

风沙二相流运动特点的分析*

刘大有 董 飞

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

贺大良

(中国科学院兰州沙漠研究所, 兰州 730000)

提 要 本文以平坦沙漠上定常、充分发展的风沙二相流为例分析了颗粒的跃移运动, 在这种运动中颗粒吸收气流的机械能和水平动量向下输送, 并在落地时传递给床面。

本文还用拟流体观点分析了固相运动的特点: 在床面上有较大的滑移速度, 有较大的垂向速度脉动, 但垂向的平均速度却为零, 等等。并指出, 这种速度脉动既不属于热运动, 又不是湍流脉动, 它是一种新形式的无规则运动, 是颗粒跃移运动在连续介质模型中的反映, 对风沙流的结构和流场中的细致平衡有很大影响。

最后讨论了这种新型脉动产生的剪应力, 给出了这种应力的近似本构式。这种应力有一个重要特征: 非梯度型, 即不能由当地的固相速度梯度完全决定。

关键词 风沙流 跃移运动 速度脉动 拟流体 连续介质模型 风沙流结构

1 引言

当气流在沙地上吹过、挟带部分沙粒一起运动时, 这种运动就称为风沙二相流。

由于沙漠在世界陆地面积中占有相当大比例, 而且每年还在继续扩大, 侵吞良田, 因此, 从防止土地的沙漠化, 并进而改造沙漠来看, 研究风沙运动规律十分重要。近年来在我国新疆的塔克拉玛干大沙漠发现大片油田, 更为风沙物理学的研究带来新的动力。

风沙物理学的研究包括宏观和细观两方面。宏观方面的研究包括单宽输沙率, 输沙率沿高度的分布等。在细观方面拍摄了许多颗粒跃移运动的照片并进行了统计分析^[1-4], 分析了颗粒起跳的机理等。长期以来, 宏观研究和细观研究这两方面的工作基本上是独立进行的, 似乎联系不多。利用细观研究方面取得的成果去合理地解释已观察到的宏观规律, 这方面的工作还不多见, 邹学勇等最近发表的论文^[5]是这方面一个很有意义的工作。在目前, 输沙率等研究基本上仍是经验性的。

二相流体动力学能将输沙率等宏观研究与颗粒跃移规律的细观研究联系起来。近一、二十年来二相流体动力学的迅速发展, 为深入研究风沙运动创造了条件。

研究大量颗粒的运动, 只能采用连续介质力学方法, 通过二相流方程求解, 困难在于对方程中许多物理量(如应力, 相间力等)的本构式, 目前知之仍甚少。关于单个颗粒跃移运动规律的研究是建立各种本构关系的基础, 但并不能由此直接得到本构关系。二相流的研究内容中就包括了研究作为拟流体的固相性质与单颗粒性质之间的联系等^[6]。

又如, 颗粒的跃移运动是风沙运动的最主要形式, 但当采用连续介质力学观点研究颗

* 本课题得到国家自然科学基金资助。
来稿日期: 1994—02; 收到修改稿日期: 1995—11。

粒群运动时如何体现这种跃移运动, 长期以来一直没有解决。作为拟流体的固相, 当流动充分发展时, 在床面上的垂向分速平均值为零 (大于零意味着吹蚀, 小于零意味着堆积), 所以平均运动不能反映颗粒的跃移运动。在连续介质模型中, 颗粒跃移只能反映为某种形式的无规则运动。长期以来, 人们只知道有两种无规则运动形式: 分子热运动和湍流脉动。显然, 颗粒的跃移运动不属于热运动 (颗粒的 Brown 运动则属于热运动, 但对于沙粒来说, 此运动非常弱, 例如, 对于一个直径 0.01mm 的沙粒, 其 Brown 运动速度约为 $3\mu\text{m/s}$ 。所以跃移运动不是热运动), 因此, 很多人把它视为固相的湍流运动。但是, 说它是湍流脉动也有许多逻辑上的困难: 颗粒的湍流运动是由流体带动的, 在床面上气相的湍流脉动为零, 何以能产生如此强烈的颗粒湍流运动呢, 而且越接近床面越强烈? 目前工程计算中采用的所有的湍流数学模型在这里都将失效。

上述矛盾起源于“只有两种无规则运动形式”的论断。这一论断是从单相流研究中得出的, 说它也适用于二相流的根据并不充足。事实上, 二相流中至少存在三种或四种形式的无规则运动, 反映颗粒跃移运动的正是一种被称为 PL 脉动^①的新的无规则运动, 在性质上它同分子热运动和湍流脉动都有很大差异^[6,7]。

本文将研究颗粒跃移运动的特点, 以及它在连续介质模型中的表现形式, 重点研究 PL 脉动产生的剪应力和它的本构关系式。

2 平坦沙地上定常、充分发展的风沙流

为简单起见本文研究一种最简单的风沙运动: 在一定风力作用下, 平坦沙地上的定常、充分发展的运动, 并假设所有颗粒都是直径为 d 、质量为 m 的球形颗粒。

设直角坐标 xyz , x 方向与气流方向一致, z 方向是从床面算起垂直向上的方向, y 为侧向, 使 x 、 y 、 z 构成右手系。设 \mathbf{v}_j 为某颗粒 j 的速度矢, 它在 x 、 y 和 z 方向的三个分量分别为 u_j 、 v_j 和 w_j 。 δV 是空间某点 (x, y, z) 附近的一个微团, 微团中共有 N 个颗粒, 其中 N_A 个垂向速度分量 w_j 为正 (这些颗粒在以下简称为向上颗粒), N_B 个 w_j 为负 (以下简称为向下颗粒)。 n 为 δV 中的颗粒的数密度, 其中 n_A 为向上颗粒的数密度, n_B 为向下颗粒的数密度。 $\bar{\mathbf{v}}_p$ (具有分量 \bar{u}_p 、 \bar{v}_p 和 \bar{w}_p) 为这 N 个颗粒的平均速度矢, $\bar{\mathbf{v}}_A$ (具有分量 \bar{u}_A 、 \bar{v}_A 和 \bar{w}_A) 为 N_A 个向上颗粒的平均速度矢, $\bar{\mathbf{v}}_B$ (具有分量 \bar{u}_B 、 \bar{v}_B 和 \bar{w}_B) 为 N_B 个向下颗粒的平均速度矢。以上定义的各量在数学上可表示为:

$$N = N_A + N_B, \quad \frac{N}{\delta V} \equiv n = n_A + n_B \quad (2-1)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_A \equiv \frac{1}{N_A} \sum_{j=1}^{N_A} \mathbf{v}_j, \quad \bar{\mathbf{v}}_B \equiv \frac{1}{N_B} \sum_{j=1}^{N_B} \mathbf{v}_j \quad (2-2)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_p = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{v}_j = \frac{n_A \bar{\mathbf{v}}_A + n_B \bar{\mathbf{v}}_B}{n_A + n_B} \quad (2-3)$$

由于假设运动是定常的, 因此各统计量 (包括气相参数) 不随时间而变; 由于运动是充分发展的, 因此各统计量沿流向 x 不变; 根据对称性分析, 各统计量沿侧向 y 不变, 即

^① 在我们过去的论著中曾称之为“准层流脉动”, 似乎不很达意, 目前也未找到适当的名词, 暂以“PL 类脉动”命名之, 相应的应力称为“PL 类应力”。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad (\phi = n, n_A, n_B, \bar{v}_p, \bar{v}_A, \bar{v}_B \text{ 和 } v_g \text{ 等}) \quad (2-4)$$

其中 v_g (具有分量 u_g, v_g 和 w_g) 为气相速度。在我们现在研究的最简单的流动中, 所有统计量都只是坐标 z 的函数。

根据对称性分析,

$$\bar{v}_p = \bar{v}_A = \bar{v}_B = 0, \quad v_g = 0 \quad (2-5)$$

在充分发展的流动中, 由于单位时间内从地面起跳和降落到地面的颗粒数相等, 又由于地面是不透气的, 所以在 $z=0$ 处有

$$n\bar{w}_p = n_A\bar{w}_A + n_B\bar{w}_B = 0, \quad w_g = 0 \quad (2-6)$$

事实上, 根据每一相的连续性方程可以证明, 上式对于流场中各点均成立。

从单个颗粒分析, 每个颗粒 (例如颗粒 j) 的速度仍是空间和时间的函数。

$$v_j = v_j(t, x, y, z) \quad (2-7)$$

3 跃移运动颗粒的水平动量和机械能的收支分析及其自上而下的传递过程

根据风洞试验的高速摄影照片, 在床面以外发生颗粒与颗粒碰撞的机会很少, 故可忽略。此外, 为简明起见, 在下面的分析中, 关于气体和颗粒间的作用力只保留阻力 (又称拖曳力) 部分, 忽略其它各力。

下面考察一颗粒 j 的某一次跃移运动的轨迹。设 v_{jA0} 是颗粒 j 从床面起跳时的速度, u_{jA0}, v_{jA0} 和 w_{jA0} 是它的三个分量。起跳后在重力和空气阻力的作用下, 垂向分速 w , 逐渐减小, 达到最高点时 $w_j = 0$ 。然后在重力作用下向下加速, 同时也受到空气阻力, 直至到达地面, 此时该颗粒的速度为 v_{jB0} , 三个分量分别为 u_{jB0}, v_{jB0} 和 w_{jB0} 。

若完全忽略空气阻力, 则 $w_{jB0} = -w_{jA0}$; 一般情况下, $-w_{jB0} < w_{jA0}$ 。

在垂向分速由 w_{jA0} 变到 0, 又由 0 变到 w_{jB0} 的过程中, 颗粒在气流带动下水平方向不断加速^①, 因此, 一般说来, 颗粒的机械能在跃移过程中不断增加, 落地时的水平动量和动能大于起跳时的水平动量和动能。

颗粒以较大速度降落到床面、与床面碰撞后, 该颗粒可能再次起跳, 也可能激起床面上的一个或几个颗粒, 也可能因能量不足或其它原因 (如撞击点的位置特殊, 使机械能损失过大等) 而没有颗粒跃起。但对于一个定常的、充分发展的风沙流, 对 L 个作跃移运动的颗粒取平均 (L 很大), 则每个落地的颗粒平均激起一个颗粒 (它自身或其它颗粒)。

颗粒在每次跃移运动中从气流获得水平动量和机械能, 但在落地时, 在与床面碰撞过程中水平动量和机械能都有损失。每次跃移从气流获得的能量依赖于风力大小和起跳时的速度 u_{jA0}, w_{jA0} 等, 具有一定的随机性, 落地时与床面碰撞损失的能量也有一定的随机性, 但在定常、充分发展的风沙流中, 从统计意义上说, 颗粒每次跃移从气流获得的水平动量和机械能等于它与床面碰撞时损失的水平动量和机械能。

^① 严格说来, 在刚起跳不久和即将落地前——即在离床面很近处, 因当地的气流速度很小, 小于颗粒水平速度, 因此, 在这两个很短的时间内, 颗粒水平方向是减速的。

由此可见, 颗粒的跃移运动起了这样一种作用: 将较高处的气流动能和水平动量传递到床面, 最后在床面上部分机械能耗散为热, 单位时间传给床面的水平动量就是作用于床面上的固相剪应力。

在以上分析中忽略了床面外的颗粒-颗粒碰撞和阻力以外的其它形式的气-固间作用力。事实上, 床面外的颗粒-颗粒碰撞和其它形式的气-固间作用力并不影响以上分析的主要结论。

即使对于非定常的 (即 $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$) 或正在发展中的 (即 $\frac{\partial}{\partial x} \neq 0$) 风沙流, 本节的主要结论也近似成立, 因为在通常情况下, 非定常流动的特征时间远大于颗粒一次弹跳过程的平均持续时间, 正在发展中的流动的特征长度也远大于颗粒一次弹跳平均前进的距离。

4 作为拟流体研究的固相的运动特点及其对气相运动的影响

风沙流中有大量的颗粒在运动, 人们不可能、也无必要逐一研究每个颗粒的运动, 正像我们研究气体运动时不会跟踪每个分子一样。研究大量沙粒的运动, 最简便的方法是引入连续介质假设, 把离散的颗粒群视为一种拟流体。这种流体同样满足连续介质的运动方程组, 本文不再重复。在此, 我们要强调指出固相拟流体运动区别于气体、液体运动的一系列特点。

(1) 在固壁 (床面) 附近有较大的滑移速度

在通常条件下, 流体 (气体和液体) 运动时, 在固壁附近流体没有相对于固壁的运动 (无滑移)。仅当气体比较稀薄时, 在固壁附近才会出现与当地速度梯度和分子平均自由程成正比的滑移速度, 这与把通常条件下的气体视为连续介质并无矛盾。

对于风沙流中的固相拟流体, 在床面附近常有较大的水平分速度 (滑移速度) \bar{u}_{p0} 。

(2) 在床面附近固相拟流体有很强的垂向速度脉动

由第3节分析可知, 风沙流中的各颗粒都在作跃移运动, 不停地上下跳动。当作连续介质处理时, 固相的垂向平均速度 $\bar{w}_{p0} = 0$ (参见式 (2-6)), 各颗粒的上下强烈跳动在连续介质模型中反映为介质的某种无规则运动。下面分析一下这种无规则运动属于哪一类。

作层流运动的气体或液体, 它们除分子热运动外没有任何其它形式的无规则运动; 当它们作湍流运动时, 流场中各点虽有较强的湍流脉动 (脉动速度一般来说都比当地平均速度小得多), 但在固壁上, 湍流脉动速度 (切向的和法向的) 为零。而固相拟流体在床面附近却有很强的垂向速度脉动, 虽然它的垂向平均速度为零。离壁面越近, 这种无规则运动的强度越强。从这两点看, 这种无规则运动不是湍流性质的 (关于这一点, 下面还有论述), 但又不属于热运动。这是单相流中不存在的、一种新形式的无规则运动——PL 类脉动。

PL 类脉动起源于颗粒-颗粒碰撞和颗粒-壁面碰撞, 在许多气-固二相流中都存在, 但在风沙运动和气流输送流动中, 这类脉动尤为重要^①。反过来, 通过风沙二相流研究这类无规则运动的规律也就最为有利。

(3) 关于水平动量沿垂向的输运和气相水平速度分布

^① 颗粒物料在加料漏斗中运动时, 相邻近的许多颗粒除了具有共同的向下运动速度外, 各颗粒还有相对于此平均运动的无规则运动, 它与本文所说的 PL 类脉动同属一类。

对于定常的、充分发展的、均匀表面上方数十米高度内的大气运动,不论它是清洁空气、还是风沙二相流,根据动量守恒原理,水平剪应力都应沿高度不变^[8],即

$$\frac{\partial \tau_{\text{tot}}}{\partial z} = 0 \quad (4-1)$$

其中总剪应力 τ_{tot} 中包括粘性剪应力 $\mu \frac{\partial u_g}{\partial z}$, 湍流剪应力 $\mu^T \frac{\partial u_g}{\partial z}$ 和其它各种机理引起的剪应力, μ 和 μ^T 分别为气体的粘性系数和湍流粘性系数。

下面从式 (4-1) 出发,按三种情况分别考察气相水平速度的垂向分布。

(a) 清洁空气的层流运动

在大气运动中实际上没有层流运动,但为了同下面将讨论的情况作对比,先分析这种理想的、最简单的流动。

在层流中, τ_{tot} 仅由粘性应力构成,所以由式 (4-1) 得

$$\tau_{\text{tot}} = \mu \frac{\partial u_g}{\partial z} = C, \quad u_g = \frac{C}{\mu} z \quad (4-2)$$

即气流水平速度由地面上的零值随高度 z 线性地增长。

(b) 清洁空气中的湍流运动

在湍流中, τ_{tot} 由湍流应力和粘性应力两部分组成:

$$\tau_{\text{tot}} = \mu^T \frac{\partial u_g}{\partial z} + \mu \frac{\partial u_g}{\partial z} = \rho_g u_*^2 \quad (4-3)$$

其中 ρ_g 为气相密度, u_* 为摩擦速度。除地面附近很薄的粘性次层外,在流场的大部分区域可忽略粘性应力部分。采用 Prandtl 混合长理论得到

$$\mu^T = \rho_g \kappa^2 z^2 \frac{\partial u_g}{\partial z} \quad (4-4)$$

其中 κ 为 Karman 常数。代入式 (4-3) 略去粘性应力项后得到

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z}, \quad \frac{u_g}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{k} \right) \quad (4-5)$$

其中 k 为地面粗糙度。

(c) 风沙二相流

在风沙二相流中,无规则运动的种类有分子热运动、湍流脉动和 PL 类脉动等。每一种无规则运动都会引起动量输运,产生剪应力。另一方面,运动介质包括气相和固相,每一相都有多种形式的无规则运动,都对动量输运有贡献。所以,风沙二相流中的总剪应力主要由以下几部分构成:

- (1) 气相湍流脉动以及由它带动的固相湍流脉动引起的应力;
- (2) 固相 PL 类脉动以及由它带动的气相 PL 类脉动引起的应力;
- (3) 气相的分子热运动引起的应力 (即粘性应力)。

同固相的 PL 类脉动相比,气相的 PL 类脉动对总剪应力的贡献可忽略不计。作跃移运动的颗粒,粒径都较大 (如大于 0.1mm),对于这类颗粒,固相的湍流脉动远小于它的 PL 类脉动。在风沙二相流中已不存在粘性次层,气相的粘性剪应力几乎总是远小于湍流剪应力。因此,风沙二相流中的总剪应力主要由气相的湍流剪应力和固相的 PL 类剪应力组成,即

$$\tau_{\text{tot}} \approx \tau_g^T + \tau_p^{\text{PL}} = \rho_g u_*^2 \quad (4-6)$$

在一定风力下(即摩擦速度 u_* 一定), 固相只在一定高度 h 内存在, 超过此高度则为纯气相的湍流运动区域。由高度 h 向下, 固相浓度越来越大, 固相 PL 类剪应力 τ_p^{PL} 的值也越来越大。另一方面, 由于颗粒的存在使气相的湍流脉动强度削弱、湍流特征尺寸减小, 结果使气相的湍流剪应力 τ_g^T 随高度减小而减小。所以, 在风沙二相流中, 由上层的以 τ_g^T 占优势逐渐过渡到下层的以 τ_p^{PL} 占优势, 但总剪应力 τ_{tot} 不变。

在纯气相区

$$\tau_{tot} = \tau_g^T = \mu^T \frac{\partial u_g}{\partial z} = \rho_g u_*^2 \quad (4-7)$$

在离风沙流较远的高度上, 风沙运动对那里的气流运动来说, 基本上相当于加糙的下垫面。基于这一分析, 式(4-4)仍然有效, 所以, 该区的气相速度仍呈对数分布, 即

$$\frac{u_g}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{k_{eff}} \right) \quad (4-8)$$

其中 k_{eff} 是风沙流造成的等效地面粗糙度。现在的纯气相区的速度虽然也呈对数分布, 但与清洁空气中的湍流运动相比(参见式(4-5)), 整个分布抬高了(因为 $k_{eff} > k$), 也就是说, 现在纯气相区某高度处风速比清洁空气情况下同一高度处的速度小得多。

k_{eff} 随着风力增强而增大, 按照 Bagnold 的实验结果^[9], k_{eff} 大约是 k 的 20 倍(当 $u_* = 62\text{cm/s}$ 时)至 50 倍(当 $u_* = 88\text{cm/s}$ 时), 因此, 纯气相区的气流速度由于下面风沙流的存在而减小, 大约减小 7.5 倍至 10 倍的摩擦速度 u_* 。

在风沙二相流区域, 由于 $\tau_g^T < \rho_g u_*^2$, 而且越接近地面 τ_g^T 越小, 所以, 与清洁空气流动相比, 现在的气相速度梯度减小了(在同一高度上对比), 而且越接近地面减小得越甚(参见右面的示意图, 图中横坐标是气相速度与摩擦速度之比, 纵坐标是高度与粗糙度之比的倒数)。

下面讨论固相的 PL 类剪应力。

在风沙流中, 由于颗粒在床面以外碰撞的机会很少, 而且颗粒一次跃移运动在空中的持续时间大约与颗粒的弛豫时间^①相当或更大, 因此, 某颗粒 j 在高度 z 的垂向分速 w_{jA} (或 w_{jB}) 与水平分速 u_{jA} (或 u_{jB}) 都主要取决于该颗粒在起跳时的垂向分速 w_{jA0} 和它从起跳至高度 z 的运动时间 t_{jA} (或 t_{jB}), 这说明颗粒的两个速度分量 u_j 和 w_j 之间有较强的相关性。由于 t_{jB} 明显大于 t_{jA} , 向下颗粒接受气体加速的时间明显大于向上颗粒, 所以 u_{jB} 明显大于 u_{jA} , 结果 $\bar{u}_B > \bar{u}_A$; 而且越接近地面, \bar{u}_B 与 \bar{u}_A 相差越大。风沙二相流中的 PL 类脉动是沙粒跃移运动在连续介质模型中的反映, 所以固相的 PL 类剪应力的本构式一般说来不是梯度型的, 详见下一节。

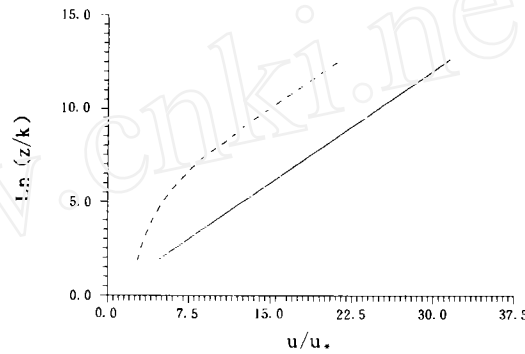


图1 固相对气相速度分布的影响

Fig. 1 The influence of the particle phase on the wind velocity profile

① 颗粒的弛豫时间反映颗粒在流体带动下由原来的速度过渡到流体速度的过程的快慢, 颗粒的粒径和密度越大, 则弛豫时间越大, 上述的过程也就越慢。

5 关于固相 PL 类剪应力的本构式

下面从剪应力的最基本的定义出发考察固相 PL 类剪应力。作用于某水平面元 ΔS 上的剪应力的定义是：单位时间、通过单位面积输送的切向动量。为此，引入两个速度分布函数 $f_A(u_A, w_A)$ 和 $f_B(u_B, w_B)$ ，它们分别是向上颗粒的和向下颗粒的分布函数。下面的陈述给出了 f_A 的定义：单位体积中速度位于区间 $[u_A, \Delta u_A]$ 和 $[w_A, \Delta w_A]$ ^① 的向上颗粒数为：

$$n_A f_A(u_A, w_A) \Delta u_A \Delta w_A \quad (5-1)$$

而单位体积中速度位于区间 $[u_B, \Delta u_B]$ 和 $[w_B, \Delta w_B]$ 的向下颗粒数为

$$n_B f_B(u_B, w_B) \Delta u_B \Delta w_B \quad (5-2)$$

由于单位体积内向上和向下颗粒的总数分别为 n_A 和 n_B ，所以

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} f_A(u_A, w_A) dw_A \right] du_A &= 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^0 f_B(u_B, w_B) dw_B \right] du_B &= 1 \end{aligned} \quad (5-3)$$

包括所有颗粒（向上的和向下的）的速度分布函数 $f(u, w)$ 的定义为

$$f(u, w) = \begin{cases} \frac{n_A}{n} f_A(u, w) & \text{当 } w > 0 \\ \frac{n_B}{n} f_B(u, w) & \text{当 } w < 0 \end{cases} \quad (5-4)$$

不难证明

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, w) dw du &= \frac{n_B}{n} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^0 f_B(u_B, w_B) dw_B du_B + \frac{n_A}{n} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} f_A(u_A, w_A) dw_A du_A \\ &= \frac{n_B}{n} + \frac{n_A}{n} = 1 \end{aligned} \quad (5-5)$$

根据速度分布函数 f_A 、 f_B 和 f 的定义，可以分别给出向上颗粒的、向下颗粒的和所有颗粒的平均速度矢的表达式

$$\bar{v}_A = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} v_A f_A dw_A du_A \quad (5-6)$$

$$\bar{v}_B = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^0 v_B f_B dw_B du_B \quad (5-7)$$

$$\bar{v}_p = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} v f dw du = \frac{n_A}{n} \bar{v}_A + \frac{n_B}{n} \bar{v}_B \quad (5-8)$$

字母上的“ $-$ ”表示只对向上（或向下）颗粒求平均的平均值，字母上的“ $=$ ”表示对所有颗粒（向上的和向下的）求平均的平均值。可以证明，上述表达式与式（2-2）和（2-3）的定义是一致的。

设 ΔS 是一水平面元，在 Δt 内通过 ΔS 的、速度位于区间 $[u_A, \Delta u_A]$ 和 $[w_A, \Delta w_A]$ 的向上颗粒数为

^① $[u_A, \Delta u_A]$ 的确切意义为：水平速度分量介于 u_A 与 $u_A + \Delta u_A$ 之间。关于 $[w_A, \Delta w_A]$ ，意义类似。

$$\Delta S \Delta t n_A w_A f_A \Delta u_A \Delta w_A \quad (5-9)$$

每一个这样的粒子具有的水平动量为 mu_A ，这些颗粒通过 ΔS 向上输送的水平动量为

$$\Delta S \Delta t mn_A u_A w_A f_A \Delta u_A \Delta w_A \quad (5-10)$$

对所有可能的 u_A 值和 w_A 值求和并除以 $\Delta S \Delta t$ ，则得到单位时间、通过单位面积向上运动的颗粒数（即 $n_A \bar{w}_A$ ）和这些颗粒携带的水平动量 M_A ，即

$$n_A \bar{w}_A = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} n_A w_A f_A dw_A \right] du_A \quad (5-11)$$

$$M_A = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} mn_A u_A w_A f_A dw_A \right] du_A \quad (5-12)$$

类似地，在 Δt 时间内通过 ΔS 的、速度位于区间 $[u_B, \Delta u_B]$ 和 $[w_B, \Delta w_B]$ 之间的向下颗粒数和向下输送的水平动量分别为

$$- \Delta S \Delta t n_B w_B f_B \Delta u_B \Delta w_B \quad (5-13)$$

和

$$- \Delta S \Delta t mn_B u_B w_B f_B \Delta u_B \Delta w_B \quad (5-14)$$

单位时间、通过单位面积向下运动的颗粒数和这些颗粒携带的水平动量 M_B 分别为

$$- n_B \bar{w}_B = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^0 n_B w_B f_B dw_B \right] du_B \quad (5-15)$$

$$M_B = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^0 mn_B u_B w_B f_B dw_B \right] du_B \quad (5-16)$$

如用总的分布函数 f 表示，则可分别得到单位时间内通过单位面积向下运动的净颗粒数和净水平动量 M_p

$$- n \bar{w}_p = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} n w f dw \right] du = - n_B \bar{w}_B - n_A \bar{w}_A \quad (5-17)$$

$$M_p = M_B - M_A = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} mn u w f dw \right] du \quad (5-18)$$

在水平动量总输运率 M_p 中，包括宏观运动引起的输运（ $-mn\bar{w}_p\bar{u}_p$ ）及固相的 PL 类脉动引起的输运（PL 类应力） τ_p^{PL} 。类似地， M_A 和 M_B 也可分解为宏观运动引起的输运 $mn_A\bar{w}_A\bar{u}_p$ 和 $(-mn_B\bar{w}_B\bar{u}_p)$ 以及 PL 类应力（ $-\tau_A^{PL}$ ）和 τ_B^{PL} ，即

$$M_p = - mn\bar{w}_p\bar{u}_p + \tau_p^{PL} \quad (5-19)$$

$$M_A = mn_A\bar{w}_A\bar{u}_p - \tau_A^{PL} \quad (5-20)$$

$$M_B = - mn_B\bar{w}_B\bar{u}_p + \tau_B^{PL} \quad (5-21)$$

其中 τ_p^{PL} 、 τ_A^{PL} 和 τ_B^{PL} 的定义式分别为

$$\tau_p^{PL} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} mn(u - \bar{u}_p)(w - \bar{w}_p)f dw \right] du \quad (5-22)$$

$$\tau_A^{PL} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} mn_A(u_A - \bar{u}_p)w_A f_A dw_A \right] du_A \quad (5-23)$$

$$\tau_B^{PL} = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^0 mn_B(u_B - \bar{u}_p)w_B f_B dw_B \right] du_B \quad (5-24)$$

n 个颗粒的水平平均速度是 \bar{u}_p ，这也是固相的宏观速度的水平分量。 n 中包括 n_A 个向上颗粒和 n_B 个向下颗粒，因此， \bar{u}_p 可以认为也是 n_A 个向上（或 n_B 个向下）颗粒的宏观速度。另一方面，也可将 n_A 个向上（或 n_B 个向下）颗粒的平均速度 \bar{u}_A （或 \bar{u}_B ）定义为向上（或向下）颗粒的宏观速度的水平分量，这时， M_A 和 M_B 可按下式分解

$$M_A = mn_A \bar{w}_A \bar{u}_A - (\tau_A^{PL})^* \quad (5-25)$$

$$M_B = mn_B \bar{w}_B \bar{u}_B + (\tau_B^{PL})^* \quad (5-26)$$

其中 \bar{u}_A 、 \bar{u}_B 、 $(\tau_A^{PL})^*$ 和 $(\tau_B^{PL})^*$ 的定义分别为

$$\bar{u}_A = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} u_A f_A dw_A \right] du_A \quad (5-27)$$

$$\bar{u}_B = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^0 u_B f_B dw_B \right] du_B \quad (5-28)$$

$$(\tau_A^{PL})^* = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} mn_A (u_A - \bar{u}_A) (w_A - \bar{w}_A) f_A dw_A \right] du_A \quad (5-29)$$

$$(\tau_B^{PL})^* = - \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^0 mn_B (u_B - \bar{u}_B) (w_B - \bar{w}_B) f_B dw_B \right] du_B \quad (5-30)$$

$mn_A \bar{w}_A \bar{u}_A$ 和 $(-mn_B \bar{w}_B \bar{u}_B)$ 分别是 M_A 和 M_B 中由宏观运动引起的水平动量输运部分, 而 $(-\tau_A^{PL})^*$ 和 $(\tau_B^{PL})^*$ 则是 PL 类应力部分。由此可见, 在一个客观的流动中, 应力的的大小随宏观运动速度的定义之不同而不同^[6,10], 惟宏观动量输运通量与应力之总和 (M_A 或 M_B) 是确定的。对于本文讨论的定常、充分发展的二维风沙运动, 由于

$$n \bar{w}_p = 0 \quad (5-31)$$

并由此可得到

$$n_A \bar{w}_A = -n_B \bar{w}_B, \quad M_p = \tau_p^{PL}, \quad mn_A \bar{w}_A \bar{u}_p = -mn_B \bar{w}_B \bar{u}_p \quad (5-32)$$

因此, 可以认为 $mn_A \bar{w}_A \bar{u}_p$ 和 $mn_B \bar{w}_B \bar{u}_p$ 分别是 $mn_A \bar{w}_A \bar{u}_A$ 和 $mn_B \bar{w}_B \bar{u}_B$ 中的一部分, 是它们中能够互相抵消的部分, 对 τ_p^{PL} 没有贡献。剩下的部分 $mn_A \bar{w}_A (\bar{u}_A - \bar{u}_p)$ 和 $mn_B \bar{w}_B (\bar{u}_B - \bar{u}_p)$ 则有相同的符号, 是 τ_p^{PL} 的组成部分 (下面将会看到, 它们是 τ_p^{PL} 的主要组成部分)。利用式 (5-18) — (5-21), (5-25), (5-26) 和 (5-31) 可以得到

$$M_A = mn_A \bar{w}_A \bar{u}_p + mn_A \bar{w}_A (\bar{u}_A - \bar{u}_p) - (\tau_A^{PL})^* \quad (5-33)$$

$$M_B = -mn_B \bar{w}_B \bar{u}_p - mn_B \bar{w}_B (\bar{u}_B - \bar{u}_p) + (\tau_B^{PL})^* \quad (5-34)$$

$$\tau_p^{PL} = M_p = M_B - M_A = \tau_B^{PL} + (\tau_A^{PL})^* = mn_A \bar{w}_A (\bar{u}_B - \bar{u}_A) + (\tau_B^{PL})^* + (\tau_A^{PL})^* \quad (5-35)$$

每个向上或向下颗粒的水平速度 u_A 或 u_B 可分解为

$$u_A = \bar{u}_p + (\bar{u}_A - \bar{u}_p) + u'_A \quad (5-36)$$

$$u_B = \bar{u}_p + (\bar{u}_B - \bar{u}_p) + u'_B \quad (5-37)$$

其中 u'_A 和 u'_B 分别是向上和向下颗粒相对于它们各自的平均速度 \bar{u}_A 和 \bar{u}_B 的脉动速度。以上两式的右边第一项对于每个颗粒都相同, 由于穿越某面元的向上颗粒总数与向下颗粒总数相等, 所以这部分速度对 τ_p^{PL} 没有贡献, 对 τ_p^{PL} 的贡献来自 u_A 中小于 \bar{u}_p 的部分和 u_B 中大于 \bar{u}_p 的部分。

若每个向上颗粒的水平速度都相等, 都等于 \bar{u}_A , 则 $u'_A = 0$, $(\tau_A^{PL})^* = 0$; 若每个向下颗粒的水平速度也都相等, 都等于 \bar{u}_B , 则 $u'_B = 0$, $(\tau_B^{PL})^* = 0$ 。这说明 $(\tau_B^{PL})^*$ 起因于向下运动的各颗粒水平速度的不均匀性, 而与 $(\bar{u}_B - \bar{u}_p)$ 对应的 $[-mn_B \bar{w}_B (\bar{u}_B - \bar{u}_p)]$ 则来自向下颗粒整体的水平速度超过 \bar{u}_p 的部分。

一般说来, 向上运动各颗粒的水平速度之间的差异不会太大, 大部分都小于或远小于向上颗粒与向下颗粒水平平均速度之间的差异, 所以, τ_p^{PL} 中的主要部分是 $mn_A \bar{w}_A (\bar{u}_B - \bar{u}_A)$, 另一部分 $[(\tau_B^{PL})^* + (\tau_A^{PL})^*]$ 可以忽略不计, 或用较粗糙的数学模型近似之。这为定量

研究风沙运动带来很大的方便。当采用三流体模型——三种流体分别代表气体、向上颗粒群和向下颗粒群——研究风沙二相流时, 主要的未知变量是 $\bar{u}_A, \bar{w}_A, \bar{u}_B, \bar{w}_B, u_g, n_A, n_B$ 和压强 p 等, 它们可从连续性方程和动量方程解得, 困难在于 $(\tau_A^{PL})^*$ 和 $(\tau_B^{PL})^*$ 等量的本构式的建立。上述分析表明, 虽然固相的 PL 总应力 τ_p^{PL} 对风沙流动有着十分重要的影响, 但其中的 $(\tau_A^{PL})^*$ 和 $(\tau_B^{PL})^*$ 相对来说较小。

τ_p^{PL} 中的主要部分是 $mn_A\bar{w}_A(\bar{u}_B - \bar{u}_A)$, 它正比于当地向上颗粒的垂向质量通量 $mn_A\bar{w}_A$ ($= -mn_B\bar{w}_B$) 以及向下颗粒与向上颗粒的水平平均速度之差 $(\bar{u}_B - \bar{u}_A)$ 。在风沙流中, 这种平均速度之差与当地的固相速度之梯度 $\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial z}$ 并无直接联系, 所以, 一般说来, 固相应力 τ_p^{PL} 的本构式不是梯度型的。

6 结论

(1) 颗粒在跃移过程中从气流获得水平动量和机械能, 但在落地时、在与床面碰撞的过程中损失部分的水平动量和机械能。对大量跃移过程进行统计平均, 则每次跃移颗粒从气流获得的水平动量和机械能等于 (对于定常的、充分发展的流动) 或近似等于 (对于非定常的或正在发展的流动) 每次碰撞时它损失的水平动量和机械能。这种跃移运动起到了从上向下传递机械能和水平动量的重要作用。

(2) 颗粒不断地从床面跳起, 又不断地落到床面上, 对于定常的、充分发展的流动, 从床面出来的与返回床面的颗粒质量通量相等, 颗粒的垂向平均速度为零, 每个落地颗粒平均撞击出一个颗粒。对于非定常的或正在发展中的流动, 上述论断也近似成立。

(3) 采用连续介质假设描写颗粒群运动时, 固相的垂向平均速度为零, 但垂向脉动速度很大, 而且越接近床面越大。这种脉动既不是热运动性质的, 也不是湍流性质的, 是二相流中特有的一种无规则运动形式——PL 类脉动。

(4) 在床面上固相有较大的滑移速度 \bar{u}_{p0} 。

(5) 在风沙二相流中, 总剪应力 τ_{tot} 主要由两部分组成: 气相的湍流剪应力 τ_g^T 和固相的 PL 类剪应力 τ_p^{PL} 。在定常、充分发展的风沙流中总剪应力 τ_{tot} 是常数, 在上层以 τ_g^T 为主, 下层以 τ_p^{PL} 为主。

在风沙流中, 尤其在风沙流的下层, 气流速度不服从对数律, 速度梯度比在清洁空气中小 (在同一高度上进行比较), 越接近床面表现得越突出。

(6) 固相的 PL 类剪应力 τ_p^{PL} 可近似表示为

$$\tau_p^{PL} = mn_A\bar{w}_A(\bar{u}_B - \bar{u}_A)$$

它正比于当地向上颗粒的垂向质量通量以及向下颗粒与向上颗粒的水平平均速度之差, 而同当地的固相速度梯度 $\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial z}$ 并无直接联系。

参 考 文 献

- 1 贺大良, 高有广等. 沙粒跃移运动的高速摄影研究. 中国沙漠. 1988. 8(1).
- 2 凌裕泉, 吴正. 风沙运动的动态摄影实验. 地理学报. 1980. 35(2).
- 3 吴正. 风沙地貌学. 北京: 科学出版社. 1987.

- 4 White BR, Schulz JC. Magnus Effect in Saltation. *J. Fluid Mechanics*. 1977, **81**: 497—512.
- 5 邹学勇, 朱久江, 董光荣等. 风沙流结构中起跃沙粒垂直初速度分布函数. *科学通报*. 1992 (23).
- 6 刘大有. 二相流体动力学. 北京: 高等教育出版社. 1993.
- 7 Liu Dayou, Lu Zhanmin. Various Kinds of Random Motion and Stress in Two-Phase Flows. *Proceedings of the 2nd International Conference on the Fluid Mechanics*. Beijing. 1993.
- 8 豪根 DA. (李兴生等译). 微气象学. 北京: 科学出版社. 1984.
- 9 拜格诺 RA. (钱宁、林秉南译). 风沙和荒漠沙丘物理学. 北京: 科学出版社. 1959.
- 10 刘大有. 论气体混合物和两相流中的压强和热流. *力学学报*. 1986, **18** (6).

AN ANALYSIS OF THE CHARACTERS OF BLOWN SANDS

Liu Dayou Dong Fei

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

He Daliang

(*Institute of Desert Research, Academia Sinica, Lanzhou 730000*)

Key words blown sands, saltation, velocity fluctuation, pseudo-fluid, continuum model. the structure of blown sand field

Abstract

In this paper, the saltation of sand grains was studied in the case of the steady and fully developed blown sands. It was found that moving sand grains always gain horizontal momentum and mechanical energy from the wind and transfer them down to the bed surface.

The features of saltation was analysed in a continuum viewpoint: the particle phase has relatively fast slip velocity on the bed surface, and it has rather strong vertical velocity fluctuation while the average vertical velocity is exactly zero. The vertical velocity fluctuation of particle phase is neither (molecular) thermal motion nor turbulent fluctuation, so it is a new sort of fluctuation which is called PL fluctuation by the authors^[6, 7]. It was pointed out that this velocity fluctuation is the reflection of particle saltation in the continuum viewpoint, and it plays a rather important role in determining the structure of the blown sand field and maintaining the microscopical balance in this field.

In the end, the shear stress corresponding to this fluctuation was discussed: the constitutive relation was given and an important character of this shear stress was discovered that it is almost independent of the local velocity gradient of the particle phase.

作 者 简 介

刘大有, 1939年生, 现任中国科学院力学研究所研究员、中国科学技术大学和西安石油学院兼职教授。1967年研究生毕业后一直在力学研究所工作。专业范围: 流体力学, 气体分子动力学 (kinetics of gas molecules), 多相流体动力学, 化工流体力学, 风沙物理学, 泥沙运动力学和泥石流运动力学等。