

大气水凝物粒子穿越头激波后的运动

赵国英

(中国科学院力学研究所)

摘要 为了求解有蒸发、融化和机械剥蚀的大气水凝物粒子进入头激波层的运动(通称粒子云问题),常采用先给出驻点区气体流场,再计算每个粒子在其中运动的方法。本文对此采用了有相变的气固(和气液)两相流动的二流体模型,并用直线法作了求解,得到了气体和粒子在双向耦合和单向耦合下的流场,并给出了单向耦合的适用范围。最后对问题的表述、求解和结果作了讨论。

一、引言

高速飞行体在含有水凝物粒子(包括冰晶、雪花、雨滴和雾气)的大气中飞行时,来流气体在钝体前形成头激波,波后参数可由来流参数和 Hugoniot 关系得到,气体在波后发生离解和电离,到达物面时速度降为零,水凝物粒子经激波阵面时,由于阵面很薄,粒子流动参数变化甚微,但经头激波后,由于气体对它们的阻滞,粒子速度不断下降,同时,两者间还存在热交换,粒子温度上升,并在表面出现融化、蒸发和机械剥蚀等现象,而那些由此而以蒸汽形式进入离解、电离空气激波层的水份,温度迅速上升,并发生离解。另外,尺寸较小的雨滴进入激波层后还会发生突然破碎等现象。

关于飞行体在含有大气水凝物的空气中飞行的问题,属于粒子云问题。这个问题在国内外经近些年的研究,其基本物理机制已得到澄清,一些作者已提出了各种模型,进行数值模拟,但这些模型总是首先给出纯空气钝体绕流的流场,然后计算粒子在此流场中的运动轨道,忽略粒子对钝体头激波后流场的干扰,属于单向耦合的轨道理论^[1]。

近年来,一些人对这种算法提出了异议,认为它由于忽略粒子运动对气体流场的影响可能会引起较大误差,建议考虑双向耦合的计算方法,但只有 Chang^[2] 采用二流体模型在假定空气为完全气体的情况下就核尘埃高来流马数($M_\infty = 10^4$)用直接法和级数截断技术作过工作。后来,我们也曾在二流体模型下用直线法就广泛的来流速度($M_\infty = 2 \sim 10^4$)和灰尘浓度对进入头激波层后的固体粒子运动的松弛现象作了研究^[3]。Chang 和我们的工作都考虑了双向耦合。

在[3]的基础上,本文对有蒸发、融化和机械剥蚀的大气水凝物粒子进入头激波层

本文于1985年2月1日收到,6月1日收到修改稿。

的运动采用有相变的气固和气液两相流的二流体模型, 对问题作了详细的数学描述, 考虑了空气的离解和电离, 水汽的离解, 并用直线法作了求解。本文的模型及其解法能同时直接给出气体和粒子云双向耦合下的流场, 也能给出单向耦合下两相各自的流场。文中对双向和单向耦合结果作了比较, 给出了单向耦合下轨道理论的适用范围。本文所表述的基本方程也可应用于类似的两相流动。

二、基本假设、数学模型及求解

1. 基本假设

假设来流气体为空气, 其中均匀分布着某种水凝物粒子, 它们是大小相同的圆球(如果是雪花, 只研究气动和传热与其等效的冰晶球粒子), 球内温度均匀; 粒子的尺寸远比气体平均自由程大, 因而就粒子与气体的动量交换而言, 气体激波厚度可以忽略; 粒子所占的体积百分数很小, 可忽略其间的碰撞; 粒子的数密度足够高, 可把粒子云当作连续介质来处理; 粒子与气体间存在的质量、动量和能量交换可用单球粒子在气体中运动的结果来计算。因为粒子云问题出现在低空, 假定头激波后的气体为平衡空气和水汽的混合物(对于强激波, 还考虑水汽的离解)。当水凝物粒子进入激波层后, 粒子所损失的质量即变成水汽(或离解的水汽)。空气和水汽间不发生化学反应, 但具有相同的速度和温度。

2. 基本方程

根据以上假设, 在边界层坐标下, 写出粒子云绕钝体定常流动的两相流基本方程:
连续方程

气体(包括空气和水汽)

$$\frac{\partial}{\partial x}(\sigma ru) + \frac{\partial}{\partial y}(\sigma rv h_x) = \dot{m}_v r h_x \quad (1)$$

水汽

$$\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_v ru) + \frac{\partial}{\partial y}(\sigma_v rv h_x) = \dot{m}_v r h_x \quad (2')$$

粒子云

$$\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_p ru_p) + \frac{\partial}{\partial y}(\sigma_p rv_p h_x) = -\dot{m}_v r h_x \quad (3)$$

若引进水汽的质量百分比浓度 $C_v = \sigma_v / \sigma$, 并利用(1), 则(2')变为

$$\frac{u}{h_x} \frac{\partial C_v}{\partial x} + v \frac{\partial C_v}{\partial y} = \frac{\dot{m}}{\sigma} (1 - C_v) \quad (2)$$

运动方程

气相

$$\frac{\sigma u}{h_x} \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\sigma uv}{R_i h_x} = -\frac{1}{h_x} \frac{\partial p}{\partial x} + F_{ix} + \dot{m}_v (u_p - u) \quad (4)$$

$$\frac{\sigma u}{h_x} \frac{\partial v}{\partial x} + \sigma v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\sigma u^2}{R_b h_x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + F_{yy} + \dot{m}_v (v_p - v) \quad (5)$$

粒子云

$$\frac{\sigma_p u_p}{h_x} \frac{\partial u_p}{\partial x} + \sigma_p v_p \frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{\sigma_p u_p v_p}{R_b h_x} = -F_{px} \quad (6)$$

$$\frac{\sigma_p u_p}{h_x} \frac{\partial v_p}{\partial x} + \sigma_p v_p \frac{\partial v_p}{\partial y} - \frac{\sigma_p u_p^2}{R_b h_x} = -F_{py} \quad (7)$$

能量方程

气相

$$\sigma \left(\frac{u}{h_x} \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = Q_p + \frac{u}{h_x} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + F_{px} (u_p - u) + F_{py} (v_p - v) + \dot{m}_v \{ [h_p(T_b) - h(T)] + (1/2) [(u_p - u)^2 + (v_p - v)^2] \} \quad (8)$$

上式右端计及了气体和粒子间的能量交换；(1) 粒子对气体做功；(2) 粒子损失的质量进入气体所携带的动能和内能；(3) 气体使粒子温升并使其部分质量发生相变及进入气体所需的能量。

粒子云：假定粒子所吸收的热量全部用来使它们的部分质量发生相变，而粒子本身的温度不变，即

$$T_p = T_p \quad (9)$$

粒子半径变化方程

$$\frac{u_p}{h_x} \frac{\partial R_p}{\partial x} + v_p \frac{\partial R_p}{\partial y} = -\frac{\dot{m}_v R_p}{3\sigma_p} \quad (10)$$

以上各式中， $h_x = 1 + y/R_b$ ， R_b 为钝体球头半径， C_p 为粒子的比热， ρ 为浓度，带下标 p 和 v 的量分别为粒子和水汽的属性。

3. 热力学关系

粒子云出现在低空，可假定激波后空气处于化学平衡状态，并采用高温平衡空气来对它作出描述，对任何热力学函数 f ，均有 $f = f(p_a, \sigma_a)$ ，对水汽，一般来流 $M_\infty \geq 10$ ，假定

$$C_p = C_{OH} + C_{H_2O} \quad (11)$$

则

$$\left. \begin{aligned} h &= (1 - C_v) h_a(p_a, \sigma_a) + C_{OH} h_{OH} + C_{H_2O} h_{H_2O} \\ p &= p_a + p_v, \quad p_v = 2\sigma_v R_v T / M_{H_2O} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中， R_0 气体普适常量， M_{H_2O} 水克分子量，下标 a 代表空气。

4. 气固相之间的相互作用

上述基本方程中，涉及气固两相间的质量、动量和能量交换，本文采用如下模型：

(1) 气固两相间的作用力

$$F_{pi} = \sigma_p(u_{pi} - u_i) / \tau_m \quad (13)$$

其中

$$\tau_m = \frac{16}{3} R_p^2 \rho_s / \mu C_D R_c, \quad R_c = \sigma \sqrt{(u_{pi} - u_i)^2} \cdot 2R_p / \mu,$$

ρ_s 为水凝物粒子的密度, 阻力系数 C_D 表达式略^[1]。

(2) 气固两相间的质量和能量交换 对于冰晶、雪花, 假定传入粒子的热量全部用来使它的表面融化, 且融化成水的这部分质量立即被吹入气体中, 因而

$$\dot{m}_v = \dot{m}_i + \dot{m}_s \quad (14)$$

蒸发、升华率 $\dot{m}_v = 0$, 机械剥蚀率

$$\dot{m}_s = [N_u \cdot 2\pi R_p k (T_r - T_p) / \Delta H'] \frac{\sigma_p}{(4/3)(\pi R_p^3 \rho_s)} \quad (15)$$

其中 k 为气体传热系数, T_r 为粒子表面的恢复温度, $\Delta H'$ 为冰的融解热, 而

$$N_u = 2.0 + 0.56 R_p^{0.5} P_r^{0.33} \quad (16)$$

$$Q_p = -\dot{m}_v \left\{ \Delta H' (T_p) + \int_{T_p}^{T_b} C_{pH_2O} dT + \Delta H'' (T_b) + \Delta H''' (T_b) \right\} \quad (17)$$

其中 $\Delta H''$, $\Delta H'''$ 分别为水的汽化热和水汽的离解热, T_b 为汽化温度。

对于雨滴, 假定损失由机械剥蚀 \dot{m}_s 和蒸发 \dot{m}_v 两部分组成, 其中

$$\dot{m}_s = \frac{1}{2} \sigma_{p,c} \left[-\sin\left(\pi \frac{\bar{T}}{T_s}\right) \right] \frac{\pi \sqrt{(u_{pi} - u_i)^2} \sigma_s}{\bar{T}_s \cdot 2R_p \sqrt{\rho_s}} \quad (18)$$

$$\dot{m}_v = N_u \pi \cdot 2R_p k (T_r - T_b) / \left[\left(\Delta H' (T_b) + \int_{T_p}^{T_b} C_{pH_2O} dt \right) \frac{\sigma_p}{(4/3)(\pi R_p^3 \rho_s)} \right] \quad (19)$$

上两式中, \bar{T} 和 \bar{T}_s 的定义及求法见[3], σ_s 为波后空气的浓度。

$$Q_p = -\dot{m}_v \left\{ \int_{T_p}^{T_b} C_{pH_2O} dt + \Delta H' (T_b) + \Delta H''' (T_b) \right\} \quad (20)$$

5. 边界条件

本文采用 Euler 型方程, 边界条件是: 气体经头激波时, 波后参数可用来流参数及 Hugoniot 关系求出, 物面条件取法向速度为零^[4]。粒子的波面条件为

$$\left. \begin{aligned} u_p &= u_{p0}, \quad v_p = v_{p0} \\ \sigma_p &= \sigma_{p0}, \quad R_p = R_{p0} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

但粒子碰到壁面时假定立即为壁面所吸收, 或认为其反跳、粉碎不影响气体和撞击壁面前的粒子流场。

6. 问题的求解

采用直线法求解上述问题, 该方法的具体细节、适定问题可参考[3]和[4]。

三、计算结果及讨论

按照飞行体再入大气层的实际气候条件, 对粒子云问题作了广泛的数值模拟。直线

法成败的关键在于初始激波形状的选择, 在给定某一来流条件下纯气体绕流的激波形状后, 为了求出某一粒子云浓度下的流场解, 最初, 按照文献[4]中二次外插法进行, 但失败了, 后来用线性外插取得了成功。

本文所编制的程序能直接输出粒子云绕流问题所需的任何流场参数, 针对球头半径 $R^* = 15$ 厘米的飞行体, 高度 6 公里的飞行条件, 计算了头激波后粒子云流场。图 1—4 示出了 $R^* = 50$ 微米, $M_\infty = 10$ 以下的有关流动参数, (此时, $\sigma_{\infty}^*/\sigma_\infty^* \leq 0.2\%$)。对于计算结果作如下讨论:

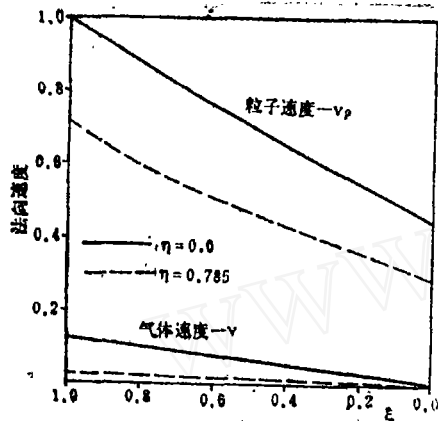


图 1 气体和粒子的法向速度

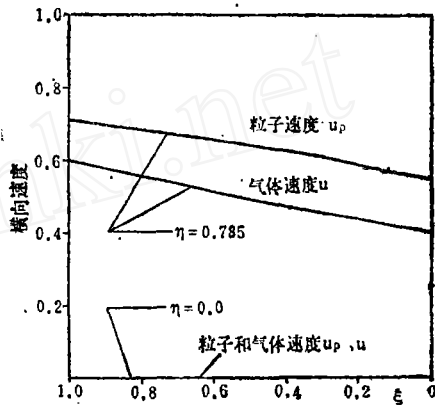


图 2 气体和粒子的横向速度

1. 本文把粒子云当作连续介质来处理, 当激波层内粒子数足够大时, 是一种良好的近似;

1) 从这里起, 只有带 * 的参数才为有量纲量。图中坐标 ξ , η 和速度 u, v, u_p, v_p 的定义与[3]相同。当粒子数较小时, 由于粒子云的存在对气体流场影响很小, 且粒子云的质量、动量和能量方程是从单粒子在流场中飞行时的质量、动量和能量关系得到

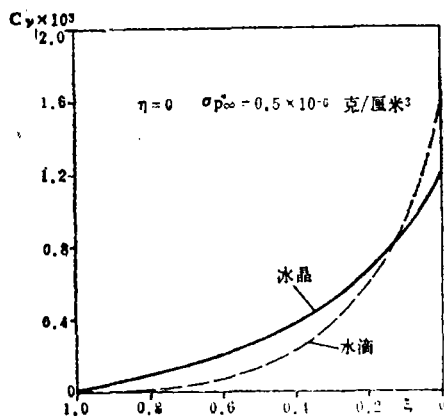


图 3. 水汽浓度沿驻点线变化

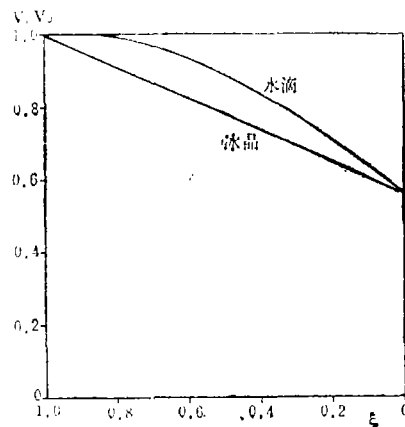


图 4 粒子相对体积沿驻点线变化

的,故可从平均的意义上把计算结果看作粒子在流场中的运动参数。由于求解的对象是高速飞行体,即使在与飞行体头激波层可比拟的单位体积内粒子数很小,在感兴趣的时间内进入激波层的粒子数也相当可观,因而用连续介质来处理粒子云所得的结果也仍然十分有意义。

2. 在处理二流体模型描述的两相流问题中,目前较为普遍的求解方法有“质量残数”法和隐式差分格式。本文的方法——直线法是两相流理论中有别于前人的新方法。实践证明,直线法在处理粒子云问题是强而有力的。

3. 计算表明,在本文图中给出的飞行条件下,当来流中水滴、冰晶粒子半径 $R_p^* \geq 50$ 微米,浓度 $\sigma_{p,\infty}^* \leq 1 \times 10^{-6}$ 克/厘米³,气流速度在 0.1% 的范围内,不受粒子云流动的影响。当浓度 $\sigma_{p,\infty}^* \leq 3 \times 10^{-6}$ 克/厘米³ 时,粒子云的速度场在三位有效数字内不受粒子云对气体流场干扰的影响,其他参数如温度、焓值在上述范围内受粒子云对气体流场干扰的影响也很小。此时,粒子云的流动参数可看作与单向耦合的结果相同。我们知道,上面的第一个 $\sigma_{p,\infty}^*$ 比最严重的气候环境还严重三倍。所以可得如下结论:在真实飞行条件下,粒子云问题可采用单向耦合的轨道理论来计算,即目前流行的粒子云问题计算方法给出的结果对工程计算来说已达到了足够的精度。当然,采用本文的二流体模型程序中单向耦合部分去计算,比通常所采用的方法简单省事,可节约大量机时。

4. 鉴于在最严重的气候条件下,气体流场受粒子云的干扰可忽略不计,同时考虑到粒子云在物面上反弹的速度比来流中粒子相对于气流的速度小得多,所以,反弹粒子对气流流场的干扰可以忽略。故可以认为前节给出的粒子云物面边界条件是真实情况的一种相当好的近似。另外,对于驻点区热传导,可用通常计算纯气体绕流的公式加上粒子云与壁面的非弹性碰撞引起的能量损失来计算。

5. 因为水凝物粒子蒸发离解都要时间,所以粒子所吸收气体的能量比本文的模型更小一些,对气体流场的干扰也会小些。

6. 计算表明,对一定的来流条件,当雨滴和冰晶的半径各自小于某一临界值时,到达物面的粒子已全部融化或蒸发掉,超过这一临界值,粒子半径越大,到达物面所留下的相对质量越大,速度也越高。

本文得到俞鸿儒同志指导,孙洪森同志热情帮助,谨向他们表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 孙洪森等,《气动力学会议文集(1978)》。
- [2] Chang, S.S.-H., *Phys. Fluids*, 18(1975), 446.
- [3] 赵国英、钟锡昌,《空气动力学学报》,1(1985), 101—105.
- [4] 朱幼兰,钟锡昌等,《初边值问题差分方法与绕流》,科学出版社,(1980)。

THE MOVEMENT OF HYDROMETEOR PARTICLE CLOUD IN A BOW SHOCK LAYER

Zhao Guoying

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

High speed vehicles during reentry may encounter condensed phase H_2O in the form of ice particles or liquid droplets, which form so-called particle cloud. These particles must traverse the shocked air layer enveloping the reentering vehicle prior to impacting the surface. The interaction between the gas and the particles in the shock layer is usually investigated by calculating the trajectory of every particle in the gas flow field without consideration of the presence of other particles (this method is called that of one-way coupling). This paper presents a gas-(solid and liquid) particles two-fluid flow model, including the interaction (i. e. the mass, momentum and heat transfer) between the two phases (that is, a two-way coupling is taken into account), and the dissociation and ionization of the air and the dissociation of the steam (from the particle cloud). The model is solved by using the method of lines. The flow field of gas and particle cloud are obtained and the applicable range of one-way coupling is studied. Finally some interesting discussions are performed.