

饱和-非饱和算法在饱和稳定渗流分析中的应用

吴梦喜¹, 杨连枝¹

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要: 本文分析了饱和-非饱和有限元计算方法计算饱和稳定渗流问题的可行性, 指出稳定渗流计算中, 非饱和区的渗流状况只取决于非饱和区的吸力水头和相对渗透系数之间的关系, 并给出非饱和参数的确定方法。结合甘油模型试验, 验证了非饱和渗透系数确定方法的合理性。当自由水面穿过从渗透系数小的区域进入渗透系数大的区域时, 介质的接触面部位会出现孔压间断这种物理现象。本文计算了竖向和倾斜的两种介质接触面, 给出了模拟与不模拟孔压间断现象时渗流场的不同。结果表明, 介质接触面的渗透系数相差越大, 孔压间断现象越明显, 模拟与不模拟孔压间断现象的渗流场差别就越大; 若不模拟孔压间断现象, 计算则不易收敛。

关键词: 饱和-非饱和, 稳定渗流, 非饱和渗透参数, 孔压间断, 有限元

1 引言

稳定渗流分析在工程中应用广泛, 在水电站的渗流控制分析中常常采用。水电站厂坝区稳定渗流场是有典型的自由面渗流问题, 存在饱和和非饱和两个区域。渗流控制方案论证常常针对正常高水位情况下的稳定渗流工况开展。由于非饱和区域不存在渗透破坏问题, 且这一工况的非饱和渗流对饱和区的渗流场和总体的渗流量影响很小, 因而渗流分析主要针对饱和和渗流域。稳定渗流问题可以采用只计算饱和和渗流域渗流的饱和算法, 也可以采用整个渗流域都计算的饱和-非饱和算法。

对于饱和算法, 由于自由面是饱和和渗流域的边界, 其位置在求解过程中又是未知的, 因而计算域需要在迭代中确定。饱和算法可分为移动网格法和固定网格法。移动网格法就是在迭代寻找自由面过程中不断改变网格以适应计算域变化的方法。因为其计算网格需要不断变化, 在计算分层介质和三维问题中都存在很大的困难。自 1973 年 Neulnan^[1]首次提出用不变网格求解有自由面的渗流场以来, 基于固定网格的自由面数值模拟方法研究及其应用发展迅速。Desai^[2](1976)提出了剩余流量法, 在每次迭代中求出穿过近似自由面的流量, 依此计算其相应节点流量, 用以修正方程右端项。张有天等^[3](1988)提出了初流量法, 依据上一步迭代的节点水头与单元渗透矩阵计算自由面穿越单元的节点流量, 将自由面以上节点的流量的相反值作为节点初流量加到方程之中。吴梦喜等^[4](1994)提出了虚单元法, 通过调整自由面穿越单元的节点位置, 实现饱和和非饱和两个计算区域的区分, 非饱和区域的单元作为虚单元不参与计算。Bathe 等^[5](1979)提出了单元渗透矩阵调整法, 在每次迭代计算中先求出自由面的位置, 自由面以上部分的渗透系数缩小若干倍(如 1000)来求单元的渗透矩阵。上述方法, 在饱和稳定渗流中应用比较广泛。其主要特点是在迭代过程中对自由面穿越单元进行特殊处理。

饱和-非饱和算法计算在全域中进行, 无需进行自由面穿越单位的特殊处理。由于非饱和渗透系数与饱和度有关, 渗透系数需要在迭代过程中确定。Van Genuchten^[6]、Brooks and Corey^[7]、Mualem's (1976)^[8]、Gardner^[9]根据土体非饱和和特征曲线提出了土体非饱和相对渗透系数、饱和度与孔隙水压力之间的经验公式, 这为非饱和计算提供了便利, 在实际饱和和非饱和渗流问题分析中应用广泛, 但模型参数的确定需要进行非饱和实验。对于非饱和区域渗流不重要的问题, 如何既能利用饱和和非饱和算法, 又不需要进行试验, 而取得合适的计算参数, 是一个很有实际应用价值的问题。

多种介质渗流中不同介质接触界面上还可能存在孔隙水压力不连续问题^[10], 这种不连续也叫做

基金项目, 自然科学基金(批准号: 10472122)

作者简介: 吴梦喜, 男, 1967年4月生, 高工。主要从事岩土工程渗流与变形的数值方法研究。

孔压间断。渗流计算中如果不对这种现象，迭代计算不能收敛。

本文采用第一作者开发的饱和-非饱和渗流有限元程序 SEEPAGE（下载地址：<http://www.imech.ac.cn/seepage1.0/index.htm>），探讨了饱和稳定渗流场计算中非饱和参数的选取和水电站渗流分析中孔压间断的模拟问题。

2 非饱和参数的选取

SEEPAGE软件中，对于非饱和和相对渗透系数、饱和度、孔隙水压力关系的计算，提供了两种模式，一种是依据输入参数按照 Van Genuchten 公式和 Mualem 公式计算，另一种是依据输入的渗透系数、饱和度、孔隙水压力离散数据，进行插值计算，其中，饱和度与孔压的关系按线性插值，饱和度与相对渗透系数（取对数）的关系按半对数插值，共需要输入20个点的数据。稳定渗流中，由于节点含水量不随时间变化，因而饱和度、孔隙水压力、相对渗透系数关系中影响计算结果的只是非饱和区的吸力水头与相对渗透系数的关系。

本文中非饱和和相对渗透系数的算法采用的是第二种。由于最大的吸力水头不会超过计算模型中的最大水头差值，因此，吸力水头的最大取值只要大于这个差值即可。非饱和参数的取值为： $(1, 0, 1)$ 、 (s_1, p_1, kr_1) 、 $(s_2, p_2, kr_2) \dots, (s_{19}, p_{19}, kr_{19})$ ，其中 $s_1 > s_2 \dots, p_1 < p_2 \dots, kr_1 \leq kr_2 \dots$ 。

文献[11]介绍了一个6m高、4m宽的矩形均质土坝，给出了上游水位6.0m、下游水位1.0m时的稳定渗流甘油模型试验自由面结果。下面采用饱和和非饱和渗流算法对这一模型进行数值模拟。采用 SEEPAGE 程序的二维模式进行计算，单元采用4节点平面单元，共分析了网格尺寸为 $0.25\text{m} \times 0.25\text{m}$ 、 $1\text{m} \times 1\text{m}$ 的两种情况下的渗流场。

将相对渗透系数 $kr_1 \sim kr_{19}$ 取为 $1/1000$ ， p_1 的取值可根据网格的情况而定， p_{19} 取 6.0 m ，中间数值任意取值不影响计算结果。程序计算过程中，当吸力水头介于 $0 \sim p_1$ 之间，相对渗透系数在 1 和 kr_1 之间半对数插值，吸力水头大于 p_1 之后相对渗透系数均为同一个值。 p_1 越大，计算越容易收敛，但为了模拟饱和渗流问题， p_1 又不能太大。因此， p_1 的取值的合理与否会影响渗流计算结果的收敛与否。

甘油模型网格尺寸为 $0.25\text{m} \times 0.25\text{m}$ ， $p_1 = 0.1\text{m}$ 时，迭代计算10次时两次计算的最大水头迭代误差为 0.14m ，迭代100次时最大水头迭代误差为 0.19m ，两次计算的水头迭代误差一直在 $0.10\text{m} \sim 0.19\text{m}$ 之间跳动。图 1 (a) 是计算的等压力水头线与实验结果的对比，0压线靠近下游侧的部位出现了小突起，数值模拟的结果并不是很好。修改 p_1 的值，将其改为 0.3m ，略大于网格的高度方向的尺寸，迭代计算10次时两次计算的最大水头迭代误差为 0.2m ，迭代100次时最大水头迭代误差为 0.0008m ，水头迭代误差小于 0.001m ，渗流场的计算情况见图 2 (b)，数值计算的结果与试验结果吻合。从上面的分析可以看出， p_1 的取值对计算结果的收敛性影响很大，若选取过小，则可能引起数值振荡。

甘油模型的网格尺寸为 $1\text{m} \times 1\text{m}$ 时， $p_1 = 0.1\text{m}$ 时，水头迭代了12次时两次迭代的最大水头差为 0.0008m ，计算结果与试验结果吻合，如图 2 所示。由上可知， p_1 是与网格的粗细相关的量，合理的 p_1 能够保证饱和-非饱和渗流计算的收敛性。

从上面的分析可知，采用饱和-非饱和渗流计算方法的计算结果与实验结果基本一致，这种非饱和参数的确定方法是可行的。

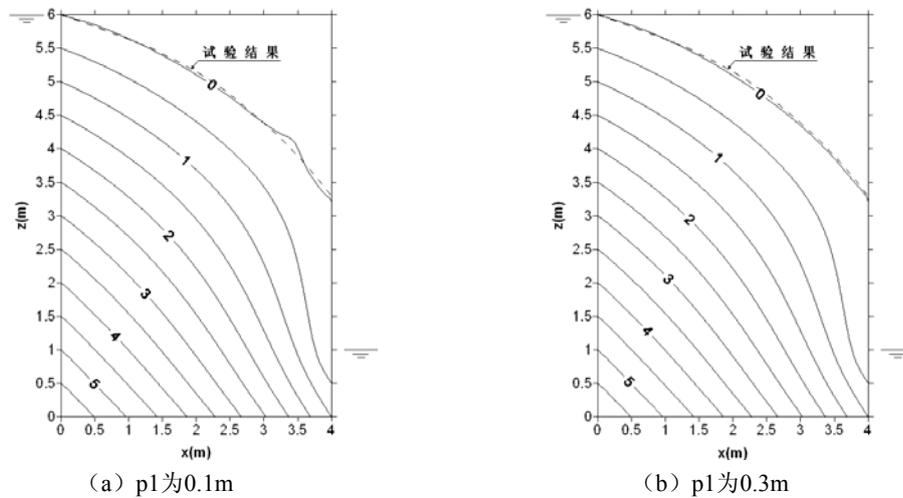


图 1 网格尺寸为 0.25m×0.25m 的等压力水头线 (m)

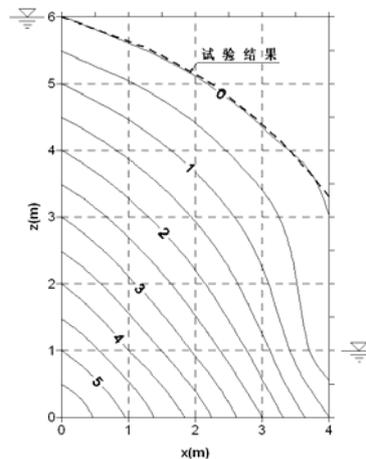


图 2 网格尺寸为 1m×1m 的等压力水头线 (m)

3 孔压间断的模拟

当自由水面穿过从渗透系数小的区域进入渗透系数大的区域时，介质的接触面部位会出现孔压间断这种物理现象。下面分析几种不同的介质接触面情况，以分析孔压间断现象的模拟与否对渗流计算结果的影响。孔压间断的模拟采用文献[10]提供的方法。

3.1 竖向接触面

图 3 为 4×6m 的土坝模型，网格尺寸为 0.5m×0.5m，上游水位为 5.0m，下游水位为 1.0m。左侧介质材料的渗透系数 k_1 ，右侧介质材料的渗透系数为 k_2 ，两种材料的非饱和和相对渗透系数 $kr_1 \sim kr_{19}$ 取为 1/1000。单元采用 4 节点平面单元，共分析了 $k_2=1.5k_1$ 、 $k_2=3k_1$ 、 $k_2=10k_1$ 的三种工况下的渗流场。图 4 是模拟孔压间断时三种工况的等压力水头线， p_1 取值为 0.2m。工况 1 中，水头迭代 18 步时，两次迭代的最大水头差值为 0.0009m，在两种介质的接触面部位出现了约 0.5m 的孔压间断面，如图 4 (a) 所示。工况 2 中，水头迭代 27 步时，两次迭代的最大水头差值为 0.0009m，在两种介质的接触面上出现了约 1.5m 的孔压间断面，如图 4 (b) 所示。工况 3 中，头迭代 18 步时，两次迭代的最大水头差值为 0.0009m，在接触面出现了约 2m 的孔压间断面，如图 4 (c) 所示。

图 5 是不模拟孔压间断时三种工况的等压力水头线。工况 1 中， p_1 为 0.2m，水头迭代 31 步时，两次迭代的最大水头差值为 0.0009m，自由水面在渗透系数为 k_2 的区域要高于模拟孔压间断时的自由

水面，如图 5 (a) 所示。工况 2 中， p_1 为 0.2m，水头迭代 23 步时，两次迭代的最大水头差值为 0.5m，迭代次数增加至 200 时，迭代误差为 0.7m，两次水头迭代误差在 0.5m~0.7m 之间跳动，迭代 200 次时的等压力水头线见图 5 (b)，自由水面在两种介质材料的接触面部位平缓降低，与模拟孔压间断时的自由水面位置相差较远。工况 3 中， p_1 为 0.5m，迭代 200 步时，两次迭代的最大水头差值仍有 1.14m，在两种介质的接触面部位自由水面出现了比较大的弯折。

从上面的分析可知，当介质接触面为竖向面时，自由水面从渗透系数小的区域进入渗透系数大的区域，不论两者的渗透系数相差多小，不模拟间断和模拟间断的结果都有比较大的差异。若不模拟孔压间断现象，则渗流计算可能不收敛。

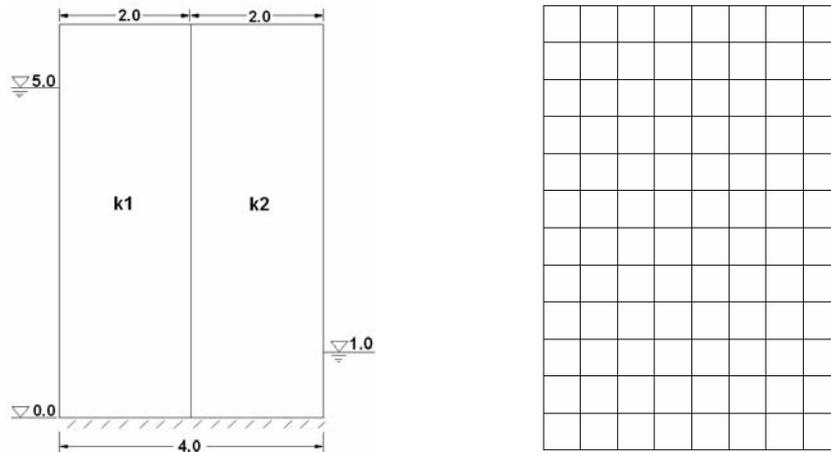


图 3 竖向接触面模型 (单位: m)

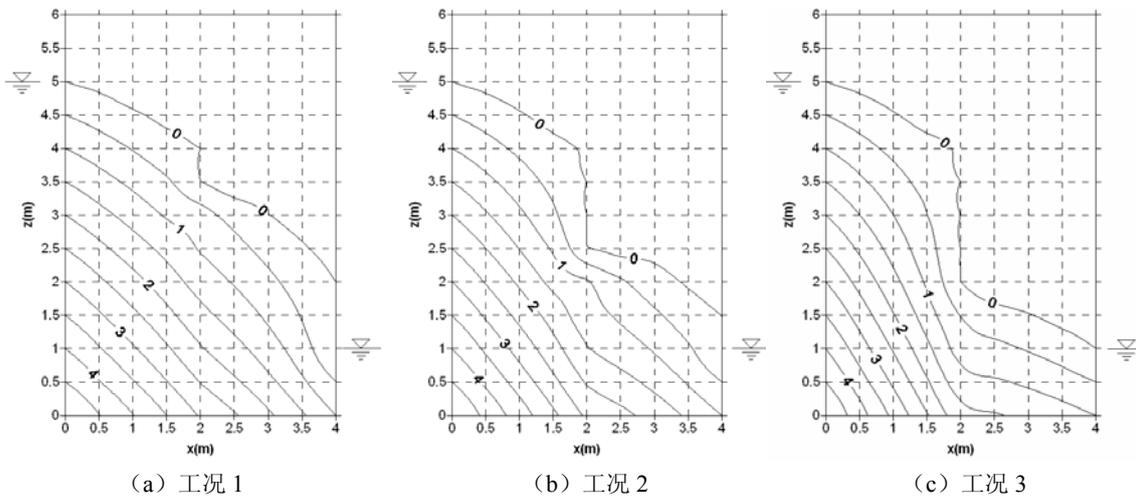


图 4 模拟孔压间断时的等压力水头线 (m)

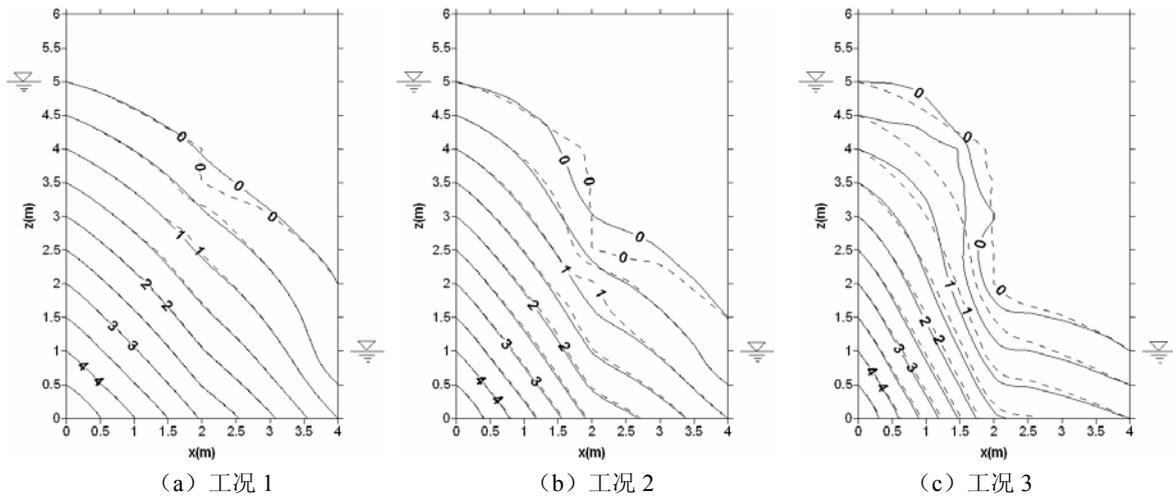


图 5 模拟（实线）和不模拟（虚线）孔压间断的等压力水头线（m）

3.2 斜向材料接触面

图 6 是介质接触面为斜面时的计算模型，共有三种渗流介质，单元的高度为 5.0m，上游水位为 90m，下游水位为 10.0m，三种材料的非饱和相对渗透系数 $kr_1 \sim kr_3$ 取为 1/1000。两个接触面的倾角分别为 60° 、 30° 。单元采用 4 节点平面单元，共分析了 $k_3 = k_2 = 10k_1$ 、 $k_3 = 10k_2 = 10k_1$ 的两种工况下的渗流场。

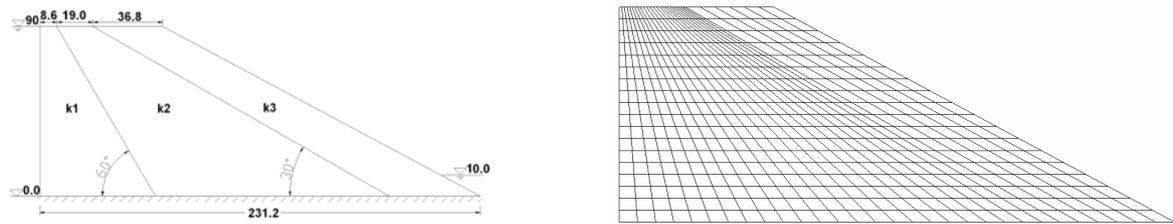


图 6 斜向接触面模型（单位：m）

图 7 (a) 为工况 1 ($k_3 = k_2 = 10k_1$, p_1 取 0.2 m) 不模拟孔压间断和模拟孔压间断计算出来的等压力水头线，若模拟孔压间断，水头迭代 14 步，两次水头迭代误差最大值为 0.2 m；若不模拟孔压间断，水头迭代 200 步，两次水头迭代误差最大值为 13.27m。图 7 (b) 为工况 2 ($k_3 = 10k_2 = 10k_1$, p_1 取 0.2 m) 不模拟孔压间断和模拟孔压间断计算出来的等压力水头线，若模拟孔压间断，水头迭代 27 步，两次水头迭代误差最大值为 0.1 m；若不模拟孔压间断，水头迭代 200 步，两次水头迭代误差最大值为 16.23m，计算结果没有收敛。从上面两种工况的计算分析可知，当介质接触面为斜向时，自由水面从渗透系数小的区域进入渗透系数大的区域，不模拟孔压间断时渗流计算往往不收敛。

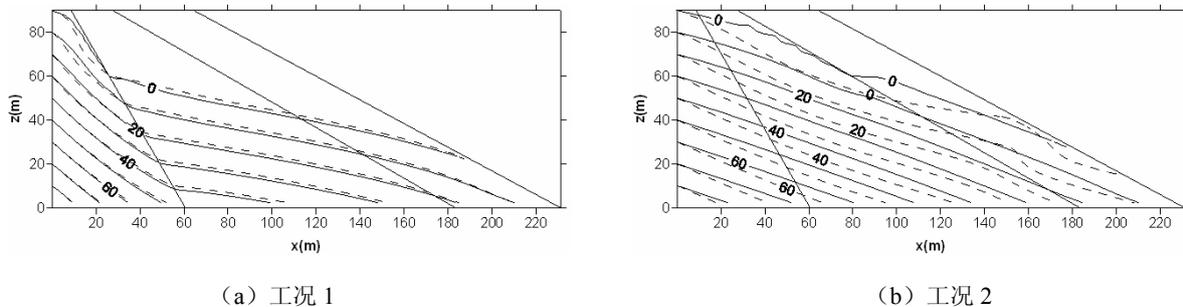


图 7 模拟（实线）和不模拟（虚线）孔压间断的等压力水头线（m）

4 结论

本文分析了采用饱和-非饱和渗流计算方法模拟饱和和稳定渗流问题的合理性,指出稳定渗流计算中,非饱和区的渗流状况只取决于非饱和区的吸力水头和相对渗透系数之间的关系,并给出了非饱和和相对渗透系数的确定方法,将不同网格密度条件下的渗流场与4m×6m的均质土坝的甘油模型试验数据对比,论证了这种非饱和和渗透系数确定方法的合理性和可行性。

当自由水面从渗透系数小的区域进入渗透系数大的区域时,介质的接触面孔压间断现象的存在是计算中必须考虑的。通过对竖向与斜向介质接触面的孔压间断的模拟,表明,接触面两侧渗透系数倍数的不同决定了间断面的尺寸的不同,若不模拟介质接触面间的孔压间断现象,计算则不易收敛。

参考文献

- 1 Neuman S.P. Saturated-unsaturated Seepage by Finite Elements [J]. Hydraulic Div., ASCE 1973, Vol.99, No.12.
- 2 Desai C. S.. Finite Element Residual Scheme for Unconfined Flow [J]. Int.J.Numer. Methods, Engrg, 1976, 10(1): 1415~1418.
- 3 张有天, 陈平, 王镭. 有自由面渗流分析的初流量法[J].水利学报, 1988, 8: 18~26.
- 4 吴梦喜, 张学勤. 有自由面渗流分析的虚单元法[J]. 水利学报, 1994, 8: 67~70.
- 5 Bathe, Klaus-Jürgen, Khoshgoftaar M.R.. Finite Element Free Surface Seepage Analysis without Mesh Iteration [J]. Int.J.Num.Anal.Methods in Geomechanics, 1979, 3(1): 13~22.
- 6 Van Genuchten, M.T.. A closed form equation of prediction the hydraulic conductivity of unsaturated soils [J]. Soil Sci. Soc. Am., 1980, 44: 892~898.
- 7 Brooks, R.H., Corey A.T.. Hydraulic Properties of Porous Media. Colorado State University, 1964, Hydrology Paper 3: 22-27.
- 8 Mualem, Y.. A new model for predicting the conductivity of unsaturated porous media [J]. Water Resources., 1976, 12: 513~522.
- 9 Gardner, W.R.. Some steady states solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. Soil Sci. 1958, 85:228~232.
- 10 吴梦喜, 丁留谦. 含孔压间断面的饱和-非饱和和渗流数值模拟[J], 水利水电技术(待刊).
- 11 毛昶熙. 渗流计算分析与控制[M]. 北京: 中国水利电力出版社, 1999, 316~317.

Saturated-unsaturated finite element method in analysis of stable seepage

WU Mengxi*, Yang Lianzhi*

*(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing, 1001900)

Abstract This article discusses the feasibility of calculation of the saturated flow with the saturated-unsaturated finite element method, shows that the flow situation in unsaturated zone only depends on the relative relationship between the suction head and the relative permeability, and give the method how to determine the unsaturated parameters. Combined with glycerol model test, the non-saturation parameters' selection is proved to be reasonable. When water flows through two porous media, the pore water pressure will be discontinuous at the

interface in unsaturated zone, and this physical phenomenon of pore pressure discontinuity must be considered if we use the saturated-unsaturated algorithm. This paper investigates the difference in the seepage fields with pore pressure discontinuity to deal with and not to deal with, when the interface is vertical or inclined. The results show that, the more permeability difference between the two stuffs on both sides of contact surface, the phenomenon of pore pressure discontinuity will be more obvious; the flow characters will be more different when the discontinuity is simulated from that when the discontinuity is not simulated; convergence of the calculation is not easy, if we don't simulate the pressure discontinuity.

Keywords saturated-unsaturated, stable seepage, unsaturated parameter, pore water pressure discontinuity, finite element method.