

档案号: 001295

编号: 6451

科学技术研究报告

球壳的变形计算和能量准则

作者: 郑哲敏、孙同坤、孙国芳

中国科学院力学研究所 (编号: (力)63001)

中国科学院 (编号: 中科新-64-001)

中华人民共和国科学技术委员会

1964年6月19日 登记

目 录

摘要.....	(I)
一、引言.....	(1)
二、球壳变形的基本过程和假设.....	(1)
三、各运动阶段的计祿公式和计祿方法.....	(3)
四、计祿结果和讨论.....	(7)
五、结束語.....	(11)
参考资料.....	(12)

球壳的变形计算和能量准则

摘 要

本文是用近似计算的方法,通过球壳自由膨胀问题的具体计算,来得出球壳在爆炸载荷作用下的变形过程,以及球壳半径 R ,料厚 δ ,半径增加量 y 和药量 w 之间的关系。从理论上论述了爆炸成形能量准则的准确性。

另外本文提出了球壳爆炸成形的近似计算公式和方法。根据球壳的最终变形量归纳出一个简单的药量计算公式。

一、引言

薄板薄壳爆炸成形的不少试验结果表明,在其他条件不变的情况下,在毛料尺寸 R ,料厚 δ ,毛料的屈服应力 σ ,药量 w 和成形量 y 之间,存在着一个简单的关系,称为能量准则^[1,2,3]。作为模型律,能量准则提供了:在改变零件尺寸(简单的放大或者缩小)改变毛料厚度,改变材料的情况下一个药量换算的公式。能量准则有明显的物理意义,使用方便,而且可以显著减少模型试验的数量^[1]。

能量准则的最后建立还有待于更多的试验验证。由于试验中不可避免地存在着一些难以严格控制的因素,它们的综合影响表现为试验数据的分散。因此模型律的建立不能单靠试验,还必需辅以理论上的论证。

这篇报告的主要目的是,通过球壳自由胀形问题的具体计算,来得出球壳半径 R ,料厚 δ ,半径的增加 y 和药量 w 之间的关系,并分析这个关系符合或者偏离能量准则的程度,从而为这个准则提供一个理论依据。

在条件相似的情况下,模型律能够解决药量换算的问题。至于在某一特定条件下,究竟需用多少药量,那就不是模型律所能回答的问题了。这个药量或者由试验确定,或者由可靠的理论计算公式确定。本文的另一目的是提供球壳胀形的药量计算方法。

二、球壳变形的基本过程和假设

为便于确定计算途径起见,在这里首先回顾一下爆炸成形的机制和过程^[1]。

球壳、水和爆炸气体的全部运动可以很方便地展示在 (r, t) 平面上(参看图1)。 r 是球坐标,原点在药包中心 o ; t 是时间,水中击波刚好到达球壳内表面 R 的时间取为 t 的原点; y 代表球壳的位移,原点在 o' ,即 $r=R$ 。

由于击波在球壳表面的反射,球壳发生加速运动。这是运动的第一阶段。

随着球壳运动速度的增加,发生稀释反射波,使球壳附近水的压力迅速下降,在球壳厚度很小的情况下,压力终于低到足以使水发生空化。这是运动第二阶段的开始($t=t_1$)。

空化一经出现就迅速发展,形成空化区。图1中的 AB 线表示空化区边界朝药包中心延伸的轨迹。空化区的压力可以认为是常数,因此空化区的水质点作等速运动,如图1中 DE 所示。沿 AB ,空化水的质点速度是递减的。空化水质点形成一种“抛掷”,恰如固体中的爆炸波在自由面反射时形成的崩落抛掷一样。

球壳在它自己的变形阻力作用下是不断减速的,因此对空化水起阻挡作用;空化水不断地冲击着球壳,并把自己的一部分动能传递给它。在冲击过程中,压力增加,于是受到阻挡的那部分空化水又由空化状态恢复到正常状态,从而在球壳与空化区之间形成一层质量不断增加的水,称为附加水。

击波波尾部分的运动趋近于不可压缩流体的运动,所以质点运动的速度约与 r^2 成反比,愈接近中心速度愈大。由于这个原因,沿 AB ,空化水的质点速度在 B 达到最小。从这一点开始,空化区的内边界必须如 BC 所表示的那样向远离药包中心的方向发展。空化区和爆炸产物(爆炸气体)之间的水形成水球。在爆炸气体压力的作用下,水球继续加速和扩张,并赶上上一部分前已空化的水,使其成为水球的一部分。

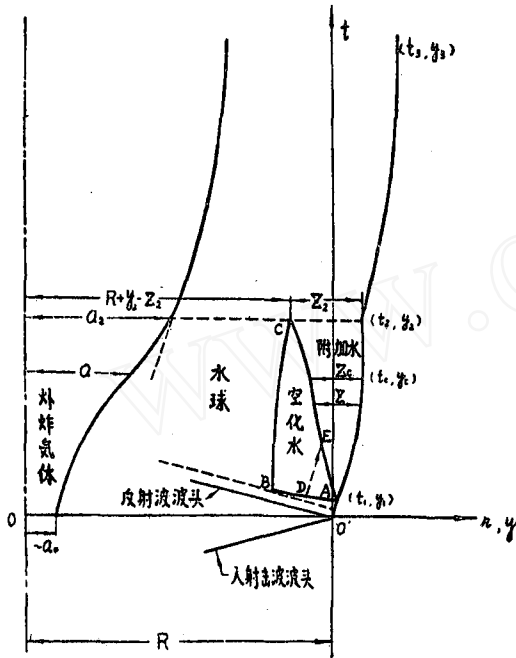


图1 $r-t$ 平面图

具体计,又能尽可能精确地描述整个运动的主要方面,我们引进下述几个假设(参看〔4〕):

(i) 忽略球壳的弹性变形,并假设单位面积球壳的变形阻力是常数,它等于 $\frac{2\sigma\delta}{R}$,其中 δ 是球壳的初始厚度, R 是球壳的初始内径, σ 是材料的屈服应力,并等于静荷作用下屈服应力的某一倍数。忽略空气阻力。

(ii) 假设在运动的第一阶段,声学的微幅波动理论是适用的。这是因为在许多典型的薄板、薄壳的爆炸成形问题中,到达毛料表面的击波压力峰值一般不很大,约为1000至2000大气压。

(iii) 假设可用声学的平面波理论计击波自球壳内表面的反射。在击波波长 $c\theta_m$ 与 R 相比是充分小的情况下,这个假设是显然成立的。在这里, c 表示水中的声速。

还假设,在 $r=R$,入射击波的压力 $p(t)$ 可以表示为

$$p(t) = P_m e^{-t/\theta_m}, \quad t \geq 0. \quad (1)$$

(iv) 假设压力降至零,水就空化。

(v) 假设附加水和球壳都是不可压缩、无粘性的流体,还忽略水球质量的变化,令其等于与附加水相碰撞时的质量($t=t_2$)。

(vi) 假设在 $t=0$,水球开始运动,其初速度等于零,内半径近似地等于药包半径 a_0 。

(vii) 假设在击波发射后,即在 $t=0$,爆炸气体所具有的内能 E 是全部炸药能的某一固定的百分比。还假设爆炸气体的膨胀是各处均匀而且等熵的,压力 P_0 和体积 $V (= \frac{3}{4} \pi a^3)$ 服从下述关系:

$$P_0 V^\gamma = \text{常数}, \quad (2)$$

其中 γ 是绝热指数(常数),由于爆炸气体的初始内能或剩余能量为

由于水球和附加水之间,隔着空化区,所以水球外表面的速度可以不同于附加水内表面的速度,而且显然前者又大于后者。因此在空化区消失时,就形成水球与附加水的碰撞,它的效果表现为球壳运动速度的突然增加。这个现象称为二次加速。

运动的第三阶段以球壳的停止运动而告终。产生这部分变形所需的能量来自碰撞结束时球壳和水的动能以及爆炸气体此时所具有的内能。

整个运动是比较复杂的。为了既能进行

$$E = \frac{P_{g0}}{\gamma - 1} \frac{4}{3} \pi a_0^3. \quad (3)$$

所以根据选定了的内能 E 和 γ ，可以计算(2)式右端的常数。我们称 $e = \frac{E}{\frac{4}{3} \pi a_0^3}$ 为剩余比能。以上就是具体计算所依据的假设，对于其中某些假设，我们还要在第四节加以讨论。

三、各运动阶段的计算公式和计算方法

首先引进无量纲参数和变数。入射波的压力参数可以表示为

$$\begin{aligned} \bar{P}_m &= \frac{P_m}{\rho c^2} = K_1 \left(\frac{\omega^{1/3}}{\rho_B^{1/3} R} \right)^\alpha, \\ \bar{\theta}_m &= \frac{c \theta_m}{R} = K_2 \left(\frac{\omega^{1/3}}{\rho_B^{1/3} R} \right)^\beta, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ω 是炸药的质量， ρ_B 是炸药的密度， K_1 、 K_2 、 α 和 β 均为常数。将爆炸气体的剩余比能 e 无量纲化为

$$\bar{e} = \frac{\rho_B e}{6 c^2 \rho}. \quad (5)$$

球壳的厚度和强度可以分别用以下两个参数表示，

$$\bar{M} = \frac{\rho R}{\rho_s \delta}, \quad (6)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\rho_s c^2}, \quad (7)$$

其中 ρ 和 ρ_s 分别表示水和毛料的密度， \bar{P}_m 和 $\bar{\theta}_m$ ，在不改变炸药和传压介质的条件下，不是相互独立的，而且 \bar{e} 又是常数。因此，在我们的问题里，只有三个独立的无量纲参数。

我们定义无量纲的时间为

$$\bar{t} = \frac{t}{\theta_m}. \quad (8)$$

无量纲的球壳位移和附加水厚度为

$$\bar{y} = \frac{y}{R}, \quad \bar{z} = \frac{z}{R}. \quad (9)$$

总之，我们分别用 θ_m 和 R 作为时间和长度的尺度来无量纲化所有其他各类变数。应当注意，根据(8)和(9)，我们有

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = \frac{\bar{\theta}_m}{c} \frac{dy}{dt}. \quad (10)$$

根据平面波的假定，我们可以直接搬用文献[4]的公式，来计算球壳在第一和第二阶段的运动。我们假设 $\frac{\sigma \delta}{P_m R}$ 充分小，以致[4]中的近似公式是适用的。

①第一阶段。

$$\left. \begin{aligned} \bar{t}_1 &= \frac{1}{\omega - 1} \ln \omega, \\ \bar{y}_1 &= 2\bar{P}_m \bar{\theta}_m \left[1 - e^{-\bar{t}_1} \left(1 + \frac{1}{\omega} \right) \right], \\ \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}_1} \right) &= 2\bar{P}_m \bar{\theta}_m e^{-\bar{t}_1}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$\omega = \bar{M} \bar{\theta}_m. \quad (12)$$

(11) 式中的下标 1 表示各量是在时间 t_1 时计标的 (参看图 1)。

②第二阶段中球壳和附加水的运动。这个问题又需要分为两个小阶段分别计标。

第一个小阶段是在球壳暂时停止运动之前。这时计标公式为

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} &= \frac{1}{2} \bar{\theta}_m (\zeta - \ln u^*), \\ \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} &= 2\bar{P}_m \bar{\theta}_m e^{-\bar{t}_1} \left(2u^* - \frac{e^{\omega\zeta}}{1 + \bar{z}\bar{M}} \right), \\ \bar{t} - \bar{t}_1 &= 2 \frac{\bar{P}_m}{\bar{\theta}_m} e^{-\bar{t}_1} [e^{\omega\zeta} - u^*(1 + \bar{z}\bar{M})], \\ \bar{y} - \bar{y}_1 &= 4 \frac{\bar{P}_m^2}{\bar{\theta}} e^{-2\bar{t}_1} u^* [e^{\omega\zeta} - u^*(1 + \bar{z}\bar{M})], \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中 $\zeta \geq 0$ 是一个参变数, $\zeta = 0$ 相当于 $t = t_1$. u^* 是 ζ 的已知函数, 即

$$u^* = \frac{1}{\omega - 1} [(\omega + 1)e^\zeta - 2e^{\omega\zeta}]. \quad (14)$$

当 $\zeta = \zeta_c$, 其中 ζ_c 是下述方程的根,

$$2u^*(\zeta_c) = \frac{e^{\omega\zeta_c}}{1 + \bar{M}\bar{z}(\zeta_c)}, \quad (15)$$

我们有 $\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} \right)_{\zeta_c} = 0$, 同时

$$\left. \begin{aligned} \bar{z}_c &= \frac{1}{2} \bar{\theta}_m (\zeta_c - \ln u^*(\zeta_c)), \\ \bar{t}_c - \bar{t}_1 &= \frac{\bar{P}_m}{\bar{\theta}_m} e^{-\bar{t}_1 + \omega\zeta_c}, \\ \bar{y}_c - \bar{y}_1 &= \frac{\bar{P}_m^2}{\bar{\theta}} \frac{e^{2(\omega\zeta_c - \bar{t}_1)}}{1 + \bar{M}\bar{z}(\zeta_c)}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

如 $\zeta > \zeta_c$, 也即 $\bar{t} > \bar{t}_c$, (13) 式的后三式就不再适用。 $\zeta = \zeta_c$ 就是第二阶段中两个小阶段的分界点。

当 $\zeta \geq \zeta_c$, 我们有 $\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = 0$ 和 $\bar{y} = \bar{y}_c$, 同时附加水厚度与时间的关系为

$$\bar{z} = \frac{1}{2} \bar{\theta}_m (\zeta - \ln u^*), \quad (17)$$

$$\bar{t} - \bar{t}^* = \frac{1}{u^*} \left[u^*(\zeta_c) (\bar{t}_c - \bar{t}^*) - (u^*(\zeta_c) - u^*) + \frac{1}{\omega} (e^{\omega\zeta} - e^{\omega\zeta_c}) \right],$$

其中

$$\bar{\tau}^* = \bar{\tau}_1 - \frac{1}{2}(\zeta + \ln u^*), \quad (18)$$

$$\bar{\tau}_c^* = \bar{\tau}_1 - \frac{1}{2}[\zeta_c + \ln u^*(\zeta_c)].$$

水球与附加水碰撞发生于 $\bar{\tau} = \bar{\tau}_2$ 。有两种可能性, 即 $\bar{\tau}_2 < \bar{\tau}_c$ 或 $\bar{\tau}_2 > \bar{\tau}_c$ 。在确定 $\bar{\tau}_2$ 时, 需要根据实际情况, 采用 (13) 式或 (17) 式。

③第二阶段水球的运动, 爆炸气体剩余体能的减少应该等于水球的动能。取 $\gamma = \frac{4}{3}$, 我们有

$$\left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{\tau}}\right)^2 \frac{\bar{a}^4}{\bar{a}_0^4} \left(1 - \frac{\bar{a}}{\bar{R}_s}\right) = 4\bar{\theta}\bar{\theta}_m^3 \left(\frac{\bar{a}}{\bar{a}_0} - 1\right), \quad (19)$$

其中 \bar{R}_s 是用 R 无量纲化后的水球外径。根据假设, 水球的质量是不变的, 因此又有

$$\bar{R}_s^3 - \bar{a}^3 = (1 + \bar{v}_2 - \bar{z}_2)^3 - \bar{a}_2^3, \quad (20)$$

其中脚注 2 表示有关各量取在水球与附加水碰撞的时刻。积分 (19) 式, 得水球内径 \bar{a} 与 $\bar{\tau}$ 的关系如下:

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{a}}{2\bar{\theta}_m\bar{e}^{1/2}} \int_1^{\bar{a}/\bar{a}_0} \xi^2 (\xi - 1)^{-3/2} \left\{ 1 - \frac{\bar{a}_0}{K}\xi \left[1 - \left(\frac{\bar{a}_0}{K}\right)^3 \xi^3 \right]^{1/3} \right\}^{1/2} d\xi, \quad (21)$$

其中

$$K^3 = (1 + \bar{v}_2 - \bar{z}_2)^3 - \bar{a}_2^3. \quad (22)$$

在碰撞时, $\bar{a} = \bar{a}_2$, 而且

$$\bar{a}_2 = [(1 + \bar{v}_2)^3 - 1 + \bar{a}_0^3]^{1/3}. \quad (23)$$

假设一个碰撞时的 ζ 值, 譬如说 $\zeta > \zeta_c$, 就有 $\bar{v}_2 = \bar{v}_c$, $\left(\frac{d\bar{v}}{d\bar{\tau}}\right)_2 = \left(\frac{d\bar{v}}{d\bar{\tau}}\right)_c = 0$, 从 (17) 的第一式求得 \bar{z}_2 , 第二式求得 $\bar{\tau}_2$ 。从 (21) 式可以求得另一个 $\bar{\tau}_2$ 。如果所得的两个 $\bar{\tau}_2$ 一致, 那末这个 ζ 即等于 ζ_c , 与其相应的 \bar{v} 、 \bar{z} 、 \bar{v} 和 $\bar{\tau}$ 就代表碰撞时的正确值。如果求得两个 $\bar{\tau}_2$ 不一致, 那就必须选择另一个 ζ 进行试算, 直至两个相等为止。

如果 $\zeta < \zeta_c$, 则必须用 (13) 式代替 (17) 式。

在 $\frac{\bar{a}}{K} < 1$ 的情况下, (21) 可写为

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{a}_0 x}{\bar{\theta}_m \bar{e}^{1/2}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left(\frac{\bar{a}_0}{K}\right)^n f_n(x). \quad (24)$$

A_n 、 $f_n(x)$ 的数值和表达式见表 1。x 与 $\frac{\bar{a}}{\bar{a}_0}$ 的关系是

$$x = \left(\frac{\bar{a}}{\bar{a}_0} - 1\right)^{1/2}. \quad (25)$$

附带指出, 在本文的所有算例中, 发现 ζ_2 都大于 ζ_c , 而且在 (24) 式中只取前四项就足够了。 $\zeta_2 > \zeta_c$ 给实际计算带来很大方便, 这是因为 $\bar{v}_2 = \bar{v}_c$, $\bar{a}_2 = \bar{a}_c$, 它们和试算时所选用的 ζ 无关。因而 $f_n(x)$ 也与 ζ 无关。试算时随 ζ 改变的仅仅是系数 $\frac{\bar{a}_0}{K}$ 中的 K 值。

ζ_2 一经确定, 就可从 (19) 式求得, 在碰撞刚发生前, 水球内表面的运动速度,

表 1.

$A_0=1$	$f_0(x) = 1 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{5}x^4$
$A_1=-\frac{1}{2}$	$f_1(x) = 1 + x^2 + \frac{3}{5}x^4 + \frac{1}{7}x^6$
$A_2=-\frac{1}{8}$	$f_2(x) = 1 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{6}{5}x^4 + \frac{4}{7}x^6 + \frac{1}{9}x^8$
$A_3=-\frac{1}{16}$	$f_3(x) = 1 + \frac{5}{2}x^2 + 2x^4 + \frac{10}{7}x^6 + \frac{5}{9}x^8 + \frac{1}{11}x^{10}$
$A_4=\frac{49}{384}$	$f_4(x) = 1 + 2x^2 + 3x^4 + \frac{20}{7}x^6 + \frac{3}{5}x^8 + \frac{6}{11}x^{10} + \frac{1}{13}x^{12}$
$A_5=\frac{43}{768}$	$f_5(x) = 1 + \frac{7}{3}x^2 + \frac{21}{5}x^4 + 5x^6 + \frac{35}{9}x^8 + \frac{21}{11}x^{10} + \frac{7}{13}x^{12} + \frac{1}{15}x^{14}$
$A_6=\frac{43}{1692}$	$f_6(x) = 1 + \frac{8}{3}x^2 + \frac{28}{5}x^4 + 8x^6 + \frac{70}{9}x^8 + \frac{56}{11}x^{10} + \frac{28}{13}x^{12} + \frac{8}{15}x^{14} + \frac{1}{17}x^{16}$
.....

$$\left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}}\right)_{2^-} = \frac{2e^{-\bar{t}}\bar{\rho}_m\left(\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_0}-1\right)^{1/2}}{\left(1-\frac{\bar{a}_2}{1+\bar{y}_2-\bar{z}_2}\right)^{1/2}} \cdot \frac{\bar{a}_0^2}{\bar{a}_2^2} \quad (26)$$

这时球壳(即附加水外表面)的速度为

$$\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_{2^-} = 0, \quad \text{如 } \bar{\zeta}_2 \geq \bar{\zeta}_c$$

$$\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_{2^-} = 2\bar{P}_m\bar{\rho}_m e^{-\bar{t}} \left[2u^*(\bar{\zeta}_2) - \frac{e^{-\bar{t}}}{1+\bar{M}\bar{z}(\bar{\zeta}_2)} \right], \quad \text{如 } \bar{\zeta}_2 \leq \bar{\zeta}_c. \quad (27)$$

(26)和(27)式中的脚注 2^- 表示碰撞刚发生以前的值,如果这些值是有跳跃的话。

④碰撞刚结束时,球壳的速度,由于水球的速度大于附加水的速度,所以在 $\bar{t}=\bar{t}_2$ 发生水球与附加水的碰撞,碰撞时球壳的速度由 $\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_{2^-}$ 突跃到 $\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_2$,同时损失相当多的动能(耗损为不能作功的热能)。

用文献[1]所给出的方法,可得

$$\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_2 = \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_{2^-} + \frac{\frac{\bar{a}_2^2}{(1+\bar{y}_2)^2} \left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}}\right)_{2^-} - \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_{2^-}}{1 + \frac{\bar{z}_2}{1+\bar{y}_2-\bar{z}_2-\bar{a}_2} \frac{\bar{a}_2}{1+\bar{y}_2} + \frac{1}{\bar{M}} \frac{\bar{a}_2(1+\bar{y}_2-\bar{z}_2)}{(1+\bar{y}_2-\bar{z}_2-\bar{a}_2)(1+\bar{y}_2)^2}} \quad (28)$$

如 $\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_{2^-} = 0$, 则有

$$\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_2 = \frac{\frac{\bar{a}_2^2}{(1+\bar{y}_2)^2} \left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}}\right)_{2^-}}{1 + \frac{\bar{z}_2}{1+\bar{y}_2-\bar{z}_2-\bar{a}_2} \frac{\bar{a}_2}{1+\bar{y}_2} + \frac{1}{\bar{M}} \frac{\bar{a}_2(1+\bar{y}_2-\bar{z}_2)}{(1+\bar{y}_2-\bar{z}_2-\bar{a}_2)(1+\bar{y}_2)^2}} \quad (29)$$

*如考虑到材料的变薄,(28)式的左端应用 $\frac{1+\bar{y}_2}{1-\bar{y}_2}$ 代替。本文的计算是按后一方式进行的,但两种方法只有在变形很大时才有显著差别。

⑥第三阶段。计祿这一阶段运动的基本方程又是能量方程,只不过在 $\bar{t}=\bar{t}_2$,初始动能应根据(29)计祿。能量方程可写为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)^2 \left[(1+\bar{y})^3 \left(\frac{1+\bar{y}}{\bar{a}} - 1 \right) + \frac{1}{M} \right] + 4 \frac{\bar{\sigma} \bar{\sigma}_m^2}{M} (\bar{y} - \bar{y}_2) = \\ & = 4\bar{\sigma} \bar{\sigma}_m^2 \frac{\bar{a}_0}{\bar{a}_2} \left(1 - \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}} \right) + \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} \right)_2^2 \left[(1+\bar{y}_2)^3 \left(\frac{1+\bar{y}_2}{\bar{a}_2} - 1 \right) + \frac{1}{M} \right], \end{aligned} \quad (30)$$

其中

$$\bar{a} = [(1+\bar{y})^3 - 1 + \bar{a}_2^3]^{1/3}. \quad (31)$$

在运动停止时, $\bar{y} = \bar{y}_3$, $\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right)_3 = 0$, 因此, 球壳的最終位移可根据下式计祿:

$$\bar{y}_3 - \bar{y}_2 = \frac{1}{4} \frac{M}{\bar{\sigma} \bar{\sigma}_m^2} \left\{ \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} \right)_2^2 \left[(1+\bar{y}_2)^3 \left(\frac{1+\bar{y}_2}{\bar{a}_2} - 1 \right) + \frac{1}{M} \right] + 4\bar{\sigma} \bar{\sigma}_m^2 \frac{\bar{a}_0}{\bar{a}_2} \left(1 - \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_3} \right) \right\} \quad (32)$$

由于 \bar{a}_3 中包含 \bar{y}_3 , 可用迭代法解得 \bar{y}_3 。事实上, 由于在碰撞时, 水的动能远大于球壳的动能, 所以可以足够精确地将(32)简化为

$$\bar{y}_3 - \bar{y}_2 \cong \frac{1}{4} \frac{M}{\bar{\sigma} \bar{\sigma}_m^2} \left\{ \left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} \right)_2^2 \left[(1+\bar{y}_2)^3 \left(\frac{1+\bar{y}_2}{\bar{a}_2} - 1 \right) \right] + 4\bar{\sigma} \bar{\sigma}_m^2 \frac{\bar{a}_0}{\bar{a}_2} \left(1 - \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_3} \right) \right\}. \quad (33)$$

若要计祿第三阶段的球壳运动过程, 就需要积分(30)式。这在原则上没有任何困难, 只是需要依靠数字积分。

四、計算結果和討論

为便于审核计祿结果的合理性, 我们取一半径 $R=10$ 厘米的球壳进行计祿, 并将计祿结果表达为有量綱的形式。计祿所概括的范围为, 药量 w 由1克(TNT)到8克; 球壳厚度 δ 由0.3到2.4毫米, 相当于 $\frac{\delta}{R}$ 由0.3%到2.4%; 变形量 y_3 由6.1到20.2毫米, 相当于 $\frac{y_3}{R}$ 由6.1% ($w=8$ 克, $\delta=2.4$ 毫米)到20.2% ($w=3$ 克, $\delta=0.3$ 毫米)。

计祿时采用密度 ρ_s 为1.52克/厘米³的铸装TNT球形药包。根据[5], 炸药的能量 q 为 4.44×10^{10} 尔格/克, 炸药气体的剩余比能 $e=1.91 \times 10^{10}$ 尔格/克, 入射击波参数的计祿公式为,

$$\begin{aligned} P_m(\text{kg/cm}^2) &= 0.721 \times 10^4 \left(\frac{w^{1/3}}{R} \right)^{1.13} \\ \bar{\sigma}_m &= \frac{c \theta_m}{R} = 0.953 \left(\frac{w^{1/3}}{R} \right)^{0.76} \end{aligned} \quad (34)$$

使用以上公式时, w 的单位应为克, R 的单位应为厘米。又取 $c=1,500$ 米/秒, $\rho=1$, $\sigma=5,000$ 公斤/厘米², $\rho_s=7.8$ 克/厘米³。

共进行了两种计祿。第一种计祿是保持 $\frac{\delta}{w}$ 的比例不变, 药量由1克到8克。第二种计祿是保持

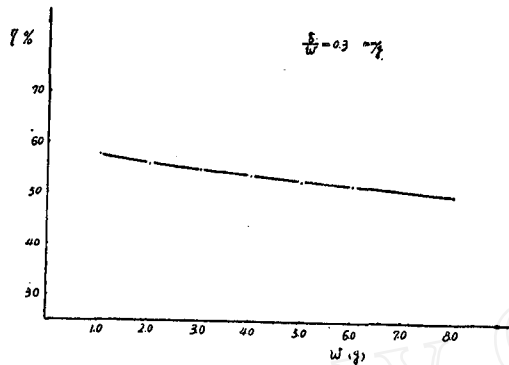


图 2

药量不变 ($w=3$ 克), 但厚度从 0.3 变到 0.9 毫米。计算结果列于表 2 和图 2。现在结合计算进行讨论。

1) 根据第二节所做的假设, 在不变炸药和传压介质的条件下, 共有三个独立的无量纲参数。我们取它们为

$$\frac{c^2 w}{\sigma \delta R^2}, \bar{M}, \bar{\sigma}. \quad (35)$$

若以 y 表示特征变形量, 例如 y 可以是 y_1 、 y_2 或 y_3 , 则根据严格的相似律, 我们有

$$\frac{y}{R} = f\left(\frac{c^2 w}{\sigma \delta R^2}, \bar{M}, \bar{\sigma}\right). \quad (36)$$

表 2.

w (g)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0	3.0	3.0
δ (mm)	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.4	0.3	0.6
p_m (kg/cm ²)	533	692.4	808	898.6	977.3	1046	1166.7	808	808
θ_m (μ s)	11.04	13.16	14.9	15.99	16.59	17.4	18.7	14.9	14.9
y_0 (mm)	2.92	3.05	3.19	3.23	3.19	3.25	3.29	8.98	4.62
t_0 (μ s)	155.2	128.8	121.6	113.4	108.1	105.3	105.1	310.4	168.0
z_0 (mm)	10.04	11.79	13.32	14.0	14.96	15.26	16.39	13.78	13.58
η_2	83.86	87.11	88.4	89.97	90.55	92.23	93.10	83.05	85.51
t_2 (μ s)	272.8	208.1	177.1	152.4	141.8	132.7	117.0	350.8	226.7
$\left(\frac{da}{dt}\right)_2$ (m/sec)	77.88	107.6	129.8	143.3	165.3	179.0	202.6	96.94	116.0
$\left(\frac{dR_1}{dt}\right)_2$ (m/sec)	20.28	30.73	38.54	44.62	50.02	54.90	60.86	48.67	41.92
$\left(\frac{dR_2}{dt_2}\right)$ (m/sec)	17.29	24.82	30.13	34.08	37.36	4.27	43.55	35.21	32.13
$\left(\frac{dR_1}{dt}\right)_2 / \left(\frac{dR_2}{dt}\right)_2$ %	85.26	80.8	78.17	76.37	74.69	73.35	71.56	72.94	76.65
$\left(\frac{dy}{dt}\right)_2$ (m/sec)	12.59	17.15	20.40	22.90	24.79	26.65	29.43	26.12	22.42
z_2 (mm)	15.09	17.3	18.29	18.59	19.10	19.3	18.53	15.12	17.23
$\epsilon \times 10^{10}$ (gcm ² /sec ²)	1.408	2.533	3.533	4.441	5.225	5.995	7.313	3.541	3.682
$\Delta e \times 10^{10}$ (gcm ² /sec ²)	0.06056	0.1362	0.2156	0.3077	0.4025	0.4975	0.7493	0.1766	0.2010
s (kg-cm)	26390	51270	74804	98722	1196×10^2	1425×10^2	2400×10^2	76060	74606
y_3 (mm)	7.00	6.80	6.61	6.55	6.35	6.30	6.1	20.19	9.90
η_3 (%)	58.29	56.58	55.04	54.48	52.88	52.42	50.75	55.90	54.89

又若以 η 表示相应于某一特征变形量的炸药能量利用率, 则又有

$$\eta = g\left(\frac{c^2 w}{\sigma \delta R^2}, \bar{M}, \bar{\sigma}\right). \quad (37)$$

另一方面, 能量准则要求,

$$\eta = \text{const.} \quad (38)$$

因此, 根据能量准则, 必然有

$$\frac{y}{R} = f_1 \left(\frac{c^2 w}{\sigma \delta R^2} \right), \quad (39)$$

根据前一节所提出的计算公式和方法，函数 f 和 g 是能够通过计算确定的。分析 f 或 g 在 \bar{M} 和 $\bar{\sigma}$ 的依赖关系，就能检验能量准则是否可靠。

η_3 的计算值绘于图2和图4。图2相应于 $\frac{\delta}{u_1} = 0.3$ 毫米/克， w 的变化范围为由1克到8克。图3相应于 $w = 3$ 克， $\frac{\delta}{R}$ 的变化范围为由0.3%到0.9%。从这两个图可见，虽然参数的变化范围是较广的，然而 η_3 的变化却不大。 η_3 的情况也大体相同。这说明，至少在 $\bar{\sigma}$ 不变的情况下，能量准则虽不严格成立，然而从实际应用的角度看，应当说是足够准确的。

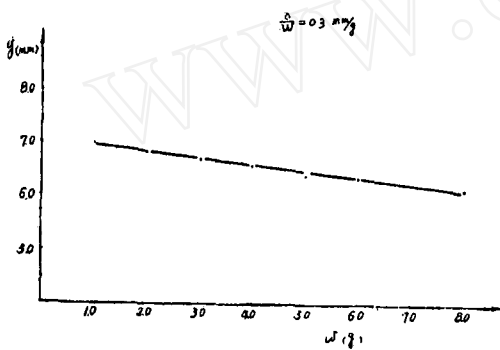


图 3

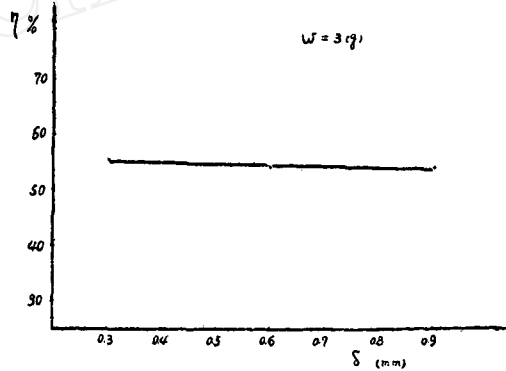


图 4

现在再来说明， $\frac{y}{R}$ 或 η 也是与 $\bar{\sigma}$ 无关的。在变形阻力 $\frac{2\sigma\delta}{P_m R} \ll 1$ 的情况下， $y_1 \ll y_2$ ，因此有

$$\bar{y}_2 = \frac{P_m^2 \bar{\sigma}_m \bar{M}}{\bar{\sigma}} \left[\frac{1}{\bar{M} \bar{\sigma}_m} \frac{e^{2(\omega \zeta_c - \bar{\tau}_1)}}{1 + \bar{M}_z(\zeta_c)} \right]. \quad (40)$$

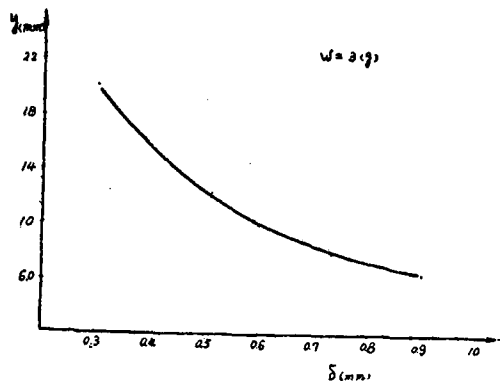


图 5

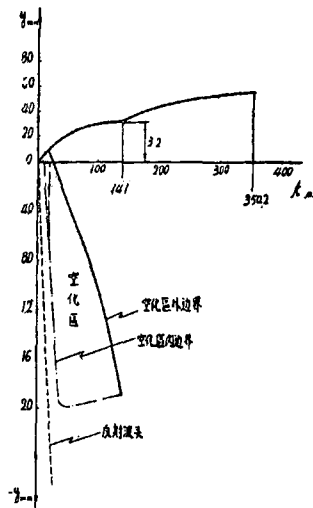


图 6
 $w=5g \quad \delta=1.5mm \quad y \sim t$ 曲线

实际计算表明括号中的量是与料厚基本无关的。但根据(4)和(34),我们有

$$\frac{\bar{F}_m^2 \bar{\sigma}_m \bar{M}}{\bar{\sigma}} = K_1^2 K_2 \left(\frac{w^{1/3}}{\rho_B^{1/3} R} \right)^{3.02} \frac{\bar{M}}{\bar{\sigma}} \approx K_1 K_2 \frac{\rho}{\rho_B} \frac{wc^2}{\sigma \delta R^2} \quad (41)$$

$$\bar{y}_2 = K_1^2 K_2 \frac{\rho}{\rho_B} \frac{wc^2}{\sigma \delta R^2} \left[\frac{1}{\omega} \frac{e^{2(\omega \zeta_c - \bar{t}_1)}}{1 + Mz(\zeta_c)} \right] \quad (42)$$

这说明,如果 σ 改变,但 w 和 $\frac{w}{\sigma \delta}$ 保持不变,则 \bar{y}_2 也不变。进一步的计算表明,在上述条件下,如果改变 σ ,同时相应的改变 δ 以保持它们的乘积不变,则碰撞时附加水厚度 \bar{z}_2 亦变化甚少。

从水球的运动方式,碰撞时速度跳跃的计算公式和碰撞后板料运动的能量方程可见,当 w , \bar{y}_2 , \bar{z}_2 一样的时候, \bar{y}_3 也将是一样的。这样我们就从计算上说明了, \bar{y}_2 和 \bar{y}_3 (或 η) 都只与 $\frac{wc^2}{\sigma \delta R^2}$ 有关,而与 \bar{M} 和 $\bar{\sigma}$ 无关。从物理意义解释, $\bar{\sigma}^{1/2}$ 代表的是壳体中横波波速与水中击波波速之比。在球壳对称变形的问题中,根本不存在壳体中的横波(及纵波),因此这个参数不应当影响 $\frac{y}{R}$ 或 η 。对大多数材料而言,

$\sqrt{\frac{\bar{\sigma}}{\rho_B}}$ 比 c 小得很多,因此可以认为即使对于一般板壳的爆炸成形, $\bar{\sigma}$ 的影响也可能是很小的。

对 \bar{y}_2 与 \bar{M} 的关系不大这个事实可以作如下解释。如 δ 大,则反射波所携走的能量较大,这一因素使 \bar{y}_2 减小。如 δ 减少,虽然反射波所携走的能量是有所减少,然而空化水与附加水的碰撞损失却增加了,这也是减小 \bar{y}_2 的一个因素。当 \bar{M} 改变时,两个因素的影响互相抵消,所以 \bar{y}_2 的改变不大。

2) 计算结果表明,可以足够精确的将药量计算公式简化为

$$\frac{8\pi \frac{y_3}{R} \cdot \sigma \delta R^2}{q\omega} = 0.545 \quad (43)$$

也即,可以认为效率等于54.5%。当 $\frac{\delta}{R}$ 介于0.3%和2.4%之间,相对变形是介于20.2%与6.11%时,计算效率偏离54.5%,不超过 $\pm 4\%$ 。

[1]指出,效率不能超过66%。同时,一些试验结果表明,55%这个效率值是可能的。 y_1 、 y_2 的比值以及二次加载发生的时间 t_2 和最后形成时间 t_3 也都与一般估计相符。因此,我们认为这里所提供的计算方法 and 计算结果是有一定可靠性。自然,最后还是要通过实验予以肯定。由于球壳的试验比较困难,可以采用圆柱壳。上述计算方法,只要略事修改,即可应用于圆柱壳。

3) 计算结果偏离能量准则的趋势大体如下,在 $\frac{w}{\delta}$ 不变的情况下,随着 δ 的减少,总的成形效率 η_3 有所增加,而且比值 $\frac{\bar{y}_3 - \bar{y}_2}{\bar{y}_2}$ 也有所增加。

4) 计算表明,在 $\gamma = \frac{4}{3}$ 的情况下,在水球与附加水碰撞时,气球的能量约为 $\frac{E}{5}$ 。考虑到 $\gamma = \frac{4}{3}$ 在高压条件下是偏小的,若在气球膨胀的初期, γ 取得再大些,那末碰撞时,气球的能量就会更小些,甚至可以完全忽略。

5) 由于作了一些简化假设,应当说本文所提出的是一种近似计算理论。在另一篇研究报告里[6],采用了一套较为精确的计算方案。该文与本文不同之处在于(1)充分考虑了入射击波曲率的

影响,从而放弃本文所作的假设(iii), (2)充分考虑了球壳厚度和半径的变化对单位面积毛料质量和变形阻力的影响,从而改进了本文所采用的假设(i) (3)不作水球质量保持不变的假设(参看本文的假设V),并放弃假设(vi), (4)采用Jones和Miller〔7〕所给出的爆炸气体的压力和密度关系,即不假设 $\gamma = \frac{4}{3}$ 。在相同的条件下(即表2的第5栏, $w = 5$ 克, $\delta = 1.5$ 毫米),该文的计算结果与本文的对比如下*:

表 3.

	z_2	y_2	t_2	$(\frac{dy}{dt})_2$	y_3	t_3
文 献〔6〕		3.21	95.04	28.45	7.04	338.9
本 文	19.10	3.19	141.8	24.79	6.35	350.2

由上表可见,在碰撞时,两种计算给出的位移是很接近的,只不过本文所给出的碰撞时间偏大,这是因为假设(vi)所规定的水球启动时间是偏迟的。这一差别还表现为,根据文献〔6〕,碰撞时壳体的速度为12.12米/秒,而根据本文,碰撞发生在壳体暂停运动之后。

本文所得之壳体最大位移 y_3 比文献〔6〕约小10%。

由以上对比可以大体看出,本文所作的一些假设所引进的误差。可以说,就人们所关心的最后成形量 y_3 和成形时间而言,误差并不大。

精确计算的工作量很大,因而目前尚无更多的计算结果,以资与本文结果作更全面的对比。

五、结 束 语

本文提出了球壳爆炸胀形的计算公式和计算方法,并给出了一些典型情况下的计算结果。计算结果包括最后成形量以及描述变形过程的许多其它有兴趣的量。

计算结果表明,对于球壳的自由胀形,能量准则是一种近似关系,然而从实用角度看是有足够的可靠性。这样,我们就从理论上为能量准则提供了一个依据。

球壳最后变形量的计算可归纳为一个很简单的公式(43)式。

在有模成形条件下,从理论上论证能量准则,是一个很有意义的问题。我们准备另文专门加以讨论。

对于这里所讨论的计算方法,我们准备进行试验。为方便起见,将采用圆柱壳和条形药包。

* 单位见表2。

参 考 资 料

- [1] 郑哲敏、爆炸成形模型律, 中国科学院力学研究所研究报告(1962)。
- [2] 邵丙瑛、孙同坤、夏生杰、陆毓璠, 锅炉封头爆炸成形试验研究及药量公式的建立, 中国科学院力学研究所研究报告(1962)。
- [3] 郭汉彦、孙同坤, 锥壳爆炸成形模型试验, 中国科学院力学研究所研究报告(1963)。
- [4] 郑哲敏, 水中击波入射于平板时, 空化的形成及其作用, 中国科学院力学研究所研究报告(1962)。
- [5] Cole P. “水下爆炸”, 国防工业出版社。
- [6] 杨振声、谈庆明、刘小苹、刘良吉, 球壳爆炸成形机制的探讨, 中国科学院力学研究所研究报告(1963)。
- [7] Jones H. and Miller A. R. The Detonation of Solid Explosives, Proc. Roy. Soc. (London), 194, 480. (1948)