

# 离心式通风机蜗壳中的声场计算

中国科学院力学研究所 姜俊成 何龙德

**【摘要】** 本文发展了用分离变量法求解离心通风机蜗壳中非定常流动的方法，给出了基本方程。得出了可应用于风机蜗壳声学优化设计的一些结论。

**叙词:** 离心式通风机 蜗壳 声场计算

## 一、前言

蜗壳是离心式通风机的重要部件，正确设计蜗壳可以提高通风机的效率降低整机噪声。围绕着风机蜗壳的气动设计问题，过去的分析工作主要在两个方面。一方面是蜗壳中定常流动的计算，从而使流场更为合理。另一方面是在声学经验基础上对蜗壳作一些结构上的处理，来减少风机的噪声水平<sup>[1]</sup>。大家共同的经验是风机蜗壳对某些确定的频率噪声存在共鸣现象。而这种共鸣现象对风机的全机噪声有重要影响。本文就是从空气动力学的基本方程出发，通过求解非定常空气动力学方程确定蜗壳的响应特性。过去普遍采用时间推进的办法求解非定常气动方程。这种办法计算量很大，得到的结果对分析工程实际问题也不太直观。为了满足风机噪声分析的需要，把分离变量法<sup>[2]</sup>扩展到非定常空气动力学计算中来，使计算量减少很多，得到的结果也很直观。

## 二、基本方程

### 1. 非定常全位势方程

出发方程是 Euler 方程，包括连续方程和动量方程。因为在建立压力和流体密度变化关系时使用了等熵关系，因此不需要使用能量方程。

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (1-2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (1-3)$$

使用无旋条件  $\partial v / \partial x = \partial u / \partial y$ ，并设  $u = \partial \Phi / \partial x$ ， $v = \partial \Phi / \partial y$ ，这里的  $\Phi$  是非定常全位势函数。其它符号是空气动力学中常用的符号不一一说明了。由动量方程可以导出下面的关系：

$$dP = -\rho d\left[\Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2)\right] \quad (2)$$

使用等熵关系  $dP/d\rho = a^2$ ，得到

$$d\rho = -\frac{\rho}{a^2} d\left[\Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2)\right] \quad (3)$$

1994年10月4日收到 北京市 100080

其中  $a$  是声速。这样可以得到密度的偏导数的表式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\rho}{a^2} \frac{\partial}{\partial t} [\Phi_t + \frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2)] \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{\rho}{a^2} \frac{\partial}{\partial x} [\Phi_t + \frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2)] \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = -\frac{\rho}{a^2} \frac{\partial}{\partial y} [\Phi_t + \frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2)] \quad (3-3)$$

再把这些密度的偏导数代入连续方程得到非定常二维全位势方程

$$(a^2 - \Phi_x^2) \Phi_{xx} + (a^2 - \Phi_y^2) \Phi_{yy} - 2\Phi_x \Phi_y \Phi_{xy} - 2(\Phi_x \Phi_{xx} + \Phi_y \Phi_{yy}) - \Phi_{tt} = 0 \quad (4)$$

### 2. 非定常位势的分离变量方程

为了使用分离变量法, 还要把纯非定常位势分离出来。为此设

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi$$

其中  $\Phi_0$  是定常位势,  $\Phi$  是纯非定常位势。由非定常伯努力方程  $\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + \frac{a^2}{\gamma-1} = \text{const}$  得到

$$a^2 = a_0^2 - (\gamma-1)(\Phi_t + \Phi_x \Phi_{0x} + \Phi_y \Phi_{0y}) = 0$$

把这两个关系式代入(4)式, 去掉定常项和非定常二次以上的乘积项得到

$$\begin{aligned} & (a_0^2 - u_0^2) \Phi_{xx} + (a_0^2 - v_0^2) \Phi_{yy} - 2u_0 v_0 \Phi_{xy} \\ & - [2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x}) + (\gamma-1)u_0 (\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y})] \Phi_x - [2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y}) + (\gamma-1)v_0 (\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y})] \Phi_y - (\gamma-1)(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y}) \Phi_t - 2(u_0 \Phi_{0x} + v_0 \Phi_{0y}) - \Phi_{tt} = 0 \end{aligned} \quad (5A)$$

此外在求解蜗壳内的定常流动时, 本文使用的是不可压流动的方程。( $\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0$ ) 的关系在全流场成立。因此方程(5A)化成

$$\begin{aligned} & (a_0^2 - u_0^2) \Phi_{xx} + (a_0^2 - v_0^2) \Phi_{yy} - 2u_0 v_0 \Phi_{xy} \\ & - 2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x}) \Phi_x - 2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y}) \Phi_y - 2(u_0 \Phi_{0x} + v_0 \Phi_{0y}) - \Phi_{tt} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{设 } \Phi &= \Phi_c \cos[\omega t + \psi(x, y)] \\ &= \Phi_c \cos \psi \cos \omega t - \Phi_c \sin \psi \sin \omega t \end{aligned}$$

$$\text{设 } \Phi_A = \Phi_c \cos \psi \quad \Phi_B = -\Phi_c \sin \psi$$

$$\Phi = \Phi_A \cos \omega t + \Phi_B \sin \omega t \quad (6)$$

$$\Phi_c = \sqrt{\Phi_A^2 + \Phi_B^2} \quad (6-1)$$

$$\psi = -\text{tg}^{-1}(\frac{\Phi_B}{\Phi_A}) \quad (6-2)$$

把(6)式代入方程(5)乘以  $\cos \omega t$  作积分  $t=0 \sim 2\pi/\omega$  得到

$$\begin{aligned} & (a_0^2 - u_0^2) \Phi_{Axx} - 2u_0 v_0 \Phi_{Axy} + (a_0^2 - v_0^2) \Phi_{Ayy} \\ & - 2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x}) \Phi_{Ax} - 2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y}) \Phi_{Ay} - 2\omega(u_0 \Phi_{Bx} + v_0 \Phi_{By}) + \omega^2 \Phi_A = 0 \end{aligned} \quad (5-1)$$

同样再乘以  $\sin \omega t$  作积分  $t=0 \sim 2\pi/\omega$  得到

$$\begin{aligned} & (a_0^2 - u_0^2) \Phi_{Bxx} - 2u_0 v_0 \Phi_{Bxy} + (a_0^2 - v_0^2) \Phi_{Byy} \\ & - 2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x}) \Phi_{Bx} - 2(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y}) \Phi_{By} + 2\omega(u_0 \Phi_{Ax} + v_0 \Phi_{Ay}) + \omega^2 \Phi_B = 0 \end{aligned} \quad (5-2)$$

方程(5-1)和(5-2)是分离变量以后的方程。 $\Phi_A$  和  $\Phi_B$  是空间坐标的函数, 不包括时

间变量。当 $\varphi_A$ 和 $\varphi_B$ 求得之后代回到(6)就可以得到全求解空间的非定常过程。代入(6-1)和(6-2)就可以得到幅值和相位的全貌。

### 三、蜗壳中的非定常流动求解

为了求解方程(5-1)和(5-2),把它转换到贴体的非正交曲线坐标系,使用不等距中心差分格式求解。其中 $u_0, v_0, a_0$ 由定常解提供,在解方程(5-1)和(5-2)时这些量都是已知的。其边界条件如下:

#### 1. 固壁条件

在蜗壳的固壁上使用不穿透条件,也就是固壁的法向速度为零。定义壁面和 $x$ 轴夹角为 $\theta$ ,这样有下面关系

$$-\frac{\partial \varphi_A}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial \varphi_A}{\partial y} \cos \theta = 0 \quad (6-3)$$

$$-\frac{\partial \varphi_B}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial \varphi_B}{\partial y} \cos \theta = 0 \quad (6-4)$$

#### 2. 叶轮出口处的条件

叶轮出口是蜗壳中波动的强迫波动源,它是沿叶轮旋转方向推进的波。由 $dP = -\rho d(\varphi_x + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2))$ 可以导出在叶轮出口处

$$\varphi_A = -\frac{P_0}{\rho \omega} \sin(Z\theta_1) \quad (6-5)$$

$$\varphi_B = -\frac{P_0}{\rho \omega} \cos(Z\theta_1) \quad (6-6)$$

其中 $\theta_1$ 是边界点到叶轮中心的向径和 $y$ 轴之间的夹角,逆时针为正。 $P_0$ 是叶轮出口总压波动的幅值,它由叶轮出口条件给出。为了比较蜗壳的响应特性,指定其噪声水平为140dB。

#### 3. 出口边界条件

由于出口波动在同种介质中继续向前传

播,所以出口处幅值和相位由内点外延得到。

使用限制条件和方程(6-1)与(6-2)可以获得蜗壳中的非定常流场。

### 四、计算结果和说明

把一个试验中噪声比较大的蜗壳和相应参数条件作为输入数据进行计算。结果表明气流发生了共振,也就是通常所说的共鸣。图1是共鸣情况下其幅值和相位分布情况。在靠近固壁的一定区域内有很大的波动幅值。我们又把叶片数作了调整,得到了不共鸣情况的结果。其幅值和相位分布情况如图2所示。比较这两种情况下的幅值和相位分布图,可以看出它们有很大的区别。首先其幅值的量级有很大差别,另外图案也不相同。

在共鸣情况下,靠近壁面的一个区域有大的波动幅值,对称的一侧幅值不太大。不共鸣情况下,从叶轮出口向外其波动逐渐衰减。共鸣情况下等相位线接近周向延伸,不共鸣情况下等相位线在径向延伸。

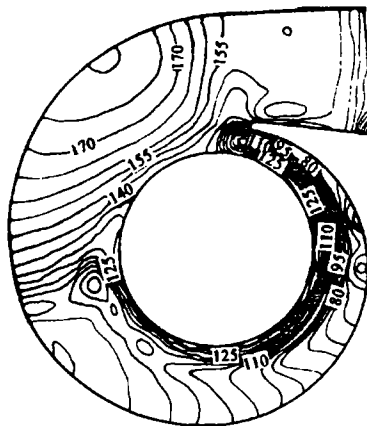


图 1a 共鸣情况下幅值分布

这里需要对等相位线作一点说明。在叶轮出口的圆周上是减少的,每过一个叶片位置减少 $2\pi$ 。在作图时对数据作化整处理,所有值都除以 $-\pi/2$ ,这样每跨过一个叶片增加4。等相位线在物理上有两个意义。其一它

表示  $t=0$  时刻的相位。其二从  $\varphi = \varphi_c \cos(\omega t + \psi)$  的关系中可以看到等相位线是波推进过程中的波面线。因此在共鸣情况下波是大约在径向推进的。而不共鸣时是在大约圆周方向推进的。

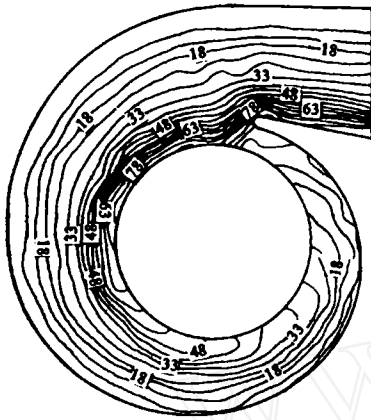


图 1b 共鸣情况下相位分布

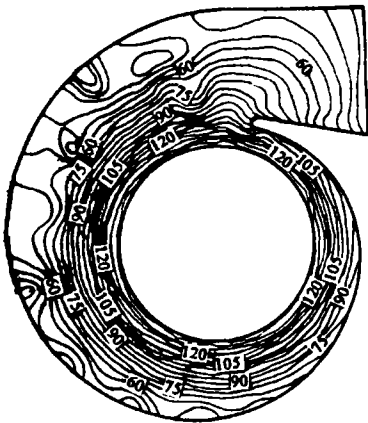


图 2a 不共鸣情况下幅值分布

的蜗壳进行声学上的比较,避免共鸣现象发生,可在低噪声风机设计中参考借鉴。具有广泛的应用前景。

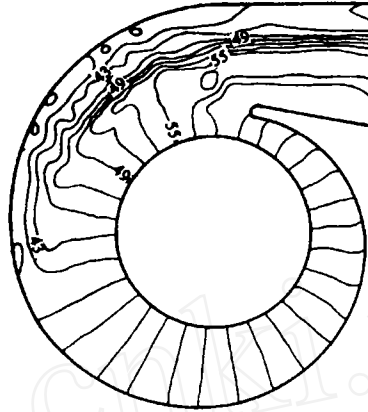


图 2b 不共鸣情况下相位分布

3. 从计算结果中可以看到蜗壳中的声场是相当复杂的,具体什么情况共鸣或不共鸣只有通过计算或试验才能确定。

4. 本文只对一个试验中噪声大的蜗壳作了计算比较。本方法还需要更多的计算和试验对比验证。

5. 应该说明的是在应用本文的方法进行非定常计算之前,还必须作定常计算。因为非定常方程的系数都是定常流参数。而定常流计算是比较容易的,这里不再多述。本文提供的计算方法优于普通的声学方程的计算结果,因为在方程中包括了诸定常流参数的影响。

最后,我们对在计算机绘图上给予帮助的彭世铤同志表示感谢。

## 五、几点结论

1. 用分离变量法去求解非定常空气动力学方程可以得到风机蜗壳中的非定常流场(声场)。此方法计算量小,便于在工程实际中应用。

2. 应用本文提供的方法可以对不同选型

## 参考文献

- 1 W. Noise Review of Noise redweton for Centrifugal FANS Plant Eng V34 N5 Mar 6 1980 P228-230.
- 2 吉洪诺夫,萨马尔斯基. 数学物理方程. 人民教育出版社,1961.
- 3 Rozinov. L. A Way of reducing noise in Centrifugal Fans sov Eng Res V7N5 May 1987 P46-47