

# 自适应光学对大气扰动波前的补偿效果研究 II 水平大气传输时的结果分析\*

张德良 姜文汉 吴旭斌

严海星 李树山

(中国科学院光电技术研究所, 成都 610209) (中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘 要** 讨论了光波在水平大气湍流中传输时的情况。计算结果表明自适应光学系统的补偿效果与光波传播路径上的横向风有很大的关系。大气湍流的强度越大, 自适应光学系统的截止频率越高, 横向风的影响也越大。计算结果还表明在相同的  $r_0$  或者相同的大气湍流强度下, 球面波所受大气扰动的自适应光学补偿效果受横向风的影响要比平面波的厉害。本文还将理论分析的结果和数值模拟的结果进行了比较, 表明数值模拟结果受横向风的影响比理论分析结果受横向风的影响大。最后, 文中分析了以上现象并对此作出了合理的解释。

**关键词** 自适应光学, 大气湍流, 补偿效应。

## 1 引 言

自适应光学系统能够补偿光波在大气中传播时, 由大气湍流引起的波前相位扰动<sup>[1]</sup>。但由于系统自身的时间带宽和空间带宽有限, 系统对波前扰动的补偿是不完全的。此外, 系统还存在着时间延迟, 当光波传播路径上存在横向风或者横向阵风时, 时间延迟使得被补偿光波所经过的大气湍流与信标光所经过的大气湍流相比发生了变化。因此, 有必要弄清楚以上各因素对自适应光学系统补偿效果的影响。文献[2]已经得到在考虑了以上各因素的情况下, 自适应光学系统对光波波前大气扰动的补偿效果与光波传播路径上的大气条件之间关系的解析表达式。本文在此基础上分析了光波(平面波和球面波两种情况)传输路径上的大气条件对自适应光学系统补偿效果的影响。当然, 以上分析都是光波在水平大气中传播时进行的, 因为这样可以使问题变得简单, 同时也不失其一般性。由于光波在水平大气中传输, 可以假定大气湍流和横向风速在光波传输路径上均匀分布。

## 2 给定条件下的剩余波前相位结构函数

本节将给出用 Kolmogorov 谱描述大气湍流, 用矩形函数描述系统的空间传递函数并考虑系统的时间延迟时, 经系统校正后剩余波前相位扰动的结构函数。在文献[2]中已经得到光波在大气中传输时, 其所受的大气湍流扰动经自适应光学系统补偿后的剩余相位结构函数

\* 国家科委863高技术项目。

收稿日期: 1997-07-25; 收到修改稿日期: 1998-01-26

为

$$D(\alpha) = 0.00969k^2 \int_0^h C_n^2(h) \iint \rho |1 - H[\rho \cdot v(h), X(h)\rho]|^2 \times \Phi_n^{(0)}(\rho) 2[1 - \cos(2\pi\rho \cdot X(h)\alpha)] \quad (1)$$

式中  $\alpha$  为成像系统的接收孔径上任两点间的距离矢量,  $k$  为光波波数,  $L$  为光波传输距离,  $C_n^2(h)$  为光波传输路径上大气湍流折射率起伏的结构常数分布,  $\rho$  为频率域的空间频率向量,  $v(h)$  为光波传输路径上的横向风速,  $\Phi_n^{(0)}(\rho)$  为大气湍流折射率起伏的空间谱,  $X(h)$  为与光波类型有关的参量, 对于平面波,

$$X(h) = 1 \quad (2)$$

对于球面波,

$$X(h) = 1 - h/L \quad (3)$$

$H(f, \rho)$  为自适应光学系统的时空传递函数,

$$H(f, \rho) = H_t(f)H_s(\rho) \quad (4)$$

最早讨论系统的空间传递函数的 Tyson<sup>[5]</sup>认为自适应光学系统的关键元件变形镜在空间域对光波波前相位扰动而言是一个滤波器, 并提出了两种描述变形镜对光波波前相位扰动的校正能力的传递函数,

$$H_s(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \leq 1/2d \\ 0 & \rho > 1/2d \end{cases} \quad (5a)$$

$$H_s(\rho) = \exp[-0.693(2d\rho)^b] \quad (5b)$$

其中  $d$  为变形镜的驱动器间距,  $b$  为与变形镜驱动器间的耦合系数有关的平滑因子。(5b)式的引入主要是反映变形镜传递函数连续变化的特性。张德良、严海星等人在对自适应光学系统进行数值模拟时<sup>[8]</sup>, 认为在自适应光学系统中, 波前传感器的采样点是有限的, 它测量不出光波波前的小尺度变化; 同时波前校正元件变形镜的驱动器数目也是有限的, 它也校正不了光波波前的小尺度变化。模拟结果表明, 上述的两种传递函数都能比较好地反映自适应光学系统对光波波前相位扰动的校正。由于(5a)式的形式更为简洁, 因此在本文中采用该式的形式。由于实际上系统的空间校正能力除与变形镜的驱动器间距  $d$  有关外, 还和波前传感器的子孔径尺寸, 波前复原算法, 波前传感器和变形镜的匹配等因素有关, 因此, 本文引入系统的空间截止频率  $\rho_0$  来描述系统对波前相位扰动的校正能力,

$$H_s(\rho) = \begin{cases} 1 & |\rho| \leq \rho_0 \\ 0 & |\rho| > \rho_0 \end{cases} \quad (6)$$

自适应光学系统的时间传递函数和具体的波前控制算法有关。将理论分析所得到的结果和静态数值模拟的结果进行比较。系统的静态数值模拟是指将信标光所包含的波前扰动信息进行波前探测、复原、并转换为变形镜的校正信息后, 加到  $\Delta t$  时刻后需要补偿的光波波前上。静态数值模拟没有考虑系统的动态控制, 但在很大程度上还是能够反映系统对动态光波波前相位扰动的补偿。与这种静态数值模拟相对应的系统时间传递函数为

$$H_t(f) = \exp(-i2\pi f \Delta t) \quad (7)$$

若大气湍流用湍流的 Kolmogorov 谱描述,

$$\Phi_n^{(0)}(\rho) = \rho^{-11/3} \quad (8)$$

将(4)式、(6)式、(7)式和(8)式入(1)式, 最后得到经系统补偿后光波波前剩余相位的结构函

数为

$$D(\alpha) = 6.88(\alpha/r_0)^{5/3} + 0.00969k^2 \int_0^L dh C_n^2(h) 4\pi \rho^{5/3} d\rho \{1 - J_0[2\pi\rho\chi(h)\alpha] - 2J_0[2\pi\rho\nu(h)\Delta t] + J_0[2\pi\rho|\nu(h)\Delta t + \chi(h)\alpha|] + J_0[2\pi\rho|\nu(h)\Delta t - \chi(h)\alpha|]\} \quad (9)$$

其中  $r_0$  为大气湍流的相干长度, 它表达了光波经过大气湍流传输后其波面上相位仍然相干的两点间的最大尺度<sup>[9]</sup>,

$$r_0 = [0.423k^2 \int_0^L dh C_n^2(h) \chi^{5/3}(h)]^{-3/5} \quad (10)$$

### 3 不同情况下自适应光学系统的补偿效果

设  $C_n^2(h)$  和  $\nu(h)$  沿光波传输路径的分布是均匀的。采用 Strehl 比  $SR$  来描述自适应光学系统对光波波前大气扰动的补偿效果。Strehl 比  $SR$  与剩余相位结构函数之间的关系为<sup>[3]</sup>

$$SR = \iint d^2\alpha K(\alpha) \exp[-\frac{1}{2}D(\alpha)] \quad (11)$$

其中  $K(\alpha)$  为系统孔径函数的自卷积, 其表达式已由文献[9]给出。

本文首先考察自适应光学系统处于开环状态时大气湍流对光波波前的扰动情况。对于光波波前所受扰动的自适应光学补偿, 针对了实际的37单元自适应光学系统的情况<sup>[4]</sup>。此外, 为了弄清处于极端理想的自适应光学系统对光波波前扰动的补偿效果, 考察了系统空间截止频率为无限大时的情况。在这些过程中, 还同时对球面波和平面波进行了分析。

#### 3.1 当自适应光学系统处于开环状态时,

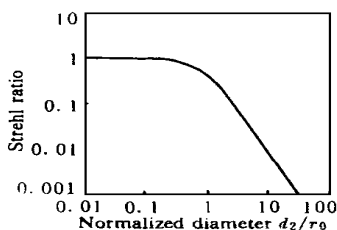


Fig 1 Relationship between open-loop Strehl ratio  $SR$  and coherence length  $r_0$  of the atmospheric turbulence

$$\rho_0 = 0 \quad (12)$$

系统的剩余相位结构函数为

$$D(\alpha) = 6.88(|\alpha|/r_0)^{5/3} \quad (13)$$

对应的系统 Strehl 比  $SR$  为

$$SR = \iint d^2\alpha K(\alpha) \exp[-3.44(\alpha/r_0)^{5/3}] \quad (14)$$

可见, 在相同  $r_0$  的情况下, 平面波和球面波所受的大气湍流扰动是相同的, 并且不会受到光波传输路径上横向风的影响。图1给出了不同  $r_0$  情况下的系统的 Strehl 比  $SR$ , 系统接收孔径的直径  $d_2 = 0.1$  m, 孔径遮拦比  $\gamma = 1/3$ , 光波波长  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ , 光波传播距离  $L = 340$  m。

#### 3.2 对于空间带宽有限的自适应光学系统

参照了37单元自适应光学系统的情况, 一般而言, 自适应光学系统的空间截止频率与系统校正元件驱动器间距  $d$  之间存在如下关系<sup>[5]</sup>,

$$\rho_0 = 1/(2d) \quad (15)$$

在37单元自适应光学系统中,  $d = 0.033$  m, 把(14)式入(8)式, 得到

$$D(\alpha) = 6.88(\alpha/r_0)^{5/3} +$$

$$\int_0^L \int_0^{1/[2dX(h)]} \rho^{5/6} d\rho \{ 1 - J_0[2\pi\rho X(h)\alpha] - 2J_0(2\pi\rho v\Delta t) + J_0[2\pi\rho |v\Delta t + X(h)\alpha|] + J_0[2\pi\rho |v\Delta t - X(h)\alpha|] \} \quad (16)$$

对应的系统 Strehl 比  $SR$  为

$$SR = \iint d^2\alpha K(\alpha) \exp \{ - 3.44(\alpha/r_0)^{5/6} - \int_0^L \int_0^{1/[2dX(h)]} \rho^{5/6} d\rho [ 1 - J_0[2\pi\rho X(h)\alpha] - 2J_0(2\pi\rho v\Delta t) + J_0[2\pi\rho |v\Delta t + X(h)\alpha|] + J_0[2\pi\rho |v\Delta t - X(h)\alpha|] \} \quad (17)$$

可以看出, 这时系统的补偿效果与光波传输路径上的横向风速有关。

### 3.3 对于理想的系统

$$\rho_0 = \quad (18)$$

这时补偿后的光波波前剩余相位结构函数为

$$D(\alpha) = 13.76(\alpha/r_0)^{5/6} + 2(\Delta t/\tau_0)^{5/6} - 2.91k^2 \int_0^L dhC_n^2 |v\Delta t + X(h)\alpha|^{5/6} - 2.91k^2 \int_0^L dhC_n^2 |v\Delta t - X(h)\alpha|^{5/6} \quad (19)$$

其中为大气湍流的时间常数<sup>[6]</sup>,

$$\tau_0 = [2.91k^2 \int_0^L dhC_n^2 |v|^{5/6}]^{-3/5} \quad (20)$$

对应的系统 Strehl 比  $SR$  为

$$SR = \iint d^2\alpha K(\alpha) \exp \{ - 6.88(\alpha/r_0)^{5/6} - (\Delta t/\tau_0)^{5/6} + 1.455k^2 \int_0^L dhC_n^2 |v\Delta t + X(h)\alpha|^{5/6} + 1.455k^2 \int_0^L dhC_n^2 |v\Delta t - X(h)\alpha|^{5/6} \} \quad (21)$$

从(21)式中同样可以看出, 理想系统对光波所受大气湍流扰动的补偿效果也受到光波传输路径上的横向风的影响。

图2给出了在两种  $r_0$  情况下理想系统对平面波以及球面波所受扰动的补偿效果。图3(a), 图3(b)分别给出了  $r_0$  为0.02 m 和0.05 m 时空间带宽有限的自适应光学系统对平面波和球面波所受扰动的补偿效果受光波传播路径上的横向风的影响情况。可以看出, 在相同的  $r_0$  情况下, 不论是理想系统还是空间带宽有限的自适应光学系统, 球面波时的系统补偿效果受横向风的影响比平面波时的影响大。

在图2、图3(a)和图3(b)中, 对球面波时和平面波时的系统补偿效果的比较都是在相同的  $r_0$  情况下进行

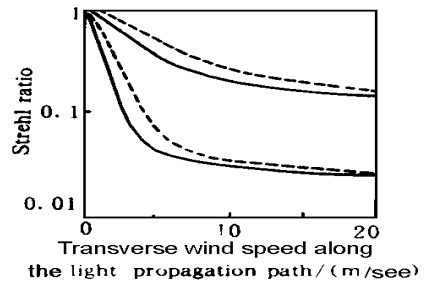


Fig. 2 Relationship between Strehl ratio  $SR$  of an ideal adaptive optics system and transverse wind speed along the light propagation path. The two solid lines and the two dashed lines are corresponding to spherical wave and plane wave, respectively. Each two lines up to low are corresponding to  $r_0 = 0.05$  m,  $0.02$  m, respectively

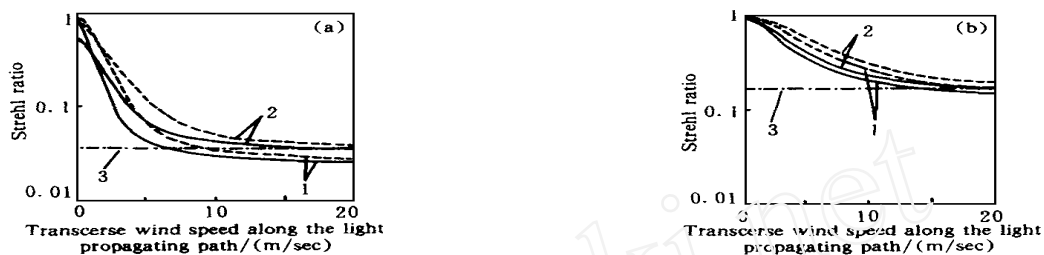


Fig 3 Relationship between Strehl ratio  $SR$  and transverse wind speed along the light propagation path. Lines 1, 2, 3 are corresponding to ideal adaptive optics system, adaptive optics system with finite bandwidth, and open-loop conditions. The solid lines are corresponding to spherical wave while the dashed lines to plane wave. (a):  $r_0$  is 0.02 m, (b):  $r_0$  is 0.05 m

的, 然而, 相同的  $r_0$  对球面波和平面波所对应的大气湍流强度是不一样的。图4(a)和图4(b)分别给出了大气湍流折射率起伏结构常数  $C_n^2$  为  $1.28 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  和  $C_n^2$  为  $2.77 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时空间带宽有限的自适应光学系统对平面波和球面波所受扰动的补偿效果受光波传播路径上的横向风的影响情况。可以看到, 在大气湍流强度相同的情况下, 平面波所受的影响比球面波所受的影响大。随着横向风速的增加, 球面波所对应的系统 Strehl 比首先降到比开环时还低, 表明这时系统对球面波波前扰动的补偿效果受横向风的影响仍然比对平面波波前扰动的补偿效果受横向风的影响大。但这种现象不如图3(a)和图3(b)中明显。

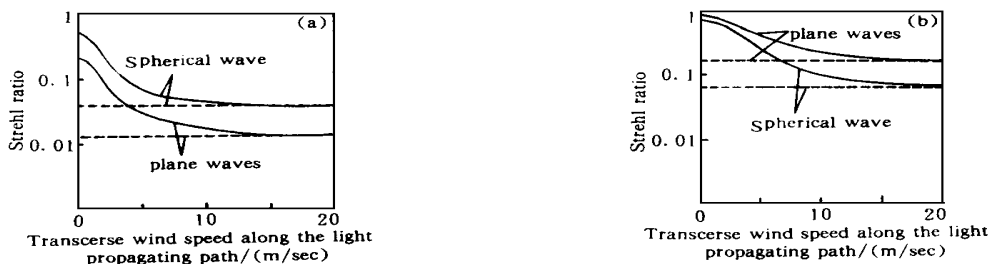


Fig 4 Relationship between Strehl ratio of the 37-element adaptive optics system and transverse wind speed along the light propagation path. The dashed lines are corresponding to open-loop condition. (a):  $C_n^2$  is  $1.28 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ , (b)  $C_n^2 = 2.77 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

#### 4 理论分析和数值模拟结果的比较

对自适应光学系统的研究通常也采用数值模拟的方式进行。数值模拟中, 各种因素对自适应光学系统性能的影响的内在联系不明确, 所得的结果也需要理论的分析解释和检验。因此在对自适应光学系统的研究中, 这两种方法是相辅相成的。

在理论分析和数值模拟中, 系统 Strehl 比的定义是不相同的。理论上, 系统 Strehl 比被定义为受到大气湍流扰动的光波所成像的轴上光强与光波真空传播时所成像的轴上光强之比。而在数值模拟中, 系统 Strehl 比通常被定义为受到大气湍流扰动的光波所成像斑以光轴为中心, 在爱里 (Airy) 斑半径内所含的能量与光波真空传播时所成像斑以光轴为中心, 在爱里斑半径内所含的能量之比。由于大气湍流对光波波前扰动及其补偿的复杂性, 迄今为止这两者之间的定量关系尚未找到。但这两者在反映各种因素对系统补偿效果的影响上, 应该是

一致的。

图5(a)是理论分析中光波为球面波时所得到的系统 Strehl 比受光波传播路径上的横向风的影响情况, 图5(b)为与图5(a)相对应的数值模拟结果。可以看出, 两者都反映出系统对光波波前扰动的补偿效果受横向风的影响很大, 随着横向风速的增加, 系统 Strehl 比很快下降。但数值模拟的结果受横向风的影响要更大一些。需要指出的是, 开环时系统 Strehl 比应与风速无关, 但在图5(b)中开环时系统比随风速的增加而增加, 这主要是由在数值模拟中存在的稳定性造成的。



Fig 5 Relationship between Strehl ratio of the 37-element adaptive optics system and transverse wind speed along the light propagation path about spherical wave. The dashed lines are corresponding to the open-loop condition. (a). obtained from theoretical analysis, (b). obtained from numerical simulation

## 5 结果分析

从图1中可以看到, 当自适应光学系统处于开环状态时, 系统 Strehl 比只与大气湍流的相干长度  $r_0$  有关, 而与光波传输路径上的横向风无关。这是因为无论对球面波还是平面波, 在大气湍流的相干长度一定时, 大气湍流的强度也是一定的。这样任何被横向风吹到光波传输路径上的湍流介质对光波波前扰动的统计特性相同, 因此系统 Strehl 比保持不变。而对于不同的  $r_0$ , 它所对应的大气湍流强度不同, 因而造成的光波波前扰动也不相同。 $r_0$  越小, 大气湍流越强, 光波波前所受的扰动也越厉害, 因而系统的 Strehl 比也就越小。

从图3(a)可以看出, 在横向风速很小时, 系统的空间截止频率越大, 系统的 Strehl 比越大。随着横向风速的增大, 系统 Strehl 比开始下降, 并且截止频率越高的系统, 系统 Strehl 比下降得越快。图3(b)也可以看出这种现象, 但因为  $r_0$  增大, 这种现象变得不那么明显。文献[7]对此现象给出了解释。值得注意的是, 根据图2, 或者比较图3(a)、图3(b), 还可以看出,  $r_0$  越小系统 Strehl 比受横向风的影响也越大。这是因为造成系统 Strehl 比下降的原因主要是由于系统所补偿的波前扰动中频率高于  $1/|v|\Delta t$  的高频成份起了反作用。 $r_0$  越小, 湍流越强, 光波波前所受扰动中的高频成份也越多, 因而补偿了的波前扰动中频率高于  $1/|v|\Delta t$  的高频成份所起的反作用也越大。对于系统的 Strehl 比来说, 也就是它受横向风的影响也越大。

值得注意的是, 从图2, 图3(a), 图3(b)中都可以看出,  $r_0$  相同时, 球面波(聚焦光束)所受扰动的自适应光学补偿效果受光波传输路径上横向风的影响要比平面波(准直光束)的影响大。对此现象作者认为, 由于准直光束和聚焦光束在传输过程中, 其轨迹是不一样的。准直光束在传输过程中, 其光斑大小基本上保持不变, 而聚焦光束在传输过程中, 其光斑直径越来越小。因此很小的横向风速就能在系统延迟时间内将光波传输路径上的湍流介质吹离聚焦光束光斑直径小的地方, 使该处湍流介质在  $\Delta t$  前后几乎完全不相关, 而对准直光束而言,

在横向风速没大到一定程度时,不会出现这种情况,因此,聚焦光束所受大气扰动的自适应光学补偿效果受横向风的影响比准直光束的要大。事实上从(16)式和(17)式中也可以看出这一点。自适应光学系统对每一段大气湍流引起的扰动的补偿带宽为 $\rho_0/\chi(h)$ 。对于聚焦光束来说, $\chi(h) = 1 - h/L$ ,这表明 $h$ 越大,自适应光学系统对该段大气湍流引起的扰动的补偿带宽越高。而对于准直光束来说, $\chi(h) = 1$ ,因此自适应光学系统对不同段大气湍流引起的波前扰动的补偿带宽始终等于 $\rho_0$ 。由于补偿带宽越高,受风速的影响越大,所以据此也可知球面波(聚焦光束)所受大气湍流扰动的自适应光学补偿效果受光波传输路径上横向风的影响要比平面波(准直光束)的影响大。

当大气湍流强度相同时,上述现象也仍然存在,正如图4(a)和图4(b)所示,但不如图2、图3(a)和图3(b)中明显。这是因为以 $r_0$ 为参考时,球面波所对应的大气湍流强度比平面波所对应的大气湍流强度强,因此系统对球面波前扰动的补偿效果受横向风的影响更大。

从图5(a)和图5(b)可以看出,数值模拟结果受横向风的影响比理论分析结果受横向风的影响大。这是因为一方面数值模拟计算时开环结果的不稳定妨碍了对横向风影响的判断,另一方面在数值模拟中,对低频的采样是不完全的,这导致高频成份在波前扰动中所占的比重增大,而高频成份受横向风的影响比低频成份受横向风的影响大,因此最终使得数值模拟的结果受横向风的影响比理论分析结果受横向风的影响大。随着风速的增大,波前扰动中各种频率成分都受到了影响,因此数值模拟结果和理论分析结果逐渐比较接近。

**结 论** 根据以上的结果和分析,作者可以得出如下结论:

- 1) 开环时系统 Strehl 比  $SR$  与光波传输路径上的横向风无关,只与大气湍流的相干长度有关;
- 2) 大气湍流的强度越大,系统 Strehl 比  $SR$  受横向风的影响也越大;
- 3) 系统的空间截止频率越高,系统 Strehl 比  $SR$  受横向风的影响也越大;
- 4) 在相同  $r_0$  的情况下,球面波所受大气湍流扰动的自适应光学补偿效果受光波传输路径上横向风的影响比平面波的影响大;
- 5) 在相同的大气湍流强度下,球面波所受大气湍流扰动的自适应光学补偿效果受光波传输路径上横向风的影响比平面波的影响大,但不像在相同  $r_0$  的情况下明显;
- 6) 在风速较小时,数值模拟结果受横向风的影响比理论分析结果受横向风的影响大。

在完成本文的工作期间,得到了中国科学院光电研究所李新阳先生的帮助,谨在此深表谢意。

## 参 考 文 献

- [1] J. Hardy, Active optics: a new technology for the control of light *Proc IEEE*, 1978, **66**(6)·651~ 697
- [2] 张德良,姜文汉,吴旭斌等, 自适应光学对大气扰动波前的补偿效果研究 I. 理论推导, *光学学报*, 1998, **18**(10)·1262~ 1267
- [3] G. A. Tyler, Turbulence-induced adaptive-optics performance degradation: evaluation in the time domain *J. Opt Soc Am. (A)*, 1984, **1**(3)·251~ 262
- [4] 姜文汉, 光电技术研究所的自适应光学技术 高分辨率自适应光学望远镜, 1996 34~ 46

- [5] R. K. Tyson, D. M. Byrne, The effect of wavefront sensor characteristics and spatiotemporal coupling on the correcting capability of a deformable mirror *Proc SPIE*, 1980, **228**·21~ 25
- [6] D. L. Fried, Time-delay-induced mean-square error in adaptive optics *J. Opt Soc Am. (A)*, 1990, **7**(7)·1224~1225
- [7] 张德良, 姜文汉, 吴旭斌等, 水平大气中横向风对自适应光学系统性能的影响 *光学学报*, 1997, **17**(5)·614~ 620
- [8] 张德良, 对自适应光学系统的理论模拟计算 中国科学院力学研究所硕士论文, 1994
- [9] D. L. Fried, Statistics of a geometric representation of wavefront distortion *J. Opt Soc Am.*, 1965, **55**(11)·1427~ 1435

## Compensation Effect of an Adaptive Optics System for Atmosphere Induced Wavefront Perturbation

### II Analysis of the Results for Light Propagation in Horizontal Atmosphere

Zhang Deliang Jiang Wenhan Wu Xubing

(*Institute of Optics and Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu, 610209*)

Yan Haixing Li Shushan

(*Institute of Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080*)

(Received 25 July 1997; revised 26 January 1998)

**Abstract** The condition of light propagating in the horizontal atmosphere has been considered. It is shown that the compensation effect of an adaptive optics system is strongly related with transverse wind along the light propagation path. When intensity of the atmospheric turbulence becomes stronger, or the cut-off spatial frequency of the adaptive optics system becomes higher, the influence of transverse wind becomes stronger. It is also shown that the influence of transverse wind on the compensation effect for the atmospheric turbulence induced wavefront perturbation on spherical wave is stronger than that on plane wave.

**Key words** adaptive optics, atmospheric turbulence, compensation effect