重要性抽样法在管节点疲劳可靠性分析中的应用[1)]

丁克勤　　柳春图
(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要　提出了用重要性抽样的Monte Carlo 模拟法计算管节点的疲劳失效概率, 并与直接抽样的Monte Carlo 法进行了比较, 结果表明: 用重要性抽样法计算可大幅度地提高计算效率

关键词　重要性抽样法, 蒙特卡洛模拟, 疲劳失效概率, 管节点, 疲劳裂纹扩展

引　言

近海采油平台是一种特大型焊接结构, 它的工作环境是很复杂的, 其一旦发生事故, 损失将十分巨大, 因此许多国家都十分重视对于近海采油平台结构疲劳寿命的研究 但是由于疲劳寿命的估算与多种不确定因素有关, 如材料性能参数的分散性, 初始裂纹尺寸的随机性等, 特别对于海洋平台结构来说, 要受到多种瞬变载荷(如风载、波载) 的作用, 这就使得这种不确定性更为突出; 另外, 由于人们认识的局限性, 对载荷计算、结构分析以及局部应力的计算等, 都很难作到十分准确 这些不确定性的存在、使得由断裂力学分析得到的疲劳裂纹扩展特性以及描述它的断裂力学参数, 都显示出很大的分散性

自80年代起, 国外一些学者开始将概率统计的思想与方法引入断裂力学, 形成了"概率断裂力学", 并将其应用于工程实践中[1~3], 国内在这方面也进行了不少工作[4~7]. 这种方法的主要特点是将具有不确定性的参量看作是随机变量, 并采用计算机模拟随机现象的技术(即Monte Carlo 法), 根据计算需要, 产生出这些参量的随机样本, 并由此计算出一批寿命, 通过对寿命的样本进行统计推断, 得到疲劳寿命的分布及有关的统计值 但利用上述这种Monte Carlo 法进行疲劳可靠性分析时, 通常需要模拟次数很大, 而且要花费大量的机时, 因此效率比较低 于是, 本文提出利用重要性抽样的Monte Carlo 法对海洋平台管节点进行疲劳可靠性分析, 可大大提高计算效率

1　重要性抽样法

重要性抽样法是一种降低方差的抽样方法 其基本思想是: 尽量多抽取对失效概率积分值贡献大的样点, 从而克服对整个积分区间均匀抽样的缺点 具体办法是找 i 个位于失效区附近的重要性函数 $g_i(\cdot)$ 代替原来 i 个随机变量的分布函数 $f_i(\cdot)$. 显然, 用偏于危险的所谓重要性函数代替原来的分布函数, 必然使失效概率值增大, 因此采用如下办法进行修正:

---

1) 中国科学院"八五"重大项目资助课题
1995-03-24收到第一稿, 1995-06-19收到修改稿。

当对应于 m 个随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 的第 j 组数值 $X_{1j}^*, X_{2j}^*, \cdots, X_{mj}^*$ 代入极限状态方程 $G(X_1, X_1, \cdots, X_m)$ 中当 $G(X_{ij}^*) \leq 0$ 按 Monte Carlo 法计算规则算作一次失效 采用重要性抽样则算作 $[f_1(X_{1j}^*) f_2(X_{2j}^*) \cdots f_m(X_{mj}^*)] / [g_1(X_{1j}^*) g_2(X_{2j}^*) \cdots g_m(X_{mj}^*)]$ 次失效

重要性抽样能否奏效, 关键在于选择合适的重要性函数, 要使重要性函数与原分布函数的相似比值, 即 $\prod_{i=1}^{m} \frac{f_i(X_{ij}^*)}{g_i(X_{ij}^*)}$ 对于不同的 X_{ij}^* 值来说波动小, 同时要使重要性函数大部分位于失效区, 目前看来, 难以确定何种分布函数适合作为重要性函数 文献[8]提出在设计点附近均匀分布函数作为重要性函数 文献[9]提出, 将 $f_i(\cdot)$ 沿偏于危险方向平移至设计点, 也就是说, 均值点平移至设计点后的 $f_i(\cdot)$ 作为重要性函数 $g_i(\cdot)$. 因此, 目前至少有如下可供参考的看法: 重要性函数的形式与原分布函数一样, 仅将原分布函数向偏危险方向平移一个距离 显然, 平移量过大, 模拟过程中失效事件将增多, 总模拟次数可大大减小, 但是往往相似比值分散大, 失效概率方差增大, 计算误差增大 相反, 总模拟次数较大, 体现不了重要性抽样法的优点 鉴于此, 本文采用文献[10]提出的一种直接搜索法, 求最佳平移量, 来确定重要性函数

1) 将各分布函数沿危险方向平移一个起始平移量 d_0 作为重要性函数, $d_0 = (0.5 \sim 1) \times S.D.$ ($S.D$ 为标准差), 再用重要性抽样法进行模拟计算 3 000～5 000 次 并计算如下目标函数值 F_0

$$F_0 = C_{ov} \prod_{i=1}^{m} \frac{f_i(X_{ij}^*)}{g_i(X_{ij}^*)}$$

此式表示 k 个失效点对应的 m 个随机变量原分布函数与重要性函数相似比值乘积的变异系数

2) 选定作为搜索步长的平移量 d 的改变量 Δd, Δd 大致在 $(0.1 \sim 0.05) \times S.D$ 范围 将各原分布函数平移 $d_0 + \Delta d$ 距离后作为重要性函数, 进行模拟计算 3000～5000 次, 并计算目标函数值

3) 只要能使 F_0 值减小, 就重复 (1), (2), 直至满足下列收敛条件为止

$$\left| \frac{F_i(d_i) - F_i(d_i \pm \Delta d)}{F_i(d_i)} \right| < 0.1 \sim 0.2$$

若满足收敛条件, 对应的平移量 d_i 即为最佳平移量

2 可靠性分析方法

1) 由于海浪的发生与浪高均为随机过程, 故海浪载荷可视为随机载荷, 其概率密度函数目前用威布尔(Weibull)分布函数表示

$$f(\Delta\sigma) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}(\Delta\sigma)} \left\{ \exp\left[- \left(\frac{\Delta\sigma}{\lambda} \right)^{\nu} \right] \right\} \tag{1}$$

式中 $\lambda = \Delta\sigma_m / (\ln N_T)^{1/\nu}$, λ, ν 分别为威布尔分布函数的参数 根据美国石油学会(API)标准 RP2A 中的规定, $\nu = 0.69$ $\Delta\sigma_m$ 为应力幅值, N_T 为在规定服役年限 T_s 内的循环次数 按 API 标准, 平均海浪频率 $f_0 = 0.25$Hz, T_s 为20年, 则

$$N_T = f_0 \cdot T_s = 1.58 \times 10^8 \text{ 次}$$

2) 采用当量等应力幅值概念, 即将随机变化的变幅应力折算为等应力幅值, 并按下式计

算当量应力幅值 $\Delta\sigma_{eq}$

$$\Delta\sigma_{eq}=\left[\int^{\infty} f(\Delta\sigma)(\Delta\sigma)^m \mathrm{d}\Delta\sigma\right]^{1/m} \tag{2}$$

将(1)式代入(2)式, 经计算得到

$$B\,\Delta\sigma_{eq}=\frac{B\,(\Delta\sigma_m)}{(\ln N_T)^{1/v}}\sqrt[m]{\Gamma\left(1+\frac{m}{v}\right)} \tag{3}$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 代表伽玛函数; m 为 S-N 曲线中由实验确定的常数; $\Delta\sigma_m$, v 同前; B 为计算由海洋等数据估算疲劳应力过程中一些不确定因素的参量

目前, 通常采用断裂力学途径评定管节点的疲劳裂纹扩展寿命的安全性的 根据 Paris 公式

$$\mathrm{d}a/\mathrm{d}N=c(\Delta k)^m,\qquad \Delta k=Y\cdot\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \tag{4}$$

由(3), (4)并积分得

$$N_f=\frac{a_c^{1-m/2}-a_0^{1-m/2}}{CY^mB^m(\Delta\sigma_m)^m(\ln N_T)^{-m/v}\Gamma(1+m/v)\pi^{m/2}(1-m/2)} \tag{5}$$

由此便可计算 N_f, 然后依据 N_f/N_T 比值大小评定疲劳安全性或对结构强度设计进行疲劳校核

3　算　例

为了检验文中提出方法的可行性、有效性, 本文以(5)式为概率断裂力学失效模型, 用重要性抽样的Monte Carlo 法对管节点的疲劳失效概率进行了计算, 并和直接抽样的Monte Carlo 法的精确解进行了比较 具体实施过程如下:

1) 概率断裂力学失效模型为

$$\frac{a_c^{1-m/2}-a_0^{1-m/2}}{CY^mB^m(\Delta\sigma_m)^m(\ln N_T)^{-m/v}\Gamma(1+m/v)\pi^{m/2}(1-m/2)}>N_T$$

则其疲劳失效概率为 $p_f=p(N_f,N_T)$

2) 输入数据

随机变量:

C:　对数正态分布,　$\mu=-25.87$, $Cov=0.7$

Y:　正态分布,　$\mu=2.0$, $Cov=0.5$

B:　正态分布,　$\mu=0.7$, $Cov=0.5$

a_0:　正态分布[11],　$\mu=0.1$, $Cov=0.288$

其它确定量:

$m=3$, $v=0.69$, $N_T=1.58\times10^8$次, $\Delta\sigma_m=550$ MPa

3) 计算结果及结论

①将 C, Y, B, a_0 视为随机变量, 利用直接Monte Carlo 法[12]对管节点的失效概率进行计算, 模拟1万次, 失效概率为 $p_f=0.169\times10^{-2}$.

②同样, 将 C, Y, B, a_0 作为随机变量, 利用直接搜索法求得最佳平移量为0.7σ(σ为随机变量的标准差), 从而确定了重要性函数, 再利用重要性抽样的Monte Carlo 法计算管节点的失

效概率, 模拟1000次, 失效概率为 $p_f = 0.163 \times 10^{-2}$.

③利用重要性抽样的Monte Carlo 法计算失效概率, 和直接的Monte Carlo 法相比较, 模拟次数大大减少了, 而且误差仅为3.6%, 从而表明重要性抽样的Monte Carlo 法是可行的

参 考 文 献

1 Lidiard AB. Probabilistic Fracture Mechanics, in Fracture Mechanics ed. by R. A. Smite, 1979

2 Knat M, Engesvik, Torgeir Moan. Probabilistic analysis of the uncertainty in the fatigue capacity of welded joints. *Eng. Frac. Mech*, 1983, 18(4)

3 Madson HO, Skjong R, Kirkemo F. Probabilistic fatigue analysis of offshore structure-reliability updating Through Inspection Results, IOS'87. Glassgow, U. K. September, 1987. 28～29

4 吴敬梓, 刘建新, 陈新增. 疲劳裂纹扩展的概率断裂力学分析. 第五届全国断裂学术会议论文集, 1988

5 张延宏, 柳春图, 梅红. 管节点疲劳寿命估算的统计分析方法. 海洋工程, 1990, 8(4)

6 余建星, 于洪洁等. 半潜式海洋平台结构的疲劳失效概率计算研究. 海洋工程, 1994, 12(2)

7 梅红, 柳春图. 用统计方法估算疲劳寿命的参数敏感性分析. 强度与环境, 1991, (4): 10～16

8 Shinozuka M. Basic analysis of structural safety. *J. Stru. Eng. Asce*}, 1983, 109: 721～741

9 Harbitz A. Efficient and accurate probability of failure calculation by use of the importance sampling technique. Proc. I-CASP4(ed. by G. Augusti et al.) Italy, 1983

10 Hooke R, Jeeves R. Direct research solution of numbrical and statistical problems. *Journal Association of Computational Mechanics*}, 1966, 8: 212～229

11 Bokaland T, Karlsen A. Control of fatigue failure in ship hulls by ultrasonic inspection. *Norwegian Maritime Research*, 1982, 10(1)

12 Rubinstein RY. Simulation and Monte Carlo Method. John Wiley 8c Sons, New York, 1981

THE APPLICATION OF IMPORTANT SAMPLING METHOD IN TUBULAR JOINT FATIGUE RELIABILITY ANALYSIS

Ding Keqin Liu Chuntu

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080, *China*)

Abstract The paper calculates the fatigue failure probability by using Monte carlo simulation method of important sampling, and compares with the direct Monte carlo method. The results show: the important sampling method can greatly imporve calculation's efficiency.

Key words important sampling method, Monte carlo simulatiion, fatigue failure probability, tubular joint, fatigue crack growth