

自适应光学系统的数值模拟: 直接斜率控制法*

严海星 张德良 李树山
(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘 要 采用直接斜率控制法完整地实现了对自适应光学(AO)系统的数值模拟, 系统研究了带自适应光学校正的激光大气传输规律, 提出了对计算出的位相进行“剪接”的办法, 解决了残余位相方差与自适应光学的校正效果没有对应关系的问题。证明可以把快速傅里叶变换法(FFT)用于透镜成像的聚焦计算, 与积分法得到相同的结果。报道了对于一定的延迟时间, 当大气横向风速大于一个阈值时, 自适应光学补偿比完全相位补偿的效果还要好, 表明在一定的条件下自适应光学系统的校正能力并非越大越好。

关键词 自适应光学, 相位补偿, 数值模拟。

1 引 言

众所周知, 当光波穿过大气时, 大气湍流所造成的折射率的随机起伏, 会使光波的位相和振幅发生畸变, 使光束质量显著地变坏^[1-3]。自适应光学技术可以实时地测量并补偿畸变了的光学位相波前, 明显地改善在大气中传输的光波的品质, 因而在天文和激光传输方面得到了广泛的应用^[4, 5]。自适应光学系统由三部分组成: 波前探测, 波前复原和波前校正。进行波前探测使用最多的是 Hartmann-Shack 波前传感器(HS 传感器)^[6]。对于 HS 传感器, 通常采用直接斜率控制法和模式法实现波前复原^[6]。

实际的自适应光学系统由于有限的空间带宽、有限的时间带宽、以及噪声和采样误差的影响, 无法实现理想的相位校正。为了评估这些因素对实际系统性能的影响, 比较不同方案的效果, 研究自适应光学系统的性能和规律, 建立理论模型并在计算机上对自适应光学系统进行模拟计算, 显然经济得多、并较为简便。而且, 在计算机上还可以在理想条件下对系统进行研究。

从国外文献上看, 近几年来国外一些单位已对自适应光学系统的理论模拟作了不少工作^[7, 8]。但是, 对理论模拟的具体报道十分有限, 而且, 没有详细的算法和计算结果^[9]。

* 国家科委 863 高科技资助的项目。

收稿日期: 1996 年 6 月 19 日; 收到修改稿日期: 1996 年 9 月 16 日

2 理论模型

显然, 对自适应光学系统进行理论模拟是相当困难的, 工作量也很大。作为第一步, 先进行不包括系统的动态控制的静态模拟, 只是将校正位相经过一段时间延迟再传输出去, 并且暂不考虑噪声和测量误差的效应。理论模拟具体地是针对中国科学院光电技术研究所的 37 单元自适应光学系统进行的。

2.1 波前探测

在数值模拟中, 首先要将到达 HS 传感器的信标光波场分割成 37 个六边形的子孔径。然后对每个子孔径的波场 $u_1(x_0, y_0)$ 作聚焦计算, 得到焦平面 (即 HS 探测器) 上的光场分布

$$u_2(x, y) = \iint_{\lambda^2} \exp(jkr) u_1(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (1)$$

式中, \iint 表示对子孔径积分, λ 为光波的波长, $k = 2\pi/\lambda$, f 为子孔径聚焦的焦距, r 为焦平面上的点 (x, y) 与子孔径上的点 (x_0, y_0) 间的距离。进而算出其光心位置

$$x_c = \iint x |u_2(x, y)|^2 dx dy / \iint |u_2(x, y)|^2 dx dy \quad (2)$$

$$y_c = \iint y |u_2(x, y)|^2 dx dy / \iint |u_2(x, y)|^2 dx dy \quad (3)$$

式中 \iint 表示在焦平面上的积分。波前倾斜量 (相位斜率) G_x 和 G_y 分别定义为信标光波前在 x 方向和 y 方向的偏导数在该子孔径上的平均 (把该子孔径的在真空中传输的波场聚焦后的光心位置取为零), 它们的量纲为 cm^{-1} 。如果用振幅和位相表示波场 $u_1(x_0, y_0)$, 即, $u_1(x_0, y_0) = A(x_0, y_0) \exp[j\psi(x_0, y_0)]$, 可以得到^[9]

$$G_x = \iint \frac{\partial \psi}{\partial x_0} A^2 dx_0 dy_0 / \iint A^2 dx_0 dy_0 = 2\pi x_c / f \lambda \quad (4)$$

$$G_y = \iint \frac{\partial \psi}{\partial y_0} A^2 dx_0 dy_0 / \iint A^2 dx_0 dy_0 = 2\pi y_c / f \lambda \quad (5)$$

在实际的自适应光学系统中, 大气湍流引起的动态波前偏差中的总倾斜量由一块高速倾斜镜校正。在数值模拟中也相应地把 x 方向和 y 方向的总倾斜量 θ 和 θ_y 分离出来, 直接送入倾斜镜。减去总倾斜量后的各个子孔径的平均斜率, 组合成斜率矩阵 G 。

2.2 波前复原

波前复原就是求出控制矩阵, 此控制矩阵乘以 G , 便得到变形镜驱动器的驱动量矩阵 V 。由于篇幅所限, 本文只涉及直接斜率控制法。

下面推导直接斜率控制法的控制矩阵。变形镜的面形, 即校正波前可表达为

$$\psi_m(x, y) = \sum_{j=1}^t V_j R_j(x, y) \quad (6)$$

式中, t 为变形镜的驱动器的总数, V_j 为第 j 个驱动器的驱动量, $R_j(x, y)$ 为第 j 个驱动器的影响函数。驱动器的影响函数是指当其它驱动器的驱动量为零而该驱动器的驱动量为一个单位时变形镜的面形。为了简单, 本文对所有驱动器采用了相同的高斯型影响函数

$$R_j(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \exp\{\ln b[(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2]/d^2\} \quad (7)$$

式中, b 为驱动器间的耦合率, x_j 和 y_j 为第 j 个驱动器的坐标, d 为相邻驱动器的间距。这是一个很好的近似。在计算中也可以采用任何其它形式的驱动器的影响函数, 乃至对不同驱动器采用不同的影响函数。

将此校正波前在 x 方向和 y 方向微分后再在各子孔径上取平均, 可得

$$G_{xi} = \sum_{j=1}^4 G_{vxij} V_j \quad (8)$$

$$G_{yi} = \sum_{j=1}^4 G_{vyij} V_j \quad (9)$$

其中

$$G_{vxij} = \frac{1}{s_i} \iint_{s_i} \frac{\partial R_j(x, y)}{\partial x} dx dy \quad (10)$$

$$G_{vyij} = \frac{1}{s_i} \iint_{s_i} \frac{\partial R_j(x, y)}{\partial y} dx dy \quad (11)$$

\iint_{s_i} 为在第 i 个子孔径上的积分, s_i 为第 i 个子孔径的面积。 G_{vxij} 和 G_{vyij} 可以理解为第 j 个驱动器的驱动量为一个单位时的校正波前在第 i 个子孔径上所产生的在 x 方向和 y 方向的平均斜率。其矩阵形式为

$$G = G_v V \quad (12)$$

目的是由斜率矩阵 G 求解出各驱动器的驱动量 V , (12) 式是一个过约束方程, 用最小二乘法求解上式, 可得

$$V = G_v^+ G \quad (13)$$

其中 G_v^+ 是 G_v 的广义逆矩阵, 可以通过奇异值分解法求出。 G_v^+ 就是所要求的控制矩阵。

2.3 波前校正

实际的自适应光学系统中, 波前校正元件是高速倾斜镜和变形镜。倾斜镜用来补偿畸变波前中的总倾斜量, 变形镜用来补偿高阶像差。总的校正波前为

$$\psi_c = \psi_{tilt} + \psi_m = \theta_x x + \theta_y y + \sum_{j=1}^4 V_j R_j(x, y) \quad (14)$$

3 数值计算

对自适应光学系统的模拟计算包括对波前相位补偿的迭代计算, 即在第一次得出校正波前后, 对信标光波前与校正波前之差(即剩余波前)再次进行探测、复原、校正, 对剩余波前畸变作再修正, 反复进行直到得到最佳效果为止。最后的总校正量为各次的校正量之和。

为了研究带自适应光学相位补偿的激光大气传输规律, 把自适应光学的模拟计算程序与湍流大气中激光传输模拟计算程序连接起来。激光束在大气湍流中传输的模拟计算是在已有工作的基础上进行的^[10]。计算中的关键是将大气湍流引起的折射率随机变化的效应恰当地体现在激光的光波波前上, 采用了多相屏法来达到这一目的^[10~12]。本文的计算程序用 FORTRAN 语言编写, 在 486 微机上完成计算。在计算中具体地采用了 von Kaman 谱来描述湍流, 即

$$\Phi_n(k_x, k_y) = 0.033 C_n^2 (k_0^2 + k_x^2 + k_y^2)^{-11/6} \quad (15)$$

式中 $k_0 = 2\pi/L_0$, L_0 为湍流的外尺度, C_n^2 为表征大气湍流强度的折射率结构常数。大气的相干长度 r_0 与 C_n^2 的关系为: $r_0 = (C_n^2)^{-3/5}$ 。

当自适应光学系统存在时间延迟时, 补偿后的光波在传播路径上通过的介质与信标光所通过的介质相比已经发生了变化。被普遍接受的泰勒(Taylor)假设认为: 在湍流冻结时间内, 湍流本身没有发生改变, 传播路径上介质的变化只是由垂直于光波传播方向的横向风使湍流介质平移所引起的。所以在实际模拟计算的时候, 可以在一个大的范围内(如 512×512 个网格点)产生与湍流介质对应的相屏, 而光束在较小的范围内(如 128×128 个网格点)进行传输。信标光通过后, 使湍流介质在横向移动一段距离, 被自适应光学补偿的激光束再通过湍流介质。

在大气光学中常常用 Strehl 比(以下简称为 S 比)来作为评价光束大气传输效果的品质参数。对于本文的模拟计算所采用的圆环光束, 采用了三种 S 比: STRA 为靶面上最亮点的光强与真空传输时所得到的爱里(Airy)斑中心光强之比; STRB 为以靶面上最亮点为圆心, 真空传输得到的爱里斑第一暗环尺寸为直径的圆内光强积分与爱里斑主瓣内光强积分之比; STRC 只是将 STRB 中的圆心移到靶面上的光心。在评价大气湍流中激光传输的效果时, 常常要对湍流的多次实现的结果作平均。为与实验观测相一致, 采用了长时间曝光 S 比作为平均计算结果, 即把多次湍流实现所得的靶面上的光强分布迭加在一起, 然后对总平均光强的分布求出最亮点、光心的位置和最亮点环围能量、光心环围能量的大小, 进而求出 S 比。

4 结果和讨论

图 1 是经湍流较强时的大气传输后模拟计算出的一幅随机波前。当湍流较强时, 波前位相出现了“间断”。图 2 是自适应光学系统采用直接斜率控制法一次迭代算出的校正波前。对这两幅波前的比较, 难以看出两幅波前的相似性。校正位相的传输效果列于表 1, 从中可以看出初始的位相方差较大, 经自适应光学校正后的位相方差更大, 并且, 位相方差随迭代次数的改变与由 S 比表示的校正效果没有对应关系。当湍流较弱时, 没有这种情况。分析表明, 这些不规则的情况是由于数值计算中求相位时需要正反三角函数求主值, 相位值总限制在 $-\pi$ 到 π 之间造成的。作者提出了对初始的畸变位相进行“剪接”以消除 2π 不确定性。经“剪接”后的同一幅初始波前示于图 3, 可以看到波前位相间断被消除了, 并且与图 2 所示的校正后的波前位相大体相似。这种条件下的校正位相的传输计算结果也列于表 1。前面提到的不规则现象全部被消除了。对于不同次的湍流实现和不同的湍流强度, 经“剪接”的初始位相都有同样的效果。

比较图 2 与图 3 可以看到, 校正位相与初始的畸变位相具有大致相同的大尺度结构, 而初始波前上的小尺度范围内的精细变化没有反映在校正波前上。这一方面表明自适应光学系统对大气湍流引起的动态波前偏差具有校正能力, 另一方面又表明这种校正能力有限, 它不能校正动态波前偏差中的小尺度变化。这也表明把自适应光学系统看作是一高通滤波器是有一定道理的。

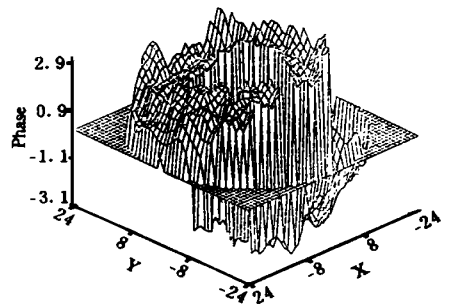


Fig 1 A disturbed wavefront phase after propagating a laser beam in turbulent atmosphere (without “phase cutting”). Computational conditions are same with those in Table 1

Table 1. Computational results with AO phase compensation of many times iteration

Computational conditions:

$\lambda = 632.8 \text{ nm}$, propagation distance is 340 m , focussed beam: $r_0 = 50 \text{ mm}$ ($C_n^2 = 2.78 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$); 10 phase screens; grid points of propagation are 128×128 , grid points of phase screen are 512×512 ; seeds of random number: $\text{IX} = 691709053$, $\text{IY} = 610149156$; $\text{V} = 0$; 1 time turbulence realization. AO system: 37 units system; $b = 0.15$, $d = 100/\sqrt{37} \text{ mm}$; computing focussing by means of FFT with 32×32 grid points

computational condition	phase is limited within $(-\pi, \pi)$					after "phase cutting"						
	STRAS	STRBS	STRCS	variance of phase	x-tilt	y-tilt	STRAS	STRBS	STRCS	variance of phase	x-tilt	y-tilt
0(open-loop)	.475	.505	.469	4.7568	0.0000	0.0000	.475	.505	.469	2.0776	0.0000	0.0000
1	.747	.775	.772	4.8937	-0.4419	0.3229	.747	.775	.772	0.55655	-0.4419	0.3229
2	.799	.810	.810	5.2581	-0.7272	0.2697	.799	.810	.810	0.46953	-0.7272	0.2697
3	.807	.811	.813	5.4267	-0.9624	0.1936	.807	.811	.813	0.35431	-0.9624	0.1936
4	.812	.814	.815	5.4437	-1.1354	0.1353	.812	.814	.815	0.29745	-1.1354	0.1353
5	.812	.813	.816	5.4341	-1.2662	0.09219	.812	.813	.816	0.26522	-1.2662	0.09219
6	.806	.812	.815	5.5034	-1.3642	0.06051	.806	.812	.815	0.24862	-1.3642	0.06051
7	.811	.815	.815	5.4999	-1.4378	0.03732	.811	.815	.815	0.24006	-1.4378	0.03722
8	.817	.814	.814	5.4735	-1.4930	0.02031	.817	.814	.814	0.23591	-1.4930	0.02031
9	.820	.814	.814	5.4757	-1.5345	0.00786	.820	.814	.814	0.23406	-1.5345	0.00786
10	.821	.814	.814	5.4707	-1.5657	0.00126	.821	.814	.814	0.23338	-1.5657	0.00126

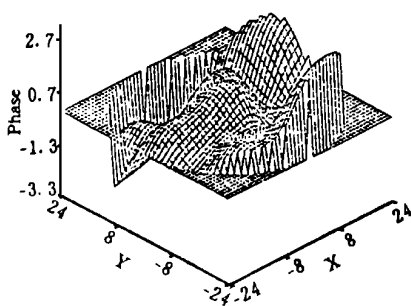


Fig. 2 Corrected wavefront phase of Fig. 1 after phase compensation of AO system. (1 time iteration)

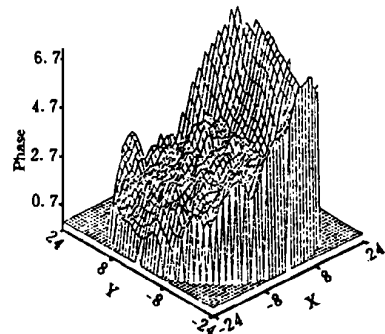


Fig. 3 Wavefront phase of Fig. 1 (after "phase cutting")

由表 1 还可以看出迭代次数对传输结果的影响, 为了得到最佳的校正效果, 需要进行迭代计算; 需要的迭代次数与大气湍流的强度有关, 对于较弱的湍流, 一般只需要 1~2 次迭代, 而对于较强的湍流, 需要 4~5 次迭代。

表 2 是在相同大气湍流强度下对不同的相屏(对应于不同的湍流实现)所造成的波前偏差进行计算的平均结果。对开环和闭环的计算结果表明, 当平均次数达到一定程度后, 平均传

输结果就基本稳定下来。在计算中所给的条件 ($r_0 = 50 \text{ mm}$, 相当于较强的湍流), 一般说来, 平均次数为 40~50 次, 就能得到比较稳定的平均结果。

Table 2 Averaged computational results of many times turbulence realization and comparison of results of computing focussing by means of FFT to those by means of the integration method Computational conditions: 4 times iteration; others are same with those in Table 1

computational condition	open-loop			computing focussing by means of FFT (32 × 32 grid points)			computing focussing by means of the integration method		
	STRA	STRB	STRC	STRA	STRB	STRC	STRA	STRB	STRC
times number of averaging									
1	. 293	. 410	. 338	. 810	. 819	. 819	. 810	. 818	. 819
2	. 327	. 424	. 406	. 812	. 827	. 827	. 812	. 828	. 828
3	. 224	. 314	. 311	. 820	. 835	. 836	. 820	. 835	. 836
4	. 171	. 304	. 268	. 786	. 826	. 826	. 787	. 826	. 826
5	. 137	. 259	. 236	. 785	. 828	. 828	. 785	. 828	. 828
6	. 137	. 291	. 278	. 794	. 836	. 836	. 794	. 837	. 837
7	. 134	. 294	. 269	. 791	. 837	. 837	. 791	. 837	. 837
8	. 124	. 280	. 265	. 803	. 842	. 842	. 803	. 842	. 842
9	. 114	. 257	. 265	. 810	. 844	. 844	. 810	. 844	. 844
10	. 107	. 242	. 236	. 812	. 844	. 844	. 812	. 845	. 845
20	. 0884	. 221	. 221	. 807	. 840	. 840	. 808	. 840	. 840
30	. 0905	. 233	. 237	. 801	. 839	. 839	. 801	. 839	. 839
40	. 0830	. 235	. 233	. 792	. 834	. 834	. 792	. 834	. 834
50	. 0852	. 243	. 245	. 791	. 834	. 834	. 791	. 834	. 834

在对各子孔径作聚焦计算时, 一种方法是直接用数值积分对(1)式进行计算, 称之为积分法计算, 它可以对各种实际的系统条件进行; 另一种方法是人为地加大聚焦的焦距 f 和减小探测面的横向尺寸, 再对旁轴近似下的光波传输方程作快速傅里叶变换计算。表 2 中也列出了波前探测中用积分法和用快速傅里叶变换法进行聚焦计算的结果。可以看出, 两者收敛于几乎相同的值。而实际计算中, 快速傅里叶变换法所花的时间只约为积分法所花时间的二十分之一。

表 3 是考虑时间延迟为 4.5 ms 的自适应光学系统补偿后的光波经大气传输后的计算结果, 表中还列出了完全相位补偿以及无补偿(开环)时的计算结果。从表中可以看出, 当风速比较小时, 完全相位补偿后的光波的大气传输结果最好, 而无补偿的结果最差。当风速增大到一个阈值后(在表中所给的 $r_0 = 50 \text{ mm}$ 的条件下, 横向风速 $V > 2 \text{ m/s}$), 经自适应光学系统补偿后的光波的传输结果变得比完全相位补偿的光波的传输结果好。随着风速的进一步增大, 完全相位补偿的光波的传输结果甚至变得比无补偿的还差。当风速再增大时, 经自适应光学系统补偿的光波的传输结果也变得比无补偿的差。

自适应光学系统补偿的光波比完全相位补偿的光波的传输结果好的阈值风速与系统延迟

时间以及大气湍流强度有关。在相同的湍流强度下,系统的延迟时间越短,阈值风速越大,而系统的延迟时间一定时,湍流强度越大,阈值风速越小。

Table 3 Comparison of computational results of laser propagation with AO phase compensation to those with complete phase compensation and those of open-loop when considering time delay

Computational conditions: average of 50 times turbulence realization; delay time is 4.5 ms; 4 times iteration; others are same with those in Table 1

wind speed (m/s)	with complete phase compensation			with AO phase compensation			open-loop		
	STRA	STRB	STRC	STRA	STRB	STRC	STRA	STRB	STRC
0	.972	.978	.978	.792	.835	.835	.0852	.243	.245
2	.570	.673	.673	.552	.666	.667	.0895	.241	.253
4	.259	.412	.412	.269	.442	.443	.0950	.240	.254
6	.149	.290	.294	.162	.316	.322	.0918	.241	.252
8	.107	.240	.241	.119	.263	.226	.0881	.216	.246
10	.0843	.217	.208	.0945	.241	.232	.0879	.233	.252
13	.0683	.185	.182	.0769	.204	.204	.0862	.248	.250

从表3中还可以看出,开环时光波的传输结果几乎与横向风速无关,表明开环时多组平均的光波的传输结果只与大气湍流强度有关。

由此可以得出如下结论:当系统的延迟时间一定时,对大气中的横向风速比较大的场合,自适应光学系统的校正能力并不是越大越好。为了提高自适应光学系统的补偿效果,在提高变形镜的校正能力的同时,还必须尽量缩短系统的延迟时间。

作者对于与中国科学院光电技术研究所姜文汉教授的多次有益的讨论,表示深切的谢意。

参 考 文 献

- [1] . . 塔塔尔斯基, 湍流大气中波的传播理论 北京, 科学出版社, 1978
- [2] J. W. Strohbehn (ed), *Laser Beam Propagation in the Atmosphere*, Berlin, Springer-Verlag, 1978
- [3] 宋正方, 应用大气光学基础 北京, 气象出版社, 1990
- [4] R. K. Tyson, *Principles of Adaptive Optics*, New York, Academic Press, 1991
- [5] 姜文汉, 严佩英, 李明全等, 自适应光学实时大气湍流补偿实验 光学学报, 1990, 10(6) 558~ 564
- [6] Wenhan Jiang, Huagui Li, Hartmann-Shack wavefront sensing and wavefront control algorithm. *Proc SPIE*, 1990, 1271 82~ 93
- [7] P. B. Ulrich, L. E. Wilson (ed), Propagation of High-Energy Laser Beams through the Earth's Atmosphere *Proc SPIE*, 1990, 1221
- [8] P. B. Ulrich, L. E. Wilson (ed), Propagation of High-Energy Laser Beams through the Earth's Atmosphere II *Proc SPIE*, 1991, 1408
- [9] R. V. Digumathi, N. G. Metha, R. M. Blankinship, Effects of a realistic adaptive optics system on the atmospheric propagation of a high energy laser beam. *Proc SPIE*, 1990, 1221 157~ 165
- [10] 严海星, 李树山, 孙原隆, 大气湍流中激光传输的理论模拟计算 中国激光, 1992, 19(12) 936
- [11] J. A. Fleck, Jr., J. R. Morris, M. D. Feit, Time-dependent propagation of high energy laser beams

through the atmosphere *Appl Phys*, 1976, **10**(2) 129~ 160

[12] J. M. Martin, S. M. Flatte, Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media *Appl Opt*, 1988, **27**(11) 2111~ 2126

Numerical Simulation of an Adaptive Optics System: Direct Wavefront Gradient Control Method

Yan Haixing Zhang Deliang Li Shushan

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

(Received 19 June 1996; revised 16 September 1996)

Abstract By using the direct wavefront gradient control method, numerical simulation of all parts of an adaptive optics (AO) system is carried out. We present "phase cutting" of the calculated phase to solve the problem that variance of the calculated residual wavefront is not corresponding to the correction effect of AO system. The computational results in imaging of lenses by means of the fast Fourier transform (FFT) method agree excellently with those by means of integration method. It is found for the first time that for a constant delay time of an AO system, the compensation effect of the AO system is better than that of complete phase compensation when the velocity of lateral wind exceeds a threshold. It is shown that a better compensation capability of an AO system does not mean a better correction effect.

Key words adaptive optics, phase compensation, numerical simulation.