

# 轻负荷磁头气动力分析

傅仙罗 张红英

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

## THE ANALYSIS OF GASDYNAMIC FORCES OF LIGHTLY LOADED MAGNETIC HEAD

Fu Xianluo and Zhang Hongying

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080)

**Abstract** The modified Reynolds equation under slip-flow condition is solved in this paper, using finite difference method of differential discretization. The discretized tri-diagonal linear algebraic equations are solved with ADI method. This method can calculate the gasdynamic forces of the multiple-rail magnetic headslider of various geometric sizes and pitching angles, and is not confined by the big compressibility numbers. The results of calculation include the load carrying capacity, the centre of lift, the pressure distribution and immediately presented curved surface of pressure distribution.

**Key words** Reynolds equation, computational method.

**摘要** 本文采用微分离散有限差分法求解滑流条件下的修正雷诺方程。离散后的三对角线性代数方程组用 ADI 方法求解。本方法适用于任意几何形状、尺寸、姿态角的多轨窄式磁头滑块的气动力计算,并不受大压缩数的限制。计算结果包括即时给出的压强分布立体图。

**关键词** 雷诺方程,计算方法。

### 一、引言

浮动高度为亚微米级的窄式多轨轻负荷磁头的气动力计算,通常采用有限差分法<sup>[1,2]</sup>和有限元法<sup>[3,4]</sup>。从现有的资料看,有限差分法可计算的范围小(压缩数  $\Lambda < 2000$ ),不能满足实际设计工作的需要。改用有限元法计算,使适用范围扩大( $\Lambda$  可达 10000),国内

本文 1991 年 1 月 30 日收到。傅仙罗,副研究员,民盟中央科技委员会委员,从事气体润滑理论方面的研究工作。张红英,助理工程师,从事应用物理方面的研究工作。

某些设计单位先用有限差分法对磁头气动力作了计算,在压缩数为 500 左右便引起数值失稳,并指出有限差分法不适用于磁头气动力计算,须改用有限元法。考虑到有限差分法的优点,文献[5]和[6]采用有限差分法并摸索出一套计算方法,使压缩数在小于 5500 的范围内保持压强分布不失稳,给出了静态工作点、飞升曲线和加工误差等因素对气动特性的影响等计算结果,但其可计算的范围仍比国际上采用有限元法的计算范围小些。

从目前现有的资料看,窄轨式磁头滑块的气动力计算基本上已能满足设计的需要,但给出的程序缺乏通用性。也就是说,当滑块尺寸变化时,或磁头总体设计有改变时,往往需要对原来的源程序作很大的修改,甚至需要改变计算方法,才能适用新磁头的气动力计算。这样,便大大延长了磁头优化设计的周期。

本文的目的是希望能在充分利用有限差分法的优点的基础上,为轻负荷磁头设计单位编制出一个既能适用任意滑块尺寸、姿态角的窄式滑块的气动力计算,又可以不受压缩数大小限制的操作简便的通用计算程序。为此,我们采用有限差分数值方法求解滑流条件下的修正雷诺方程,数值计算中采用微分离散法,对润滑面导数间断部分和区域自动剖分问题作了新的数学处理,离散后得到的三对角线性代数方程组采用 ADI 方法求解,给出了亚微米级轻负荷磁头的气膜压强分布。采用该方法编制的磁头气动力分析通用程序可任意改变滑块的几何尺寸、姿态角,而无需修改源程序。该程序能适用很大的压缩数范围。为从理论上检验该程序可适用的范围,对  $\lambda = 68426$  (实际设计用的压缩数不需要这么大)作了计算,结果表明,压强分布曲面光滑,没有出现数值失稳的现象。该程序给出的计算结果非常直观,除打印出压强分布、压力、压力中心坐标值外,还绘制出压强分布立体图,从图上就可以判断出计算结果是否失稳。

## 二、计算公式

对于浮动高度为亚微米级的轻负荷磁头气动力计算,必须考虑分子平均自由程效应。因为此时磁头浮动高度很小, $Kn$  值已不是小的数值,连续介质假设已不再成立,滑流效应显著增大,这样,描述润滑特性的经典雷诺方程必须加以修正。

亚微米级厚度的气膜流场中,其压强分布可由下面的修正雷诺方程决定:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (ph^3 + 6\lambda_0 p_0 h^2) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (ph^3 + 6\lambda_0 p_0 h^2) \frac{\partial p}{\partial y} \right] \\ = 6\mu V_x \frac{\partial(ph)}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial(ph)}{\partial t}, \\ h(x, y, t) = h(x, y, 0) = h(x, y), \\ p(x, y, t)|_r = p_0. \end{cases} \quad (1)$$

其中, $p$  是气膜压强, $h$  是气膜厚度, $p_0$  为环境压强, $\lambda_0$  为一大气压下的空气分子平均自由程, $V_x$  为滑块轴承的来流速度, $\mu$  是空气的动力粘性系数。

此压强方程为不定常、非线性的二阶二维偏微分方程。

由于流动区域内压强变化十分剧烈,所以引进变数  $Z = ph$ ,使变化大的  $p$  变换为变化较缓慢的  $Z$ ,这样有助于解决由大压缩数引起的数值失稳问题以及由于润滑面间断

引起的承载能力不准确问题。

将方程(1)简化,并记为:

$$12\mu Z_t = F_x + G_y \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} F = hZZ_x - Z^2h_x + 6\lambda_a p_a(hZ_x - Zh_x) - 6\mu ZV_x, \\ G = hZZ_y - Z^2h_y + 6\lambda_a p_a(hZ_y - Zh_y) - 6\mu ZV_y, \end{cases}$$

为方便起见,上述方程中记  $Z_t, F_x, G_y$  为函数  $Z, F, G$  对  $t, x, y$  的偏导数;为对称起见,方程中引入  $V_x$ 。

将  $Z$  关于迭代用时间参数  $t$  作隐式展开

$$Z^{n+1} = Z^n + \frac{\Delta t}{2} (Z_t^{n+1} + Z_t^n) + o(\Delta t^2), \quad (3)$$

将(2)代入(3),经整理可得:

$$Z^{n+1} = Z^n + \frac{\Delta t}{24\mu} (F_x^n + G_y^n + F_x^{n+1} + G_y^{n+1}) + o(\Delta t^2), \quad (4)$$

对非线性项  $F_x^{n+1}, G_y^{n+1}$  关于时间参数局部线性化

$$\begin{cases} A = \left(\frac{\partial F}{\partial h}\right)^n, B = \left(\frac{\partial F}{\partial h_x}\right)^n, C = \left(\frac{\partial F}{\partial Z}\right)^n, D = \left(\frac{\partial F}{\partial Z_x}\right)^n, \\ I = \left(\frac{\partial G}{\partial h}\right)^n, J = \left(\frac{\partial G}{\partial h_y}\right)^n, K = \left(\frac{\partial G}{\partial Z}\right)^n, L = \left(\frac{\partial G}{\partial Z_y}\right)^n. \end{cases}$$

可得:

$$\begin{cases} F^{n+1} = A(h^{n+1} - h^n) + B(h_x^{n+1} - h_x^n) + F^n \\ \quad + C(Z^{n+1} - Z^n) + D(Z_x^{n+1} - Z_x^n) + o(\Delta t^2), \\ G^{n+1} = I(h^{n+1} - h^n) + J(h_y^{n+1} - h_y^n) + G^n \\ \quad + K(Z^{n+1} - Z^n) + L(Z_y^{n+1} - Z_y^n) + o(\Delta t^2). \end{cases} \quad (5)$$

将式(5)代入方程(4),得  $Z^{n+1}$  的线性方程为:

$$[1 - L_1(x)][1 - L_2(y)]\Delta Z^n = \Phi^n$$

### 三、计算方法

对线性方程

$$[1 - L_1(x)][1 - L_2(y)]\Delta Z^n = \Phi^n$$

引入中间变量  $\Delta Z^*$ , 即令

$$\Delta Z^* = [1 - L_2(y)]\Delta Z^n,$$

则有

$$[1 - L_1(x)]\Delta Z^* = \Phi^n.$$

将方程(1)中的边界条件作相应的变换和分解,可得:

$$\begin{cases} [1 - L_1(x)]\Delta Z^* = \Phi^n, \\ \Delta Z^*|_r = \Delta Z_r^*. \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} [1 - L_2(y)]\Delta Z^n = \Delta Z^*, \\ \Delta Z^n|_r = \Delta Z_r^n. \end{cases} \quad (7)$$

式(6),(7)分别是关于  $\Delta Z^*$  和  $\Delta Z^*$  的一维线性微分方程,用微分离散法的有限差分来近似  $Z$  和  $h$  的一阶、二阶导数,可得到三对角线性代数方程组:

$$A_{i,j}^* \bar{u}_{i-1,j} + B_{i,j}^* \bar{u}_{i,j} + C_{i,j}^* \bar{u}_{i+1,j} = \Phi_{i,j}^* \quad (8)$$

$$A_{i,j} u_{i-1,j} + B_{i,j} u_{i,j} + C_{i,j} u_{i+1,j} = \bar{u}_{i,j} \quad (9)$$

其中,

$$\bar{u}_{i,j} = \Delta Z_{i,j}^*, \quad u_{i,j} = \Delta Z_{i,j}; \quad i = 2, 3, \dots, N-1, \quad j = 2, 3, \dots, M-1.$$

我们采用 ADI 方法来求解,先从方程(8)中求出  $\Delta Z^*$ ,再代回方程(9)中求出  $\Delta Z^*$ ,然后从方程

$$Z^{n+1} = Z^n + \Delta Z^n \quad (10)$$

求出  $t_{n+1}$  时刻的压强场的离散值

$$p_{i,j}^{n+1} = Z_{i,j}^{n+1} / h_{i,j}^{n+1},$$

$$i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

方程(10)可采用迭代法求解。这样就存在着一个迭代初值的选择问题。在一系列飞行状态中,总可以找到某一状态,此种状态的压强分布是已知的或大致是已知的,以此为迭代初值,代入方程(10)中,反复迭代,直到最后两组计算结果小于某一给定的常数(小量)时,则最后一组结果即为所要计算的状态。本方法的优点在于以某一状态作为初值计算另一状态时,中间所需的过渡状态很少,甚至不需要过渡状态。这样可以大大节省计算时间。

计算中,由于采用了含有二阶导数的修正雷诺方程作为差分求解的基础,所以求解区域中各物理量应有连续的一阶导数。但对  $T-F$  滑块,气膜厚度的一阶导数存在间断。为解决这个问题,我们将陡变区域作合理的数学逼近处理,使逼近与真实值的相对误差为千分之一。

对  $T-F$  滑块的计算表明,这种逼近方法成功地解决了导数间断问题。

另外,本文所采用的差分方法与一般的中心差分方法不同,计算结果表明,这种差分形式有助于加强解的稳定性。

计算中,如果采用等步长作网格划分,则当压缩数稍大时,就会使解失稳。本文根据气膜参数的变化,设计了变步长网格自动划分程序。

单轨的承载能力和压力中心可由已求出的压强分布按下列公式计算:

$$W = 2 \iint_s (p - 1) ds,$$

$$\bar{X} = 2W^{-1} \iint_s (p - 1) x ds,$$

其中,  $s$  为单轨润滑面积的一半。

根据上述计算方法,我们编制了一个通用程序。该程序既能减少计算工作量,又可以保证精度和很好的稳定性,与文献[5],[6]介绍的方法比较,它更为直接、方便、节省机时,且具有明确的物理意义。该程序的应用范围广,可计算各种几何尺寸和不同工作状态下的磁头的静态特性,仅从理论研究而言,  $A$  值可计算到七万以上,若继续增加  $A$  值,则计算结果出现微小波动,直到  $A$  值为十万以后失稳。因此,该程序可移植到小间隙超高速动压气

浮轴承的气动力计算。

## 四、计算结果

### 1. 与文献[5],[6]比较

为了说明本计算方法的准确性,我们对文献[6]表 5 中给出的滑块用本计算方法进行计算。下表即  $T-F$  滑块参数及计算结果。

图 1 给出了表 1 所列参数的双轨式磁头压强分布的立体图。它有四个高压峰支撑着。由图可知,压强在滑块间断处有极大值,整个压强曲面可近似看成马鞍形。此图与文献[6]中的单轨半宽润滑面上的压强分布图是一致的。

由于本计算方法计算速度非常快,因此,非常容易地对文献[5],[6]中的滑块作了比较计算。比较表明,两者完全符合。

为了考核本程序的通用性,我们以表 1 所给的滑块为原型,对滑块加长、加宽,和大压缩数分别作了计算。结果表明,本程序有很广的应用范围。

表 1  $T-F$  滑块参数及计算结果

几何尺寸	滑块长度 $l$	0.4cm
	滑块单轨宽度 $b$	0.02cm
	滑块前缘处斜面长度 $l_1$	0.07cm
	滑块前缘处斜面高度 $\delta$	4 $\mu$ m
	滑块尾缘处气膜厚度 $h_0$	0.2 $\mu$ m
	盘面 $x$ 方向驱动速度 $V_x$	40m/s
气动参数	负荷 $W$	$0.17027 \times 10^6$ dyn
	压力中心 $\bar{x}$	0.20942cm
	压力中心 $\bar{y}$	0.01cm

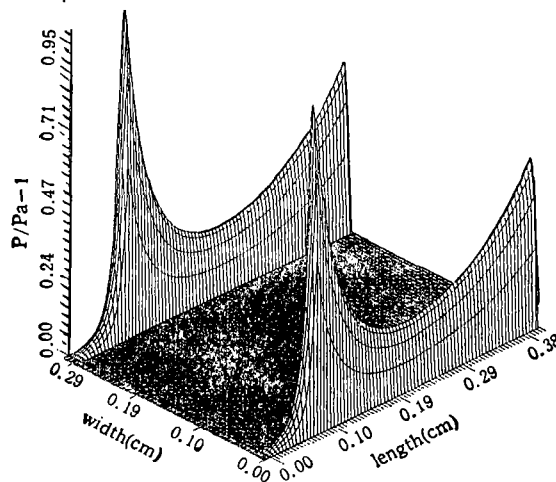


图 1 滑块原型的压强分布立体图

### 2. $T-F$ 滑块加长

滑块长度  $l$  从 0.4cm 逐步增加到 0.44cm, 其它几何参数与表 1 相同。计算结果如表 2 所示。

表 2 滑块加长后的计算结果

$l(\text{cm})$	0.4	0.4025	0.405	0.41	0.415	0.42	0.425	0.43	0.435	0.44
$W_c(\text{gr})$	1.743	1.735	1.728	1.713	1.699	1.686	1.674	1.661	1.649	1.639

从计算结果可以看出, 滑块长度在 10% 范围内逐步加长, 其负荷成线性平缓下降。

### 3. T-F 滑块加宽

滑块宽度  $b$  从 0.02cm 逐步增加到 0.022cm, 其它几何参数与表 1 相同。计算结果如表 3 所示。

表 3 滑块加宽后的计算结果

$b(\text{cm})$	0.02	0.0205	0.021	0.0215	0.022
$W_c(\text{gr})$	1.743	1.882	2.030	2.186	2.350

从表中可以看出, 滑块加宽使负荷较快地线性上升。

### 4. 大 $\Lambda(h_0 = 0.05\mu\text{m})$ 下的气膜压强分布

为了考核本程序能在多大的压缩数范围内具有通用性, 对压缩数  $\Lambda = 70,000$  作了计算, 如表 4 所示。

表 4 大压缩数下的计算结果

负荷 $W$	$0.62988 \times 10^4 \text{dyn}$
压力中心 $\bar{x}$	0.26417cm
压力中心 $\bar{y}$	0.01cm

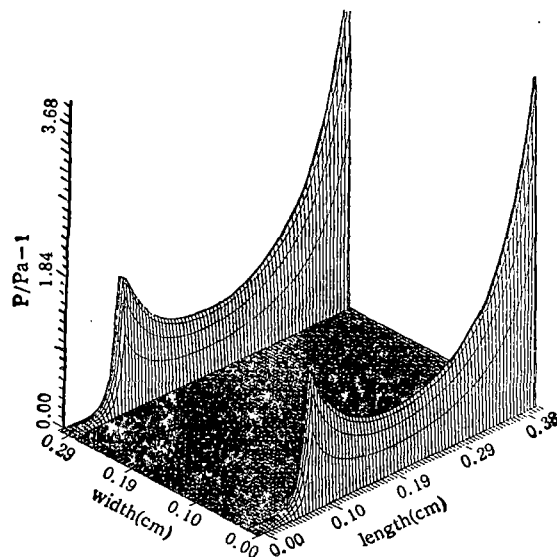


图 2 大压缩数下滑块的压强分布立体图

图 2 给出了其压强分布立体图。

可见,采用本程序计算磁头滑块气动力,具有计算速度快,计算结果准确的优点,并能对任意几何尺寸的多轨式滑块和在相当大的压缩数范围内,在无需修改源程序的前提下,迅速进行计算,操作方便,这为磁头滑块优化设计提供了一种极为方便的手段。

本工作得到方光旦、杨少波、陈韶光、孙征等同志的帮助,借此表示深切的谢意。

### 参 考 文 献

- [1] A. Sereny, V. Castelli, Numerical Solution of Reynolds Equation With Slip Boundary Conditions for Cases of Large Bearing Number ( $A > 300$ ) *Trans. ASME, Jour. Lub. Tech.*, 101: (1) (1979), 64—66.
- [2] K. Ono, K. Kogure and Y. Mitsuya, Dynamic Characteristics of Air-Lubricated Slider Bearings under Submicron Spacing Conditions *Bull. JSME*, 22: (173) (1979), 1673—1677.
- [3] Y. Mitsuya, Molecular Mean Free Path Effects in Gas Lubricated Slider Bearings *Bull. JSME*, 22: (167) (1979), 863—870.
- [4] Y. Mitsuya, R. Kaneko, Molecular Mean Free Path Effects in Gas Lubricated Slider Bearings *Bull. JSME*, 24: (187) (1981), 236—241.
- [5] 傅仙罗,王春海,浮动磁头气动力静态特性,计算机学报,8: (6)(1985).
- [6] 傅仙罗,王春海,轻负荷磁头的气动力特性,计算机学报,10: (5)(1987).