

基于分形的泡沫金属细观结构与尺寸效应研究¹⁾

何其健 宋宏伟²⁾ 黄晨光

(中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要 提出采用分形理论对泡沫金属的细观结构及尺寸效应进行研究的方法. 针对一系列具有不同相对密度和细观结构的泡沫铝, 证明了其细观结构在一定尺度内符合分形特征, 比较了小岛分维、计盒分维和信息分维等算法对泡沫金属分形表征的适用性, 分析了细观结构特征对分维的影响. 结合推广的 Sierpinski 垫片模型研究了泡沫铝的屈服强度与分维的联系, 建立了泡沫铝屈服强度的尺寸效应模型. 研究表明, 由于引入了表征细观结构特征的分形维数, 该模型除能表征屈服强度随试样尺寸的变化规律外, 还在一定程度上直接反映了泡沫金属细观结构特征对力学性能的影响.

关键词 泡沫金属, 分形, 尺寸效应, 细观结构, 力学性能

中图分类号: O344 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2009)03-0370-06

引 言

泡沫金属材料的细观结构特征(胞孔、孔壁和孔洞等)是影响其力学性能的重要因素^[1]. 与蜂窝材料等截面、等壁厚、等轴向的胞孔结构特征不同, 泡沫金属的胞孔具有无序、随机、非均匀、非等直壁等特点, 并含有孔壁缺失、扭曲、孔道等随机缺陷, 采用忽略了胞孔效应的均匀介质模型和周期排列的代表性单元模型均不能准确地表征某些力学行为. 同时, 特殊的胞孔结构特征还使泡沫金属具有与普通实体材料规律截然不同的尺寸效应^[2], 即, 在一定尺度内测得的屈服应力和杨氏模量随试样尺寸的减小而显著降低. 尽管研究者认识到了细观结构对泡沫金属性能的重要性, 但是由于缺乏有效的手段或简洁的参量对其进行表征, 在建立本构模型时通常仍使用相对密度等无法反映细观特征的参量. 通过观测我们发现, 泡沫金属材料的胞孔和孔壁在形状、尺寸及分布上具有统计上的自相似性, 有可能采用分形理论进行表征, 而相应的分形维数则在一定程度上可以反映细观结构特征, 在此基础上进一步研究分形理论框架下的尺度效应等相关力学性能.

分形理论已广泛应用于数学、物理、化学、计算机科学等领域, 主要用来研究具有自相似性的无序系统. 在材料科学领域, 正是分形理论的创始人

Mandelbrot 开创了将该理论应用于分析金属断口和断裂行为的先河^[3], 这一方法得到了后来很多研究者的应用与推广. 近年来, 分形理论在混杂材料的结构表征及其力学行为的研究中取得了显著进展. Carpinteri^[4] 采用分形理论分析了混凝土材料中聚集相颗粒尺寸对拉伸断裂失效的影响, 并提出了分形黏聚裂纹模型. Khezzzadeh^[5] 采用推广的 Sierpinski 模型研究了混凝土结构的尺寸效应. 分形理论在岩土力学中也有着重要的应用, 谢和平^[6] 将分形理论与断裂力学、损伤力学相结合, 提出了裂纹扩展的分形模型, 并对岩石节理断层的结构进行了分形表征. 国内也有研究者采用分形理论对石墨泡沫、聚氨酯泡沫等材料的细观结构和导热性能进行研究^[7,8], 但迄今尚未有基于分形理论研究泡沫金属力学性能的报道. 采用分形理论对材料/结构的力学行为进行研究时通常需要面对以下几个问题: 首先是找出具有统计自相似的分形结构, 这是前提和基础; 其次是选择适宜的算法对分形结构进行分析, 获得表征该分形结构的特征参量——分形维数; 最后是建立材料/结构性能与分维之间的关系模型, 这是研究的重点与难点, 它赋予了分形理论更多的工程实际意义.

现有模型之所以无法反映泡沫金属的细观结构特征, 主要是由于对材料采用了均匀化处理, 空间

2008-01-28 收到第 1 稿, 2009-01-20 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(10502049), 王宽诚基金会卢嘉锡青年人才奖和非线性国家重点实验室基金资助项目.

2) E-mail: songhw@imech.ac.cn

量纲是欧氏几何的整数维. 在实际应用中, 泡沫金属试样的尺寸通常与胞孔特征尺寸可比, 此时的微观结构特征往往不能忽略. 我们提出采用分形理论对泡沫金属进行研究的方法. 证明了泡沫金属的微观结构在一定尺度内具有分形特征, 研究了相关的分形算法, 并通过将推广的 Sierpinski 模型与特定分维的泡沫金属进行映射, 建立了能反映微观结构的尺寸效应模型.

1 泡沫铝微观结构的分形特征

本文以泡沫铝为例进行研究, 采用相对密度 ρ_r 依次为 0.09, 0.15, 0.18, 0.19, 0.25 的 5 种泡沫铝, 试样截面形貌经二值化处理后如图 1 所示. 试样 (c) 和 (e) 由沈阳东大先进材料发展有限公司生产, 我们对其进行了相关力学性能的测试^[9,10], 图 1(a),1(b),1(d) 选自文献 [11].

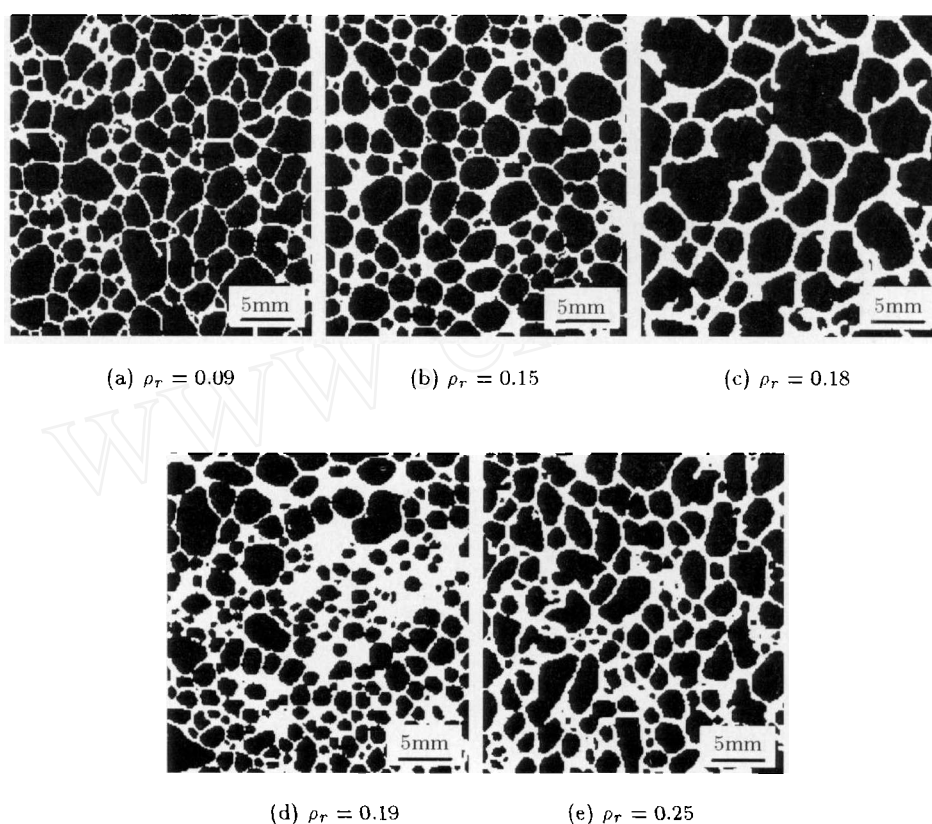


图 1 泡沫铝的微观结构

Fig.1 Meso structure of Al foams

根据 Mandelbrot 的分形理论^[12], 构成分形结构的小岛的周长和面积满足幂律关系

$$P \sim A^{D/2} \tag{1}$$

其中 P 为周长, A 为面积, D 为分维, 其对数表达式为

$$\log P = (D/2) \log A + C \tag{2}$$

C 为常数. 式 (2) 表明, 众多小岛的周长和面积的对数具有线性关系, 这是证明某类结构具有分形特征的判据之一^[12]. 图 2 对试样 (c) 和 (e) 的胞孔进行统计和计算表明, 泡沫铝诸胞孔的 $\log P, \log A$ 在一定的范围内具有良好的线性关系, 斜率的 2 倍就是小岛分维 D_{SI} (slit island dimension). 自然界中的分

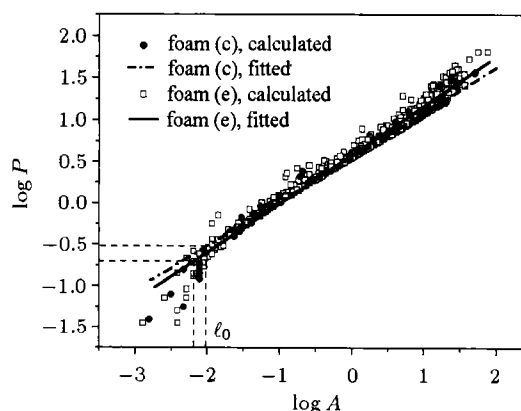


图 2 胞孔的面积 - 周长关系

Fig.2 Relation of areas and perimeters of cells

形体都是在特定尺度内满足自相似条件的, 当低于尺寸下限 ℓ_0 时, 分形特征不再显著; 当高于尺寸上

限 l_1 时, 非均匀性不再显著, 此时应采用具有整数维的欧氏几何进行表征. 图 2 表明, 当胞孔尺寸很小时, 其偏离分形的线性关系较大, 这也为确定尺寸下限 l_0 提供了依据.

2 分形算法研究

针对不同的研究对象和研究目的, 可以采用不同的分维定义和分形算法. 除上述的小岛分维外, 本文还采用计盒分维算法 (box counting method) 和信息分维算法 (information method) 对泡沫金属的细观结构进行了分形表征.

计盒分维算法是用一系列尺寸为 δ_k 的盒子覆盖分形图案, 可以获得每个尺寸盒子下覆盖分形图案所需的最少盒子数 N_{δ_k} , 计算出一系列 $-\ln \delta_k, \ln N_{\delta_k}$ 值, 确定其中的分形无标度区, 并在分形无标度区内进行线性拟合, 直线斜率即为计盒分维 D_B ^[13]

$$D_B = - \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\ln N_{\delta_k}}{\ln \delta_k} \quad (3)$$

信息分维算法则进一步考虑了孔壁面积的影响. 用尺寸为 δ_k 的盒子覆盖分形图案, 共需 N_k 个盒子, 分形图案的像元落在第 i 个盒子的概率为 $P_i(\delta_k)$ ^[6]

$$P_i(\delta_k) = n(i) / \sum_{j=1}^{N_k} n(j) \quad (4)$$

其中 $n(i)$ 为第 i 个盒子包含的像元数. 根据信息论可计算总信息量为

$$I(\delta_k) = - \sum_{i=1}^{N_k} P_i(\delta_k) \ln P_i(\delta_k) \quad (5)$$

则信息分维为

$$D_{IF} = - \lim_{\delta_k \rightarrow 0} \frac{I(\delta_k)}{\ln \delta_k} \quad (6)$$

从算法的原理上分析, 计盒分维算法与信息分维算法均通过分析泡沫铝的孔壁信息来计算分维, 但计盒分维未考虑每个盒子中所包含的孔壁面积, 而信息分维考虑了胞孔孔壁在各个盒子中出现的概率, 由此可能带来更精确的计算结果. 在 MATLAB 环境下实现了上述 3 种算法, 并采用 Koch 曲线、Sierpinski 三角垫片、Sierpinski 矩形垫片等严格自相似的分形进行了算法验证.

3 分形维数与细观结构参数

胞孔尺寸及分布、孔壁厚度及分布、胞孔形状

特征等共同构成了泡沫金属的细观结构特征, 而分形维数正是对上述细观结构特征从几何上的统计描述. 故

$$D = f(t, d, \psi_{\text{shape}}, \psi_{\text{size}}, \psi_{\text{thickness}}) \quad (7)$$

其中 t 和 d 分别为特征壁厚和平均孔径, $\psi_{\text{shape}}, \psi_{\text{size}}$ 和 $\psi_{\text{thickness}}$ 分别为胞孔形状系数、孔径系数和壁厚系数, 分别用于表征胞孔形状不均匀度、胞孔大小不均匀度和壁厚不均匀度. 式 (7) 中因变量分维 D 为无量纲参数, 各自变量的量纲为: $[t] = L, [d] = L, [\psi_{\text{shape}}] = L^{n_1}, [\psi_{\text{size}}] = L^{n_2}, [\psi_{\text{thickness}}] = L^{n_3}$, 其中 n_1, n_2, n_3 均为实数. 取 d 为基本量, 则

$$D = \Pi \left(\frac{t}{d}, \frac{\psi_{\text{shape}}}{d^{n_1}}, \frac{\psi_{\text{size}}}{d^{n_2}}, \frac{\psi_{\text{thickness}}}{d^{n_3}} \right) \quad (8)$$

式中自变量均为无量纲参量, 分别记为 $\phi, \Pi_{\text{shape}}, \Pi_{\text{size}}, \Pi_{\text{thickness}}$, 有

$$D = \Pi(\phi, \Pi_{\text{shape}}, \Pi_{\text{size}}, \Pi_{\text{thickness}}) \quad (9)$$

可定义

$$\Pi_{\text{shape}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{P_i d_i} \quad (10)$$

$$\Pi_{\text{size}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - d)^2}{d^2} \quad (11)$$

其中 N 为胞孔数, d_i, A_i, P_i 分别为第 i 个胞孔的孔径、面积和周长. 本文研究的 5 种不同密度泡沫铝的孔径分布如图 3 所示. 表 1 给出泡沫铝的细观结构特征和分维结果. 依据表 1, 小岛分维对细观结构不敏感, 因而不适于用来表征泡沫金属结构; 计盒分维与信息分维则有着相似的规律. 图 4 显示,

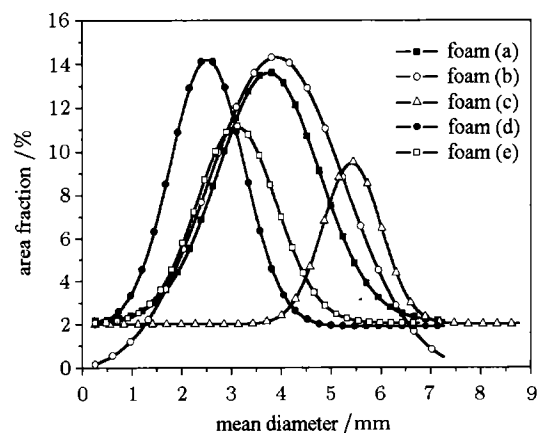


图 3 孔径分布

Fig.3 Distribution of cell size

计盒分维和信息分维均有与 ϕ 呈近似线性增加的关系. 本文在后面的研究均采用信息分维来表征泡沫金属的分形维数.

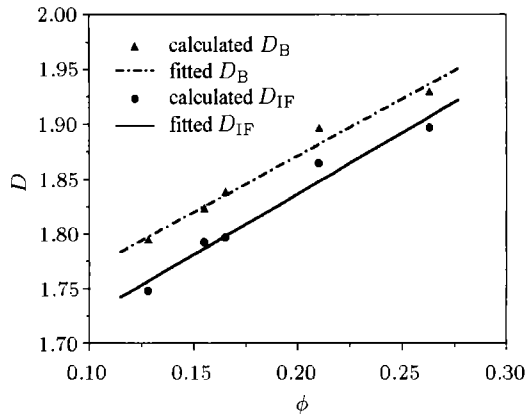


图 4 分维随 ϕ 的变化

Fig.4 Variation of fractal dimension with ϕ

表 1 分形维数与细观结构

Table 1 Fractal dimension and meso structures

Type	ρ_r	d/mm	t/mm	ϕ	Π_{size}	Π_{shape}	D_B	D_{IF}	D_{SI}
(a)	0.09	3.70	0.45	0.12	0.31	0.30	1.79	1.75	1.41
(b)	0.15	4.00	0.58	0.14	0.27	0.29	1.84	1.80	1.39
(c)	0.18	5.50	0.70	0.13	0.32	0.34	1.82	1.79	1.38
(d)	0.19	2.60	0.77	0.30	0.25	0.29	1.93	1.90	1.43
(e)	0.25	3.00	0.53	0.18	0.33	0.31	1.90	1.87	1.44

4 泡沫金属单向压缩尺寸效应的分形表征

泡沫金属材料常应用于缓冲吸能结构^[14~16]. 在压缩吸能过程中, 孔壁作为承载结构, 而胞孔洞不承受载荷. 泡沫铝的细观结构与推广的 Sierpinski 垫片模型^[5]可以建立映射关系, 如图 5 所示. 泡沫铝的胞孔对应于垫片中去除的部分 (白色区域), 孔壁对应于垫片的剩余部分 (黑色区域). 在较低应力水平下泡沫铝试样截面上的孔壁均匀承载, 此时的单向压缩载荷可以转化成与孔壁面积等价的 Sierpinski 垫片剩余面积和该面积下应力的乘积, 为此有

$$F = \sigma_0 A_0 = \sigma_0^* A_n \quad (12)$$

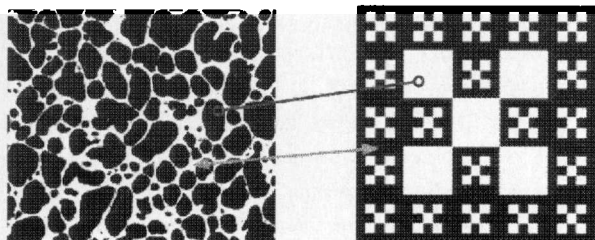


图 5 泡沫铝细观结构与推广的 Sierpinski 垫片映射关系

Fig.5 Mapping Al foam to generalized Sierpinski carpet

其中, σ_0 为泡沫铝的屈服应力, A_0 为试样的截面积, σ_0^* 和 A_n 分别为对应的 Sierpinski 垫片剩余部分的分形屈服应力和分形面积. 推广的 Sierpinski 垫片可以表达成 $S_{p,q}^{[a,b]}$ 的形式, 其中 a, b 为垫片的边长, p 为每条边上的等分数 (p^2 为总单元数), q 为去除单元数. 推广的 Sierpinski 垫片的分形维数为

$$D_{GS} = \frac{\ln(p^2 - q)}{\ln p} \quad (13)$$

经过 n 次迭代后 Sierpinski 垫片的剩余面积为

$$A_n = A_0 \left(\frac{p^2 - q}{p^2} \right)^n \quad (14)$$

结合式 (13), (14) 可得

$$A_n = A_0 \left(\frac{1}{p^n} \right)^{2 - D_{GS}} \quad (15)$$

通过调整 p 和 q , 可以使推广的 Sierpinski 垫片具有任意分形维数, 即: 总能找到与映射的泡沫铝分形维数相同的 Sierpinski 垫片, 并且经过 n 次迭代后剩余面积 (分形面积 A_n) 与泡沫铝试样截面孔壁面积相同. 结合式 (12), 此时泡沫铝单向压缩的屈服应力为

$$\sigma_0 = \sigma_0^* \left(\frac{1}{p^n} \right)^{2 - D_{IF}} \quad (16)$$

依据式 (12), A_n 具有 $[L]^{D_{IF}}$ 的量纲^[17], 因此 σ_0^* 具有非整数维的量纲 $[F][L]^{-D_{IF}}$, 它与试样尺寸无关, 反映了孔壁材料的本征力学性能, 即孔壁屈服应力. $1/p^n$ 是 n 次迭代时度量的码尺, 由泡沫铝具有分形特征的尺寸下限 ℓ_0 决定. 对于边长为 $a = b = \alpha d$ (α 为平均孔径倍数) 的矩形泡沫铝试样, 有

$$\frac{1}{p^n} = \frac{\ell_0}{\alpha d} \quad (17)$$

泡沫金属特殊的尺寸效应主要源于其显著的边界效应. 当试样尺寸由大减小时 (即 α 值变小), 由于试样边界不承载的自由孔壁所占比例上升, 边界层的约束减小, 因此测量的屈服应力和弹性模量均显著降低. 根据 Onck 等^[2]的分析模型, 有

$$\frac{\sigma_{pl}}{\sigma_{pl}^*} = \frac{\left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2}{\alpha^2} \quad (18)$$

其中 σ_{pl} 是边长为 αd 的试样在该尺寸下的屈服应力, σ_{pl}^* 为真实屈服应力. 结合式 (16)~(18), 可获得修正后的含尺寸效应和分形维数的泡沫铝屈服应力

$$\sigma_0 = \sigma_0^* \left(\frac{\ell_0}{\alpha d} \right)^{2 - D_{IF}} \frac{\left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2}{\alpha^2} \quad (19)$$

根据上式, 决定泡沫金属屈服应力的主要因素包括基体材料性质 (孔壁屈服应力 σ_0^*)、胞孔和孔壁的细观特征 (分形维数 D)、试样的尺寸 (边长上的孔径数 α)。由图 2 可知, 对于试样 (c), 具有分形特征的下限为 $\log A = -2$, 即 $\ell_0 = 0.11 \text{ mm}$; 对于试样 (e), 具有分形特征的下限为 $\log A = -2.2$, 即 $\ell_0 = 0.09 \text{ mm}$; 其他试样的尺寸下限也可以用同样方法确定。根据式 (19) 可获得几种泡沫铝的屈服强度随尺寸的变化, 采用信息分维, 并采用峰值屈服强度 $\sigma_{0,\max}$ 进行无量纲化, 如图 6 所示。

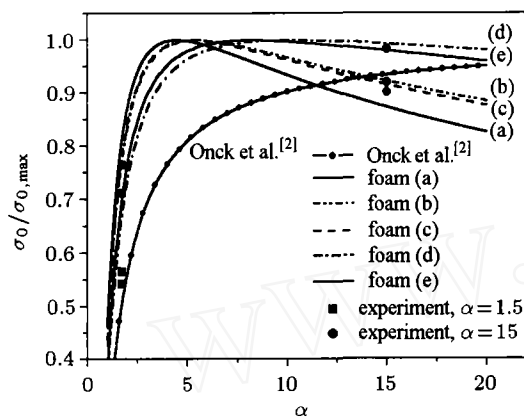


图 6 泡沫铝尺寸效应

Fig.6 Size effect of Al foams

根据 Onck 等^[2]的尺寸效应模型, 屈服应力随试样尺寸增加而不断增大, 当尺寸较大时这种增大的趋势逐渐变缓。本文获得的含分形维数和尺寸效应的模型则表明, 当试样尺寸超过某一临界数值后屈服应力将缓慢下降。这一规律与 Mora 等^[18]研究的石墨泡沫材料具有 3 个特征阶段的尺寸效应行为相似。当试样尺寸大到一定程度时, 边界层对泡沫金属力学性能的影响已经很小, 此时影响强度变化的主要因素是泡沫金属中大尺寸胞孔和显著缺陷, 试样尺寸越大所包含的大尺寸胞孔和显著缺陷的概率越大, 从而导致屈服应力的下降。比较发现, 分形维数越小, 屈服强度下降的趋势越显著, 这充分反映了胞孔细观结构对屈服强度的影响。Onck 等^[2]的尺寸效应模型是基于胞孔呈规则排列的几何模型获得的, 无法考虑胞孔尺寸离散和缺陷分布等对强度的影响。本文的模型引入了分形维数, 能够在一定程度上反映细观结构分布特征。但要证明模型所给出的规律还需开展大量的实验工作, 特别是小尺寸试样 ($\alpha < 3$) 的实验有相当的难度。图 6 中给出我们前期针对泡沫铝 (e) 的部分实验结果^[10], 尺寸系数分别为 $\alpha = 1.5$ 和 $\alpha = 15$, 其中 $\alpha = 1.5$ 试样的

单向压缩实验是在 SEM 内进行的。

5 结 论

本文证明了泡沫金属在一定尺度内具有分形特征, 选取适宜的分形算法对一系列相对密度不同的泡沫铝进行了分形表征, 研究了分维与胞孔尺寸、形状和壁厚等细观结构特征的关系。将任意分维的泡沫铝的细观结构与推广的 Sierpinski 垫片建立映射关系, 推导得到了基于分形理论的泡沫金属的尺寸效应模型。研究表明, 引入分形表征的分析模型不仅能反映泡沫金属由于边界效应引起的屈服应力随试样尺寸改变而发生的特殊变化规律, 还能够表征泡沫金属细观结构特征与力学性能的关系。在后续研究中将进一步阐明分形与细观结构和宏观力学性能的桥梁作用, 并开展广泛实验验证相关规律。

参 考 文 献

- Gibson LJ, Ashby MF. Cellular Solids: Structure and Properties. London: Cambridge University Press, 1997
- Onck PR, Andrews EW, Gibson LJ. Size effects in ductile cellular solids. Part I: modeling. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2001, 43: 681~699
- Mandelbrot BB, Passoja DE, Paullay AJ. Fractal character of fracture surface of metals. *Nature*, 1984, 308: 721~722
- Carpinteri A, Chiaia B, Cornetti P. On the mechanics of quasi-brittle materials with a fractal microstructure. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, 70: 2321~2349
- Khezzzadeh H, Mofid M. Tensile fracture behavior of heterogeneous materials based on fractal geometry. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2006, 46: 46~56
- 谢和平. 分形——岩石力学导论. 北京: 科学出版社, 1996 (Xie Heping. *Fractals in Rock Mechanics*. Beijing: Science Press, 1996 (in Chinese))
- 施明恒, 李小川, 陈永平. 利用分形方法确定聚氨酯泡沫塑料的有效导热系数. *中国科学: E 辑*, 2006, 36(5): 560~568 (Shi Mingheng, Li Xiaochuan, Chen Yongping. *Science in China (Series E)*, 2006, 36(5): 560~568 (in Chinese))
- 张新铭, 彭鹏, 曾丹苓. 石墨泡沫新材料导热的分形模型. *工程热物理学报*, 2006, 27(z1): 82~84 (Zhang Xinming, Peng Peng, Zeng Danling. A fractal model for thermal conductivity of a new material of graphite foam. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2006, 27(z1): 82~84 (in Chinese))
- 何其健, 宋宏伟, 谢季佳等. 基于原位观测的泡沫金属细观与宏观压缩实验研究. *实验力学*, 2007, 22(12): 617~624 (He Qijian, Song Hongwei, Xie Jijia, et al. In situ observation of mesoscopic and macroscopic compression tests of metallic foams. *Journal of Experimental Mechanics*, 2007, 22(12): 617~624 (in Chinese))
- Song HW, He QJ, Xie JJ, et al. Fracture mechanisms and size effects of brittle metallic foams: in situ compres-

- sion tests inside SEM. *Composites Science and Technology*, 2008, 68: 2441~2450
- 11 Motz C, Pippin R. Fracture behaviour and fracture toughness of ductile closed-cell metallic foams. *Acta Materialia*, 2002, 50: 2013~2033
- 12 Mandelbrot BB. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: Freeman, 1983
- 13 褚武扬, 宿彦京, 高克玮等. 材料科学中的分形. 北京: 化学工业出版社, 2004 (Chu Wuyang, Su Yanjing, Gao Kewei, et al. *The Fractals in Materials Science*. Beijing: Chemical Industry Press, 2004 (in Chinese))
- 14 王二恒, 虞吉林, 王飞等. 泡沫铝材料准静态本构关系的理论和实验研究. *力学学报*, 2004, 36(6): 673~679 (Wang Erheng, Yu Jilin, Wang Fei, et al. A theoretical and experimental study on the quasi-static constitutive model of aluminium foams. *Acta Mechanica Sinica*, 2004, 36(6): 673~679 (in Chinese))
- 15 宋宏伟, 虞钢, 范子杰等. 多孔材料填充薄壁结构能量吸收的相互作用效应. *力学学报*, 2005, 37(6): 697~703 (Song Hongwei, Yu Gang, Fan Zijie, et al. Interaction effect in energy absorption of porous material filled thin-walled structure. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2005, 37(6): 697~703 (in Chinese))
- 16 赵桂平, 卢天健. 多孔金属夹层板在冲击载荷作用下的动态响应. *力学学报*, 2008, 40(2): 194~206 (Zhao Guiping, Lu Tianjian. Dynamic response of cellular metallic sandwich plates under impact loading. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, 40(2): 194~206 (in Chinese))
- 17 Carpinteri A, Cornetti P, Puzzi S. Scaling laws and multi-scale approach in the mechanics of heterogeneous and disordered materials. *Applied Mechanics Reviews*, 2006, 59(5): 283~305
- 18 Mora RJ, Waas AM. Strength scaling of brittle graphitic foam. *Proc Royal Society London, A Mat*, 2002, 458(2023): 1695~1718

(责任编辑: 陶彩军)

A FRACTAL STUDY ON MESO STRUCTURES AND SIZE EFFECT OF METALLIC FOAMS¹⁾

He Qijian Song Hongwei²⁾ Huang Chenguang

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

Abstract Meso structure of metallic foam, such as morphologies of cells, cell walls and pores, is very important to its mechanical properties. Unlike honeycombs and some other cellular solids which have sequential and periodical cell structures, metallic foams are inherently disordered in the cell level: non-equally sized and various shaped cells, non-equally dimensioned and curvy cell walls, random pores and cracks. It is impractical to extract a representative cell and build ordered models, and the simplified homogenous models can not reveal the importance of cell structures to the global mechanical properties. A common parameter in analytical models is relative density, which is a macroscopic value that cannot reveal the meso structure of metallic foam. In this paper, a fractal approach is introduced to bridge the morphological parameters of cell structures and the mechanical properties of metallic foams. Cell morphology of Al foams is proved to be a fractal geometry of self-similar in a certain scale, using the slit island method proposed by Mandelbrot. A series of Al foams with different relative densities and meso structures were examined by the box-counting dimension method, the information dimension method and the slit island method. It is found that the fractal dimension is in direct proportion to the ratio of characteristic wall thickness to mean cell diameter. By mapping the cell morphology to the generalized Sierpinski carpet, the mechanical properties of Al foams are expressed as the function of fractal dimension. In addition, the fractal model is combined with the size effect model proposed by Onck et al, and the revised size effect model for metallic foams incorporates stochastic characteristic of meso structures. The results show that the fractal-based model can not only reveal the variation of yield strength with specimen size, but also bridge the meso structures and mechanical properties of Al foams directly.

Key words metallic foams, fractal, size effect, meso structures, mechanical properties

Received 28 January 2008, revised 20 January 2009.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10502049), K.C.Wong Education Foundation of J. X. Lu Excellent Young Scholar, and the State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics CAS.

2) E-mail: songhw@imech.ac.cn