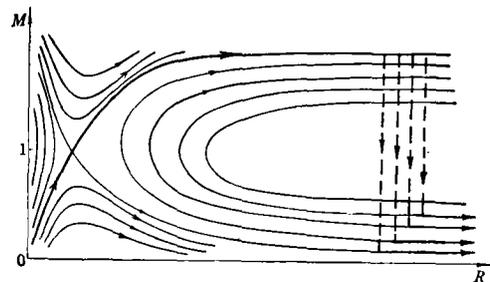


图 6 射流束具有激波解时的流动特征

来观测的精细结构, 实际的情况可能比这里讨论的情况更复杂. 在超声速自由射流时, 射流束的截面确实可以收缩. 在射流束中还会有激波的相互作用, 而不是到处连续的流动模型. 当射电星系的超声速射流束碰到外部的星系际介质时, 外部反压较大, 因此会形成激波. 这时, 超声速流动解经过激波跳跃而变成亚声速流动, 其流动特征如图 6 所示. 图 6 中的粗线代表

可能的流动,虚线代表激波间断,激波强度由射流束和星系际压力确定。

环向磁场  $B_\phi$  与环向流场  $v_\phi$  互相耦合,  $B_\phi$  使射流束自箍缩。本文假设环向磁场较弱,故箍缩效应较小。这里的分析表明,环向场  $B_\phi$  和  $v_\phi$  对热力学参数和径向流动的影响不大。

本文在小  $\theta$  角近似下,将二维问题归结为各阶一维问题处理。完整的二维问题当然更复杂,径向场与横向场互相耦合在一起。本文中利用流管内流量守恒条件(2.19)式,才将相互关系退耦,采用这个补充条件具有明确的物理含义。也可用边界必为一流线的条件,由(4.20)式来讨论。这两种处理实质上是类同的,可以找出这两者之间的关联。

加拿大女皇大学的 Henriksen 教授,陈炯林博士和周威彦教授将此题介绍给作者,并提供尚未发表的文稿,谨致谢忱。

### 参 考 文 献

- [1] Moffet, A. T., in *Galaxies And The Universe*, ch. 7, 1977.
- [2] De Young, D. S., *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **14**(1976), 447.
- [3] Pacholezyk, A. G., *Radio Galaxies*, 1977.
- [4] Rees, M. J., *Nature*, **229**(1971), 312; 510.
- [5] Blandford, R. D., Rees, M. J., *Monthly Notices RAS*, **169**(1974), 395.
- [6] Wiita, P. J., *Astrophys. J.*, **221**(1978), 41.
- [7] Bridle, A. H., et al., *Nature*, **262**(1976), 197.
- [8] Burch, S. F., *Monthly Notices RAS*, **181**(1977), 599.
- [9] Waggett, P. C., et al., *ibid.*, **181**(1977), 465.
- [10] Readhead, A. C. S., et al., *Nature*, **272**(1978), 131.
- [11] Perley, R. A., et al., *Nature*, **281**(1979), 437.
- [12] Fomalont, E. B., et al., *Astrophys. J. Letter*, **228**(1979), L9.
- [13] Chan, K. L., Henriksen, R. N., *Astrophys. J.*, **241** (1980), 534.
- [14] 胡文瑞, 中国科学, 1980, 5:593.
- [15] 胡文瑞, 天体物理学报, **1**(1981), 3:222.
- [16] Hu, W. R., *Geophys. & Astrophys. Fluid Dynamics* (in printing).