

关于油井出砂问题的参量研究

章根德 高福平

(中国科学院力学研究所 北京 100080)

刘存林 何 鲜

(大港油田地质研究院 天津 300280)

提 要: 本文采用量纲分析的方法对油井砂质围岩的稳定性的主要影响因素进行了分析, 并采用线性应变硬化弹塑性本构模型对球形和柱形空洞进行了应力应变分析。在此基础上, 对围岩的两种破坏形式—剪切破坏和拉伸破坏进行了计算模拟。结果表明, 可以通过改变井压和井壁的压力梯度两个独立变量, 来控制出砂过程。

关键词: 出砂, 油井围岩, 岩石空洞稳定性

1 引言

在油田开采的过程中, 经常会遇到油井产砂现象。产液流速较高时, 将发生产砂现象; 当水力侵蚀后, 产砂率有时会提高; 然而, 流速降低, 有时产砂并不一定停止; 油井产砂量较多时, 将会在射孔附近形成空洞, 如图 1 所示, 最终导致油井套管的损坏; 当井压非常低时, 还会发生井壁坍塌等等。因此, 准确地分析井壁围岩应力, 找出影响围岩破坏的主要因素, 进而有效地控制产砂过程, 对采油工程是具有重大意义的。对产砂现象, 许多研究者提出了不同的分析方法, 但没有一种方法能完全解释以上现象。这主要是由于某些方法往往只强调了问题的一方面, 例如, 关于空洞破坏准则: 一种强调孔隙流体的渗透压力 (Bratli et al) [1]; 而另一种则强调边界荷载 (Geertsma) [2]。然而, 一些现象主要由于油井空洞周围的流体渗透力引起的, 另一些现象却主要与井压有关。本文从量纲分析的观点, 分析了油井砂质围岩的稳定性的主要影响因素, 并且, 在综合考虑各主要因素的基础上, 对围岩的两种破坏形式—剪切破坏和拉伸破坏

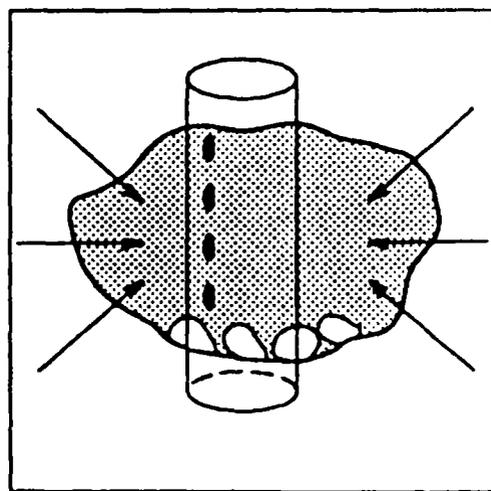


图 1 油井大量产砂后, 在射孔段会形成空洞

章根德, 男, 1942.10 出生, 教授

进行计算分析。

2 围岩稳定性的因素分析

在已知空洞围岩产砂的控制方程和边界条件的情况下，可以对围岩稳定性影响因素进行量纲分析。本文只对达西流动进行分析，对于非达西流动和多相流动，可采用类似的方法推得。

油井围岩的平衡方程：

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \tag{1}$$

几何方程：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \tag{2}$$

协调方程：

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{jl,ik} = 0 \tag{3}$$

围岩的本构方程采用线性加工硬化弹塑性模型：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \bar{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \bar{\sigma}_{ll} \delta_{ij} + \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) P \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}^P \tag{4}$$

以上各式中， F_i 为外力， E 为杨氏模量， ν 为泊松比， P 为孔隙压力， ε_{ij}^P 为岩体的塑性应变张量， $\bar{\sigma}_{ij}$ 为有效应力： $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - (P - P_{cap}) \delta_{ij}$ ， σ_{ij} 为总应力， P_{cap} 为毛细水压力。另外，本文假定拉应力为正，压应力为负。

出现塑性屈服后，塑性流动方程：

$$d\varepsilon_{ij}^P = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \right)}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \right)^{\frac{1}{2}}} d\varepsilon^P \tag{5}$$

式中， $f(\bar{\sigma}_{ij}) = \sqrt{\frac{1}{6} [(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)^2 + (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3)^2]} + g(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3)$

$$d\varepsilon^P = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^P d\varepsilon_{ij}^P \right)^{\frac{1}{2}}$$

对于线性应变硬化材料， $d\varepsilon^P = M d\varepsilon^e$ 。其中， $d\varepsilon^P$ 为塑性剪应变增量， $d\varepsilon^e$ 为弹性应变增量， M 为硬化参数。

对于 Darcy's 流动，流体所满足的方程：

$$q_w = k \frac{\nabla P}{\gamma_w} \tag{6}$$

式中， q_w 为孔隙流体流动速度， k 为流体渗透系数， ∇P 为孔隙压力梯度， γ_w 为孔隙流体的容重。

对弹塑性材料，边界条件为：

$$(1) \quad \sigma_{ij} n_j n_i |_{r=R_p} = -\Delta P_w \quad (7)$$

$$(2) \quad \sigma_{ij} |_{r \rightarrow \infty} = \sigma_H \text{ (或 } \sigma_V \text{)} \quad (8)$$

$$(3) \quad u_{R_c^+} = u_{R_c^-} \quad (9)$$

$$(4) \quad \sigma_{ij} n_j n_i |_{R_c^+} = \sigma_{ij} n_j n_i |_{R_c^-} \quad (10)$$

式中, $r = \frac{R}{R_p}$, R 为与空洞中心的距离, R_p 为空洞的半径, R_c^+ 和 R_c^- 分别表示塑性区和弹性区的半径, u 为位移, σ_H 和 σ_V 分别为围岩的水平和垂直应力, ΔP_w 为井压的变化 ($\Delta P_w = P_w - P_0$, P_w 为当前孔压, P_0 为初始孔压)。

孔隙流体流动的边界条件为:

$$(5) \quad \text{对于球形空洞: } \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=R_p} = \frac{q\mu}{4\pi k R_p}$$

$$\text{对于柱形空洞: } \frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r=R_p} = \frac{q\mu}{2\pi k h} \quad (11)$$

$$(6) \quad \Delta P |_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (12)$$

式中, q 为孔隙流体流动速率, μ 为流体运动粘滞系数, h 为柱形孔的长度。

破坏准则:

对于具有以下性质的砂岩: 较好的可塑性、变形连续、没有明显的滑移面、强度随应力水平的提高而增大、卸载时有明显的滞后性, 其应力—应变关系如图 2 所示。对此类砂岩, 可采用 Mohr—Coulomb 准则进行描述。围岩的屈服不仅与破坏面上的剪应力有关, 而且与该面上的法向应力有关。

Mohr—Coulomb 准则的表达式为:

$$\frac{1}{3} I_1 \sin \varphi + \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right) \sqrt{I_2} - c \cos \varphi = 0 \quad (13)$$

上式也可简化为:

$$f = -C_0 + C_1 I_1 + \sqrt{I_2} = 0 \quad (14)$$

式中, C_0 和 C_1 为描述屈服面的常数, I_1, I_2 分别为应力第一不变量和偏应力第二不变量:

$$I_1 = \bar{\sigma}_{kk}, \quad I_2 = \frac{1}{2} \left(\bar{\sigma}_{ij} - \frac{\bar{\sigma}_{kk}}{3} \delta_{ij} \right)^2$$

如果围岩应力满足:

$$\sigma_{ij} - (P - P_{cap}) \delta_{ij} = \sigma_i \delta_{ij} \quad (15)$$

则发生拉伸破坏。式中, σ_t 为围岩的拉伸强度。

采用量纲分析的方法, 不难发现影响空洞围岩稳定性的因素可概括为:

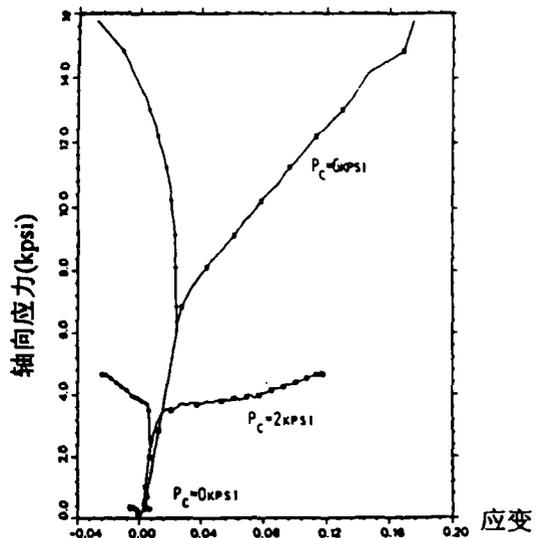


图 2 常见的砂岩应力—应变曲线

$$Q(\Delta P_W, \sigma_H, \sigma_V, \Delta P, D, L, F, S_p, P_{cap}) = 0 \quad (16)$$

其中, D 为围岩的变形参数, L 为加载历史, F 为描述围岩屈服的特征参量, S_p 为空洞的形状.

空洞周围的压力分布是很复杂的. 不过它可以被简化为以下函数关系:

对于球形空洞:

$$\Delta P = \Delta P_W + H \left(1 - \frac{1}{r}\right) \quad \text{当 } r \leq \frac{H}{\Delta P_W + H} \text{ 时} \quad (17)$$

$$\Delta P = 0 \quad \text{当 } r > \frac{H}{\Delta P_W + H} \text{ 时} \quad (18)$$

对于柱形空洞:

$$\Delta P = \Delta P_W + H \ln r \quad \text{当 } r \leq \exp\left(\frac{-\Delta P_W}{H}\right) \text{ 时} \quad (19)$$

$$\Delta P = 0 \quad \text{当 } r > \exp\left(\frac{-\Delta P_W}{H}\right) \text{ 时} \quad (20)$$

式中, $H = \left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=1}$ 即空洞边缘处法向压力梯度值.

作为一阶近似, 可以用井压和该点的压力梯度值来表示围岩中空洞的受力状况. 由于 ΔP 只用于塑性区, 而塑性区只位于空洞周围非常小的范围 (通常只有几英寸), 所以这种近似是可取的.

这样, 影响单一空洞稳定性的因素 (式(16)) 成为:

$$Q(\Delta P_W, H, \sigma_H, \sigma_V, D, L, F, S_p, P_{cap}) = 0 \quad (21)$$

对某种具体的工况, 一般来说 $\sigma_H, \sigma_V, D, L, F, S_p$ 是不变的, 因此可以通过控制 ΔP_W 和 H 来分析围岩的稳定性问题.

3 围岩破坏分析的解析解

假设围岩材料属于线性应变加工硬化材料, 塑性应变和应力的关系为:

$$\varepsilon^P = \begin{cases} \frac{M}{E} \gamma_2 f & \text{当 } f > 0 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } f \leq 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (22)$$

式中, $\gamma_2 = \left(\left(\frac{1}{3} - C_1 \right)^2 \sqrt{3 / (6C_1^2 + 1)} \right)^{-1}$.

对球形空洞来说, $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_\theta$. 由式(1)~(4)、式(14)、式(22), 有:

$$\begin{cases} \varepsilon_r^P = \alpha \bar{f} \\ \varepsilon_\theta^P = -0.5 \bar{f} \end{cases} \quad \bar{f} > 0 \quad (23)$$

式中, $\bar{f} = -f_0 - \sigma_\theta + \alpha \sigma_r$, $\alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + C_1 \right) / \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 2C_1 \right)$, $\gamma = \frac{M}{E} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 2C_1 \right)^2 / \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - C_1 \right)^2$,

$$f_0 = \frac{C_0}{(1/\sqrt{3}-2C_1)}$$

从式(1)~(4)、式(23)可以得到塑性区应力的微分方程:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_\theta + \lambda\sigma_r) + \frac{a}{r}(\sigma_\theta + \lambda\sigma_r) + \frac{g(r)}{1+\beta} = 0 \tag{24}$$

在边界条件式(7)~(12)下, 上式的解为:

$$\sigma_r = Cr^{-a_1} - (C + \Delta P_W)r^{-a_2} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a_1} \int_1^r r^{a_1} \frac{g(r)}{1+\beta} dr - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a_2} \int_1^r r^{a_2} \frac{g(r)}{1+\beta} dr \tag{25}$$

$$\sigma_\theta = -C\lambda_2 r^{-a_1} + \lambda_1(C + \Delta P_W)r^{-a_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a_1} \int_1^r r^{a_1} \frac{g(r)}{1+\beta} dr - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} r^{-a_2} \int_1^r r^{a_2} \frac{g(r)}{1+\beta} dr \tag{26}$$

式中, $g(r) = \begin{cases} \beta(1+2\alpha)(1-\alpha)\frac{\Delta P}{r} + [\beta(1-\alpha) + E\alpha_0/(1-\mu)]\frac{dP}{dr} + f_0\beta(1+2\alpha)/r & \text{球形空洞} \\ \beta(1-\alpha^2)\frac{\Delta P}{r} + [\beta(1-\alpha) + E\alpha_0/(1-\mu)]\frac{dP}{dr} + f_0\beta(1+\alpha)/r & \text{柱形空洞} \end{cases}$

$$\lambda_1 = \frac{D-(1+\beta)}{4(1+\beta)}, \lambda_2 = \frac{-D-(1+\beta)}{4(1+\beta)}, D = \sqrt{(1+\beta)[\beta(4\alpha-1)^2+9]}, a_1 = 1-2\lambda_1, a_2 = 1-2\lambda_2, \beta = \frac{E\gamma}{2(1-\nu)}$$

$$\alpha_0 = \frac{1-2\nu}{E}, \sigma_r^c = [f_0 + 1.5\Delta\sigma_H + (1-\alpha-\alpha_0 E/(1-\nu))\Delta P^c] \cdot [2/(1+2\alpha)]$$

$$C = \frac{1}{r_c^{-a_1} - r_c^{-a_2}} \left[\sigma_r^c + \Delta P_W r_c^{-a_2} - \frac{1}{r_c^{a_2}(\lambda_1 - \lambda_2)} \int_1^{r_c} \frac{r^{a_2} g(r)}{1+\beta} dr + \frac{1}{r_c^{a_1}(\lambda_1 - \lambda_2)} \int_1^{r_c} \frac{r^{a_1} g(r)}{1+\beta} dr \right]$$

并且, 对于柱形空洞来说,

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) - E\alpha_0\Delta P + (1-2\nu)\Delta\sigma_H \tag{27}$$

从以上分析发现, 当围岩应力 σ_r 、 σ_θ (柱形空洞还有 σ_z)、孔压 P 等满足(14)式时, 发生剪切破坏; 当满足(15)式时, 发生拉伸破坏。从上述表达式可以估算出围岩发生拉伸破坏或剪切破坏时 H 和 ΔP_W 的范围。

例如, 当球形空洞围岩介质具有下列特征参量时, 可得到图 3 所示发生剪切破坏或拉伸破坏的包络曲线。此算例取 $r = 1.5$ 。

表 1 岩体介质参数

杨氏模量 E (Pa)	泊松比 ν	硬化参数 M	屈服面参数 C_0	屈服面参数 C_1	σ_H (Pa)
1.034×10^9	0.17	20	150	0.2	-2.576×10^6

从图 3 可以看出, 剪切破坏发生于井压比较低的情况, 而拉伸破坏发生于法向压力梯度较高的情况, 当油井井压与压力梯度处于两包络线之间的区域, 油井基本上不出砂。

由此可以得出结论, 为了减少油井产砂量, 油井生产时要维持正

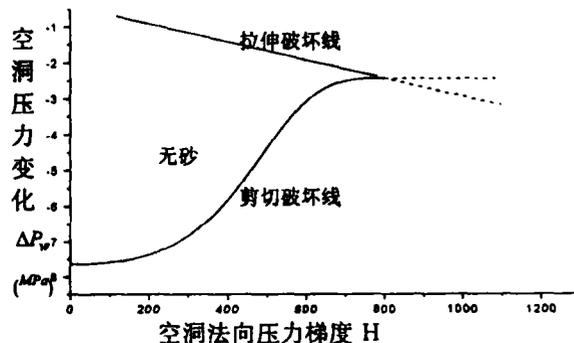


图 3 空洞围岩破坏曲线

常的井压和降低空洞表面的压力梯度。要做到这一点，就要求在完井作业中，产生较大的射孔孔道和增加有效射孔，以利于达到无砂生产或少砂生产的状况。

参考文献

- 1 R K Bratli and R Risnes . Stability and Failure of Sand Arches . SPEJ , April 1981 :236-248
- 2 J Geertsma . Some Rock Mechanical Aspects of Oil and Gas Well Completion . Proc. European Offshore Petr. Conf. and Exhibition 1 ,1979 : 301-310
- 3 R Rishes , P Horsrud and R K Britli . Sand Stress around a Wellbore . SPEJ,December, 1982 : 883-898
- 4 T L Durret ,W T Golbin, J W Marray and R E Tighe . Seeking a Solution to Sand Control . J. Pet. Tech.,December 1977 : 1664-1672
- 5 N Morita , D L Whitfill ,I Massie and V Knudsen . Realistic Sand Production Prediction — Numerical Approach , SPE 16989, SPE Fall Annual Conference .1987. Dallas

www.cnki.net