

# 可压缩理想塑性体中逐步扩展裂纹 顶端的弹塑性场

王自强

(中国科学院力学研究所)

**摘要** 本文利用理想塑性固体平面应变问题的基本方程,分析了可压缩理想塑性体中逐步扩展裂纹顶端的弹塑性场,得到了关于应力的渐近场,分析了弹性卸载区的演变过程和修正的中心扇形区的发展过程,预示了出现二次塑性区的可能性,弹性可压缩性的影响明显表现在经典的中心扇形区必需加以修正,垂直于板面方向的应力偏量不再为零,而且随着新裂纹面的形成,裂纹前方的均匀应力场和紧连着的修正的中心扇形区的应力偏量将发生变化。这种变化是由于垂直于板面方向的应力偏量发生变化造成的。

**关键词** 可压缩理想塑性体,逐步扩展裂纹,弹塑性场

## 一、引言

扩展裂纹顶端应力应变场的精确分析是弹塑性断裂理论的重要课题。对于不可压缩理想塑性平面应变 I 型定常扩展裂纹问题, Rice<sup>[1]</sup> 首先讨论了裂纹顶端附近应力应变场的渐近性质, Cherepanov<sup>[2]</sup> 又将它推广到非定常扩展的情况, Слепян<sup>[3]</sup> 采用 Tresca 准则得到了渐近场的完整结果(同一篇文章还得到 II 型问题的正确解答), Rice, Drugan 和 Sham<sup>[4]</sup> 及高玉臣<sup>[5]</sup>, 采用 Mises 准则研究了同一个问题, 得到了与 Слепян<sup>[3]</sup> 相同的结果。

Drugan, Rice 和 Sham<sup>[6]</sup> 及高玉臣<sup>[7]</sup> 对弹性可压缩理想塑性体, 讨论了平面应变 I 型定常扩展裂纹问题, 各自提出了解答。

王自强<sup>[8]</sup> 首先讨论了不可压缩理想塑性固体中逐步扩展裂纹问题, 得到了关于应力和速度场的一阶渐近场, 分析了弹性卸载区的演变过程和中心扇形区的发展过程。

韧性断裂通常与微观空洞的成核、扩展、合并相联系的, 实验表明, 宏观裂纹的扩展常常是一步一步地进行的, 在裂纹扩展之前, 裂纹前方有可能形成微观空洞, 主裂纹与微观空洞合并导致宏观裂纹的一步扩展, 因此, 裂纹逐步扩展模型可以模拟韧性裂纹扩展。

另一方面, 用数值方法来模拟裂纹扩展过程时, 通常采用逐步释放节点力的方法, 这意味着连续扩展模型在数值计算中难于应用而逐步扩展模型在数值模拟中却是十分自然和方便。

本文系编委徐秉业同志推荐, 于 1988 年 7 月 22 日收到来稿。

本文讨论了可压缩性对理想塑性固体中逐步扩展裂纹问题的影响。证实了裂纹顶端的应力场由三个角形区域组成。裂纹前方是均匀应力区,紧连着的修正的中心扇形区;在裂纹面附近是一个弹性卸载区。随着新裂纹面的形成,各个区域的应力偏量发生变化。本文分析了弹性卸载区的演变过程和修正中心扇形区的发展过程以及出现二次塑性区的可能性。

## 二、基本方程

对于平面应变问题,在塑性区内我们有<sup>[8]</sup>:

### 1. 屈服条件

$$\frac{1}{4}(\sigma_y - \sigma_x)^2 + \tau_{xy}^2 + \frac{3}{4}S_z^2 = k^2, \quad (2.1)$$

式中  $k$  为剪切屈服强度,  $S_z$  是  $z$  方向的应力偏量。

### 2. 应变率公式

$$D_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\partial V_\alpha / \partial x_\beta + \partial V_\beta / \partial x_\alpha), \quad (2.2)$$

$V_\alpha$  是速度场。

### 3. 本构关系

$$D_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\mu} \dot{P}_{\alpha\beta} + \lambda P_{\alpha\beta} + \frac{3\dot{\epsilon}}{2E} [\dot{\sigma}_{\rho\rho} + \dot{S}_z] \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.3)$$

### 4. 平面应变控制方程

$$\dot{S}_z + \frac{2}{3} E \lambda S_z = -\frac{2}{3} \epsilon \dot{\sigma}_{\rho\rho}, \quad (2.4)$$

### 5. 应力函数及应力分量

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, \quad (2.5)$$

这里  $O^*x, y, z$  表示固定的直角坐标系;  $\epsilon = \frac{1}{2} - \nu$ ; 而字母  $\alpha, \beta, \gamma, \rho$  只取值 1, 2。重复下标是求和的缩写, 又有

$$P_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}(\sigma_{\rho\rho}/2),$$

## 三、逐步扩展裂纹问题的定解方程

设想裂纹扩展后, 裂纹顶端将移至  $O$  点, 以  $O$  为极点建立起极坐标  $(r, \theta)$ 。

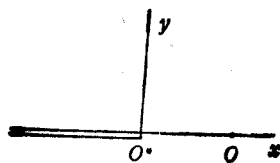


图 1

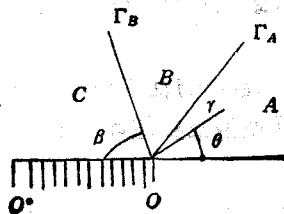


图 2

假设在新的裂纹顶端附近, 应力函数  $\phi$ , 应力偏量  $S_x$  和  $\lambda$  可展成下列级数:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= r^2 \sum_{m=0,1}^{\infty} r^m F_m(\theta, t) \\ \lambda &= \sum_{m=-1,0}^{\infty} r^m \lambda_m(\theta, t) \\ S_x &= \sum_{m=0,1}^{\infty} r^m S_m(\theta, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

式中  $t$  是广义的时间参量。

由于裂纹扩展步子很小, 因此在线段  $O^*O$  上可以认为周向应力  $\sigma_\theta$  是均匀分布的。将线段  $O^*O$  割开形成新的裂纹面, 在新的裂纹面上作用着正应力分量  $\sigma_\theta$ 。将该作用力释放至零即可模拟裂纹扩展过程, 此时有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta(r, \pi, t) &= (1-t)\sigma_\theta(r, \pi, 0) \\ \tau_{r\theta}(r, \pi, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

广义时间  $t=0$  对应着释放起始时刻, 而  $t=1$  对应着释放终了。

利用基本方程, 不难导出塑性区的定解方程。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{-1} P_{r0} &= 0 \\ \lambda_{-1} S_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

$$P_{r0}^2 + \tau_{r\theta0}^2 + \frac{3}{4} S_0^2 = k^2 \quad (3.4)$$

$$\dot{S}_0 + \frac{2}{3} E(\lambda_{-1} S_1 + \lambda_0 S_0) = -\frac{4}{3} \varepsilon \dot{\sigma}_0 \quad (3.5)$$

$$h_0 = 2k_0 - G_0^*(t) \quad (3.6)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= (\lambda_{-1} P_{r0} + \lambda_0 P_{r0}) + \left[ (1+\nu) \dot{P}_{r0} + 3\varepsilon \dot{\sigma}_0 + \frac{3}{2} \varepsilon \dot{S}_0 \right] / E, \\ k_0 &= (\lambda_{-1} \tau_{r\theta1} + \lambda_0 \tau_{r\theta0}) + (1+\nu) \dot{\tau}_{r\theta0} / E, \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

$$\dot{\sigma}_0 = [\dot{P}_{r0} + 4\dot{P}_{\theta0}] / 2, \quad (3.8)$$

$$\dot{S}_0 = \frac{\partial}{\partial t} S_0(\theta, t)$$

#### 四、裂纹顶端的应力场

如图 2 所示, 释放前  $O$  点附近渐近场是均匀应力场。相应的应力函数为

$$\phi_0^* = \frac{1}{2} k_0^* r^2 [A_1(0) + \cos 2\theta] \quad (4.1)$$

式中

$$k_0^* = \sqrt{k^2 - \frac{3}{4} \sigma_{\theta 0}^2} \quad (4.2)$$

$$S_0(\theta, 0) = a_{0s} \quad (4.3)$$

$a_{0s}$  是常数, 不依赖于时间  $t$ , 也不依赖于  $\theta$ . 它等于释放前  $O$  点  $x$  方向应力偏量.

释放过程中,  $O$  点附近渐近场可以看作是由三个扇形区所组成 (见图 2). 区域  $A$  是均匀应力场;  $B$  区是中心扇形场; 区域  $C$  是卸载弹性区. 时刻  $t$ , 应力函数  $\phi$  可表示为

$$\phi = \begin{cases} \frac{k_0^*}{2} r^2 [A_1(t) + \cos 2\theta], & (0 \leq \theta \leq \pi/4) \\ \frac{k_0^*}{2} r^2 \left[ A_1(t) - 2 \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) \right], & \left( \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi - \beta \right) \\ \frac{k_0^*}{2} r^2 [C_1 + C_2\theta + C_3 \cos 2\theta + C_4 \sin 2\theta] + \phi_0^*(r, \theta) & (\pi - \beta \leq \theta \leq \pi) \end{cases} \quad (4.4)$$

在  $A$  区和  $B$  区, 法向应力偏量  $S_0(\theta, t)$  恒等于  $a_{0s}$ . 我们先讨论  $a_{0s} \neq 0$  的情况. 此时由预解方程(3.24)立即得到

$$\lambda_{-1} = 0$$

显然  $\Gamma_A$  处的应力全连续条件已经满足.  $\Gamma_B$  处的应力分量全连续条件导致

$$[\phi]_{\Gamma_B} = [\phi']_{\Gamma_B} = [\phi'']_{\Gamma_B} = 0 \quad (4.5)$$

将(4.4)式代入(4.5)和(3.2), 得

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_2(\pi - \beta) &= A_1^* - 2 \left( \frac{3}{4} \pi - \beta \right) \\ C_2 + 2C_3 \sin 2\beta + 2C_4 \cos 2\beta &= -2(1 + \sin 2\beta) \\ C_3 \cos 2\beta - C_4 \sin 2\beta &= -\cos 2\beta \\ C_1 + C_2\pi + C_3 &= -(1 + A_1(0))t \\ C_2 + 2C_4 &= 0, \quad A_1^* = A_1(t) - A_1(0) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

由上述方程解得:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\{(1 + A_1(0))t + C_2\pi + C_3\} \\ C_2 &= \frac{2 \cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)}, \quad C_3 = \frac{\cos 2\beta - 1 - \sin 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)} \\ C_4 &= \frac{-\cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)}, \quad A_1^* = C_1 + C_2(\pi - \beta) + 2 \left( \frac{3}{4} \pi - \beta \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

在  $\Gamma_B$  处还有一个  $x$  方向应力分量  $S_x$  的连续条件, 这意味着  $x$  方向的正应力偏量  $S_x$  连续.

$$[S_0(\theta, t)]_{\Gamma_B} = 0 \quad (4.8)$$

对于不可压缩的理想塑性体, 由于  $S_x$  恒等于零, 这个条件自然满足. 对于可压缩的理想塑性体, 这个条件必须予以考虑. 我们已有

$$S_0(\theta, t) = a_{0s}, \quad \text{在 } A \text{ 区和 } B \text{ 区,}$$

在  $C$  区, 我们有

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{k_0^*}{2} r^2 [C_1(\varepsilon) + C_2(\varepsilon)\theta + C_3(\varepsilon)\cos 2\theta + C_4(\varepsilon)\sin 2\theta] \\ &\quad + \frac{k_0^*}{2} r^2 F_0^*(\theta) \\ \sigma_0(\theta, \varepsilon) &= k_0^* [C_1 + C_2\theta] + k_0^* A_1(0) \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

由方程(3.26)推得:

$$S_0(\theta, \varepsilon) - S_0(\theta, 0) = -\frac{4}{3} \varepsilon [\sigma_0(\theta, \varepsilon) - k_0^* A_1(0)], \quad (4.10)$$

在  $\Gamma_B$  处,  $\theta = \pi - \beta$ , 要求

$$[S_0(\pi - \beta, \varepsilon)]_{\Gamma_B} = 0$$

因此, 若  $\nu \approx 1/2, \varepsilon \approx 0$ , 必有

$$C_1(\varepsilon) + C_2(\varepsilon)(\pi - \beta) = 0 \quad (4.11)$$

将(4.7)式, 代入(4.11)式, 得:

$$1 + \frac{\sin 2\beta - 2\beta \cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)} = [1 + A_1(0)]\varepsilon \quad (4.12)$$

方程(4.12)确定了  $\beta$  与  $\varepsilon$  的关系.

$$\varepsilon = 0 \text{ 时, } \beta = \frac{3}{4} \pi,$$

随着  $\varepsilon$  的增加,  $\beta$  角减小, 中心扇形区扩大.

图 3 给出了依照方程(4.12)确定的  $\bar{\varepsilon}$  与  $\beta$  的关系. ( $\bar{\varepsilon} = [1 + A_1(0)]\varepsilon$ ). 从该图 3 不难看出当  $\beta = \pi/2$  时,  $\bar{\varepsilon}$  达到最大值  $\bar{\varepsilon}_{\max} = 1 + \pi/2$ ; 当  $\beta$  再增加时,  $\bar{\varepsilon}$  将减小, 这显然是不合理的. 一般说来  $A_1(0) \approx 1 + \pi$ .  $\bar{\varepsilon}_{\max} < 1$  这说明作用在新裂纹面  $O^*O$  上的正应力分量  $\sigma_0$  尚未释放完毕.

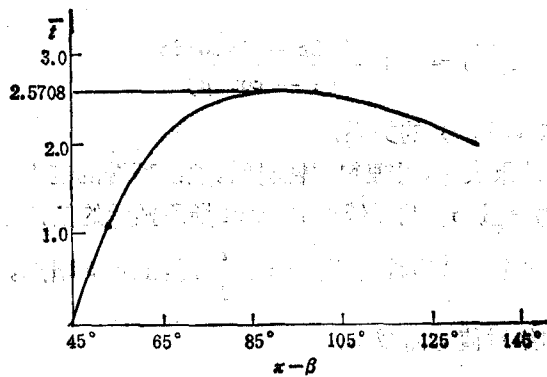


图 3

当  $\varepsilon > \varepsilon_m = \bar{\varepsilon}_{\max}/[1 + A_1(0)]$  时, 我们必需放弃  $\varepsilon$  方向法向应力偏量  $S_0(\theta, \varepsilon)$  恒等于  $\sigma_0$  的设想. 而代之以假定:

$$S_0(\theta, \varepsilon) = S_0(\varepsilon), \text{ 在 A 区和 B 区.}$$

令

$$k^* = \sqrt{k^2 - \frac{3}{4} S_*^2(t)} \quad (4.13)$$

此时应力函数  $\phi$  可表示为:

$$\phi = \begin{cases} \frac{k^*}{2} r^2 [A_1(t) + \cos 2\theta], & (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}), \\ \frac{k^*}{2} r^2 [A_1(t) - 2(\theta - \frac{\pi}{4})], & (\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi - \beta), \\ \frac{k^*}{2} r^2 [C_1 + C_2\theta + C_3 \cos 2\theta + C_4 \sin 2\theta] \\ \quad + \frac{k^*}{2} r^2 [A_1(0) + \cos 2\theta], & \pi - \beta \leq \theta \leq \pi, \end{cases} \quad (4.14)$$

利用  $\Gamma_B$  处的平面内应力分量全连续条件及边界条件(3.2), 不难推得:

$$C_1 = -[1 + A_1(0)] \left[ 1 - (1-t) \frac{k_0^*}{k^*} \right] - C_2\pi - C_3, \quad (4.15)$$

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \frac{2 \cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)}, & C_3 &= \frac{\cos 2\beta - 1 - \sin 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)}, \\ C_4 &= \frac{-\cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)}, \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

$$A_1(t) = A_1(0) + C_1 + C_2(\pi - \beta) + 2\left(\frac{3}{4}\pi - \beta\right),$$

其中  $k_0^*$  由公式(4.2)确定, 从公式(4.16)看出,  $C_2, C_3, C_4, A_1$  的公式与(4.7)完全相同.

$\Gamma_B$  处应力分量  $\sigma_r$  的连续条件导出:

$$[1 + A_1(0)]t = \frac{k^*}{k_0^*} \Gamma(\beta) + \left(1 - \frac{k^*}{k_0^*}\right) + \frac{3}{4sk_0^*} (S_*(t) - a_{0s}) \quad (4.17)$$

其中

$$\Gamma(\beta) = 1 + \frac{\sin 2\beta - 2\beta \cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)} \quad (4.18)$$

方程(4.17)给出了  $\beta$  与  $t, S_*(t)$  的关系.

文献[9]的有限元计算结果表明, 对理想塑性材料, 裂纹顶端的应力场与Prandtl场十分接近. 但是  $x$  方向的应力分量  $\sigma_x$  明显低于 Prandtl场所预示的值. 这意味着  $s_0 < 0$ .

我们设想  $a_{0s} < 0$ . 由方程(4.17)看出, 当  $\beta \leq \frac{\pi}{2}$  时, 随着  $\beta$  增加,  $\Gamma(\beta)$  将要减小

为了确保  $t$  增加,  $S_*(t)$  的绝对值必需减小.

当  $\beta = \frac{\pi}{4}$  时,  $t = t_0, \Gamma(\beta) = 2.0$ ; 我们有公式:

$$[1 + A_1(0)]t_0 = \left(1 + \frac{k^*(t_0)}{k_0^*}\right) + \frac{3}{4sk_0^*} (S_*(t_0) - a_{0s}) \quad (4.19)$$

依照公式(4.19)算得的  $t_0$ , 可能出现两种情况:

①  $t_0 \leq 1$ ,

②  $\varepsilon_0 > 1$ .

第二种情况表明, 释放过程在  $\beta = \beta_1 > \frac{\pi}{4}$  时已经完成, 也就是说中心扇形区不可能扩展到  $\theta = \frac{3}{4}\pi$  处.

第一种情况表明, 释放过程可能尚未完成, (当  $\varepsilon_0 = 1$  时, 释放过程刚好完成). 此时中心扇形区  $B$  发展到最大范围  $(\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3}{4}\pi)$ . 我们有:

$$C_2 = C_4 = 0, C_3 = -2.$$

在  $C$  区我们有:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0(\theta, \varepsilon) &= k^*[C_1 + A_1(0)] \\ S_0(\theta, \varepsilon) &= S_*(\varepsilon_0) \\ \phi(r, \theta) &= \frac{1}{2} k^* r^2 \{ [1 + A_1(0)](1 - \varepsilon_0) k_0^*/k^* + 1 - \cos 2\theta \} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

这时整个  $C$  区, 再次进入塑性状态, 成为二次塑性区.

进一步释放作用在新裂纹面上的作用力, 将不改变三个区域的应力偏量而只改变三个区域的平均应力.  $\beta$  角维持不变. 系数  $C_2, C_4, C_3, k^*$  及  $S_*$  均维持不变.

$$C_1 = 1 - A_1(0) + [1 + A_1(0)] \frac{k_0^*}{k^*(\varepsilon_0)} (1 - \varepsilon_0) \quad (4.21)$$

$$A_1(\varepsilon) = 1 + \pi + [1 + A_1(0)] \frac{k_0^*}{k^*(\varepsilon_0)} (1 - \varepsilon) \quad (4.22)$$

$C$  区的应力函数可表示为:

$$\phi = \frac{k^*(\varepsilon_0)}{2} r^2 \left\{ [1 + A_1(0)](1 - \varepsilon) \frac{k_0^*}{k^*(\varepsilon_0)} + 1 - \cos 2\theta \right\} \quad (4.23)$$

现在来考察在  $C$  区, 屈服约束条件是否得到满足. 先考察  $\varepsilon \leq \varepsilon_0$  时的情况, 将 (4.7) 代入 (4.4) 式, 得:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{k_0^*}{2} r^2 \left\{ A_1(0) + C_1 + \frac{2 \cos 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)} \theta - \frac{\sin 2(\theta + \beta)}{1 - \cos 2\beta} \right\} + O(r^3) \\ P_r &= \frac{k_0^* \sin 2(\theta + \beta)}{(1 - \cos 2\beta)} + O(r), \\ \tau_{r\theta} &= - \frac{k_0^* [\cos 2\beta - \cos 2(\theta + \beta)]}{(1 - \cos 2\beta)} + O(r), \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

由此等效剪切应力  $\tau_r$  为

$$\tau_r^2 = \frac{(k_0^*)^2}{(1 - \cos 2\beta)^2} [1 + \cos^2 2\beta - 2 \cos 2\beta \cos 2(\theta + \beta)] + \frac{3}{4} S_0^2 \quad (4.25)$$

不难证实, 只要  $\pi/4 \leq \beta \leq \frac{3}{4}\pi$ , 必有<sup>[8]</sup>:

$$0 \leq \frac{1 + \cos^2 2\beta - 2 \cos 2\beta \cos 2(\theta + \beta)}{(1 - \cos 2\beta)^2} \leq 1.$$

因此,

$$\tau_c^2 \leq (k_0^*)^2 + \frac{3}{4} S_0^2 \quad (4.26)$$

另外由(4.10)式得:

$$\begin{aligned} S_0(\theta, t) - a_{05} &= -\frac{4}{3} \varepsilon [C_1 + C_2 \theta] \\ &= -\frac{4}{3} \varepsilon k_0^* C_2 (\theta - \theta_2) \end{aligned} \quad (4.27)$$

式中  $\theta_2 = \pi - \beta$ ; 又有  $C_2 \leq 0$ . (当  $\frac{\pi}{4} \leq \beta \leq \frac{3}{4} \pi$ ) 所以

$$-a_{05} \geq -S_0(\theta, t)$$

显然  $S_0(\theta, t)$  随着  $\theta$  的增加而增加, 当  $\theta = \pi$  时达到最大值.

对于每个  $\beta$  值 ( $\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3}{4} \pi$ ).  $\tau_c^2$  将是  $\theta$  的函数, 屈服约束条件要求

$$\tau_c^2 \leq k^2, \quad \pi - \beta \leq \theta \leq \pi \quad (4.28)$$

对  $S_0(\theta, 0) = a_{05} = -\alpha k$  的典型情况进行了校核计算, 对于  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5$  三种情况 ( $\nu = 1/3$ ), 基于公式(4.25)、(4.27)、(4.7) 校核了弹性卸载区 C 区的剪切等效应力  $\tau_c$ , 证实了当  $\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3}{4} \pi$  时, 约束条件(4.28)得到了满足.

类似的可以证实  $t > t_m$  时, C 区的应力场满足屈服约束.

### 参 考 文 献

- [1] Rice, J. R., *Mathematical analysis in mechanics of fracture*, Fracture, Vol. II, Ed. H. Liebowitz, Academic Press, N. Y. (1968).
- [2] Cherepanov, G. P., *Mechanics of Brittle Fracture*, Nauka, Moscow (1974).
- [3] Слепьян, Л. И., *Механика Твер. Тела*, 9(1974), 57-67.
- [4] Rice, J. R., Drugan, W. J. and Sham, T. L., in *Fracture Mechanics*, ASTM STP, 700(1980), 189-219.
- [5] 高玉臣, *力学学报*, 1(1980), 48-56.
- [6] Drugan, W. J., Rice, J. R. and Sham, T. L., *J. Mech. Phys. Solids*, 30(1982), 6.
- [7] Gao, Y. C., in *Elastic-Plastic Fracture*, ASTM STP 803(1984), 176-190.
- [8] Wang, T. C., *Applied Mathematics and Mechanics*, 7, 11(1986), 1115-1124.
- [9] Barsoum, R. S., *Inter. J. Num. Meth. in Engrg.*, 11(1977), 85-98.



## ELASTIC-PLASTIC FIELDS NEAR CRACK TIP GROWING STEP-BY-STEP IN A COMPRESSIBLE-PERFECTLY PLASTIC SOLID

Wang Tzuchiang

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing*)

**Abstract** The elastic-plastic fields near the crack tip growing step-by-step in a compressible-perfectly plastic solid are analysed based on the fundamental equations for plane strain problem of perfectly plastic solid, and the asymptotic solutions for stress field near the crack tip are obtained. The solutions show both the evolution process of elastic unloading domain and predict the possibility of the secondary plastic domain. The classical central fan domain must be rectified and the stress deviatoric stress normal to the plane is no longer equal to zero with the effect of elastic compressibility being taken into account, and the uniform stress field in front of the crack tip and the rectified stress deviatoric stress near the central fan domain will change with the formation of new crack faces due to the changes of the stress deviatoric stress normal to the plane.

**Key words** compressible-perfectly plastic solid, crack growing step-by-step, elastic-plastic fields.