

## 两相流层的 Marangoni-Bénard 不稳定性分析

刘 荣<sup>1</sup> 刘秋生<sup>1,2</sup>

( 1. 中国科学院力学研究所, 国家微重力实验室, 北京 100080;

2. 中国科学院上海技术物理研究所, 上海 200083 )

**摘 要** 关于液层的 Marangoni-Bénard 不稳定性研究中, 现有文献中普遍采用的是单层流模型。本文建立了一种新的两层流模型, 采用线性稳定性方法对带有蒸发界面的两层流的 Marangoni-Bénard 对流不稳定性进行了分析, 得到了在不同蒸发量下临界 Marangoni 数与波数的关系, 重点讨论了蒸发速率对汽液两层流系统 Marangoni-Bénard 不稳定性的影响。

**关键词** Marangoni-Bénard 对流; 不稳定性; 蒸发

**中图分类号**: O359+1 **文献标识码**: A **文章编号**: 0253-231X(2005)02-0264-03

ANALYSES ON THE Marangoni-Bénard INSTABILITY  
OF TWO PHASE LAYERSLIU Rong<sup>1</sup> LIU Qiu-Sheng<sup>1,2</sup>

(1. National Microgravity Lab, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

2. Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

**Abstract** Marangoni-Bénard convective instability in a two-layer system consisting of an evaporating liquid layer and vapor-phase layer is conducted in this paper by linear stability theory. We have mainly discussed the influence on Marangoni-Bénard instabilities by the changes of evaporation. Spectral method is used to get the neutral curves of Marangoni number versus the wave number.

**Key words** Marangoni-Bénard convection; instability; evaporation

## 1 前 言

从底部加热水平的薄液层, 由于表面张力随温度的变化, 当液层中的温度梯度超过某一临界值时, 液层中会产生流体的对流运动, 对流呈胞元结构。这种由表面张力变化引起的对流<sup>[1]</sup>称为 Marangoni-Bénard 对流。近年来, 许多科学家对两层流或多层不相混合的不同液体的对流运动稳定性问题进行了研究<sup>[2]</sup>, 但是对具有质量交换的蒸发界面的两层流稳定性机理的理论分析研究还不尽透彻。P.Colinet 和 J.C.Legros<sup>[3]</sup>, A. Prospertti<sup>[4]</sup> 曾经通过提出一种单边模型来研究带蒸发界面的 Marangoni-Bénard 不稳定性, 但是在他们的结果中, 都没有解释从下壁面冷却液层的情况下, 为什么会出流体的对流运动。大量的文献在研究蒸发对流的机理时, 都默认液层是从底部加热或从上部冷却, 这与实验结果是不相符合的。

经典的无蒸发现象的两层流体 Marangoni-Bénard 对流不稳定性是由液层中的温度梯度引起的。在两层流体系中, 蒸发会改变液层中的温度梯度, 因此决定系统稳定性的临界 Marangoni 数的大小也会随之变化。同时, 蒸发现象本身还会改变液层与蒸汽之间的换热条件, 从而影响系统的稳定性。关于 Marangoni-Bénard 不稳定性的经典理论很难解释蒸发对流不稳定性的实验结果, 所以在理论上探求蒸发引起的液层不稳定性机理是非常有必要的。

## 2 物理模型

考虑一个带蒸发界面的两层流系统, 由液层和其自身的纯蒸汽组成。物理模型的示意图见图 1。汽-液两层流体处于上下两个水平导热壁面之间。下壁面加热, 上壁面冷却, 两壁面间的外加温度差为  $\Delta T = T_2 - T_1$ 。液层与蒸汽的交界面为自由面。在交界面上有蒸发现象产生, 上壁面是可穿透壁面,

收稿日期: 2004-11-19; 修订日期: 2004-12-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.10372105); 中国科学院知识创新工程项目资助 (No.KJJCX2-SW-L05)

作者简介: 刘 荣 (1976-), 男, 广西桂林人, 博士生, 主要从事微重力流体力学的研究。

可以让蒸汽以一定速率透过。

假设基态界面是没有变形的, 蒸发对液面位置的变化影响很小。由于蒸汽和液体的密度比很小, 在无扰动产生时液层中的液体流动速度  $w_{20} \approx 0$ , 蒸汽层中气体流动的速度  $w_{10}$  为一个常数。分别采用  $H, \nu_2/H, \nu_2/H_2, \Delta T$  为长度, 速度, 时间和温度的无量纲尺度。其中  $H$  为汽液层总厚度,  $\nu_2$  为液层的运动粘性系数,  $\Delta T$  为上下壁面温差。无量纲化后系统的基态温度满足的边界条件满足下列方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta_1}{dz^2} - \frac{PrW_{10}}{\kappa} \frac{d\theta_1}{dz} &= 0 \\ \frac{d^2\theta_2}{dz^2} &= 0 \\ \theta_1(h_1) &= T_1/\Delta T, \theta_2(-h_2) = T_2/\Delta T \\ \theta_1(0) &= \theta_2(0), \frac{d\theta_2(0)}{dz} - \chi \frac{d\theta_1(0)}{dz} + JL = 0 \end{aligned}$$

式中,  $h_1, h_2$  是汽、液层的无量纲厚度;  $\theta_1, \theta_2$  分别是基态能量方程中汽、液层的无量纲温度变量;  $Pr$  是无量纲参数 Prandtl 数,  $Pr = \nu_2/\kappa_2$ ;  $J$  表示系统的质量蒸发率,  $L$  为无量纲的潜热。

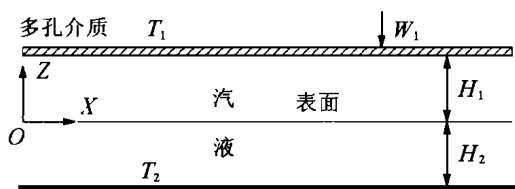


图 1 两层流系统的物理模型示意图

上述微分方程求解得到液层内的温度是线性分布。

$$\frac{d\theta_2}{dz} = -\frac{\kappa JL[\exp(Prw_{10}h_1/\kappa) - 1] + \chi Prw_{10}}{h_2\chi Prw_{10} + \kappa[\exp(Prw_{10}h_1/\kappa) - 1]}$$

表示的是汽液界面  $z = 0$  处的液层的温度梯度。在一般情况下  $Prw_{10}h_1/\kappa$  是一个小量,  $d\theta_2/dz$  可近似等于  $-(JLh_1 + \chi)/(h_1 + h_2\chi)$ 。由此可以看出液层的温度梯度变化主要决定于系统的质量蒸发率  $J$ , 汽相和液相的热传导系数比  $\chi$ , 以及汽层与液层的厚度比  $h = H_1/H_2$ 。在经典的单层流 Marangoni-Bénard 稳定性分析中, 液层的温度梯度是产生对流不稳定性的决定因素。本系统中由于蒸发会引起表面温度的变化, 从而不同的质量蒸发率  $J$  会改变液层的温度差  $\Delta T_2 = T_{int} - T_2$ , 进而对系统的 Marangoni-Bénard 对流不稳定性产生影响。这里  $\Delta T_2$  是液层的温差,  $T_{int}$  是汽液界面的温度。

对系统采用 Boussinesq 近似, 然后对连续性方程, 动量方程及能量方程线性化, 对速度, 温度,

压力分别引入与  $\exp[\lambda t + i(\alpha_x x + \alpha_y y)]$  成正比的正则模式小扰动量 (详见文献 [5])。如果仅考虑蒸发量对液层温度梯度的改变这个因素对系统 Marangoni-Bénard 不稳定性的影响, 不考虑扰动态的蒸发速率对系统的影响, 扰动态方程和边界条件为:

$$\begin{aligned} \nu(D^2 - \alpha^2)^2 W_1 - w_{10}D(D^2 - \alpha^2)W_1 - \beta Gr \alpha^2 \Theta_2 &= \lambda(D^2 - \alpha^2)W_1 \\ \kappa(D^2 - \alpha^2)\Theta_1 - Pr \frac{\partial T_{10}}{\partial z} W_1 - w_{10}PrD\Theta_1 &= \lambda Pr \Theta_1 \\ (D^2 - \alpha^2)^2 W_2 - Gr \alpha^2 \Theta_2 &= \lambda(D^2 - \alpha^2)W_2 \\ (D^2 - \alpha^2)\Theta_2 - Pr \frac{\partial T_{20}}{\partial z} W_2 &= \lambda Pr \Theta_2 \\ z = h_1 : W_1 = 0, DW_1 = 0, \Theta_1 = 0 \\ z = -h_2 : W_2 = 0, DW_2 = 0, \Theta_2 = 0 \\ z = 0 : DW_1 = DW_2, W_1 = 0, W_2 = 0 \\ \Theta_1 = \Theta_2, D\Theta_2 - \chi D\Theta_1 &= 0 \\ \mu(D^2 + \alpha^2)W_1 - (D^2 + \alpha^2)W_2 &= \alpha^2 \frac{Ma}{Pr} \Theta_2 \end{aligned}$$

式中,  $D$  是无量纲微分算子  $d/dz$ ;  $\alpha$  是无量纲波数;  $\lambda$  是扰动态物理量的时间增长因子;  $W_1, W_2$  分别是汽液层  $z$  方向的无量纲速度的幅值;  $\Theta_1, \Theta_2$  是正则模式扰动态的无量纲温度的幅值。  $Gr$  和  $Ma$  是方程和边界条件中的无量纲参数: Grashof 数定义为  $Gr = g\beta_2\Delta T/\nu_2^2$  和 Marangoni 数  $Ma = \sigma_T\Delta TH/\mu^2\kappa^2$ ,  $\sigma_T$  是表面张力系数随温度变化率的相反数。其中,  $\rho, \kappa, \chi, \mu, \nu$  分别为汽层与液层的密度、热扩散系数、热传导系数、动力学粘度、运动学粘度之比值,

### 3 数值结果

#### 3.1 数值方法

采用谱方法求广义特征值, 用 Chebyshev 多项式离散上述线性化方程组和边界条件。

#### 3.2 数值结果

本文以乙醇和乙醇蒸汽的两层流物理系统为研究对象进行理论分析, 讨论了蒸发对系统 Marangoni-Bénard 稳定性的影响。该系统的物性参数比和无量纲数值分别是:  $\nu = 3.5 \times 10^{-1}, \rho = 2.3 \times 10^{-4}, \chi = 8.5 \times 10^{-2}, \kappa = 6.1 \times 10^{-2}$  和  $Pr = 14.87, Gr = 0$ 。

图 2 给出了汽液厚度比为 1:1 的情况下, 乙醇与乙醇蒸汽的两层流系统在不同蒸发率下的临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的变化关系。图中的

每一条曲线把平面分成两部分，曲线的上半部分是不稳定区域，下半部分是稳定区域。每条曲线上的最低点对应的 Marangni 数为临界 Marangoni 数。当上下壁面的温差使系统的 Marangoni 数大于临界 Marangoni 数时，在实验中会观察到对流涡胞。图 2 中的每一条曲线对应着一定的蒸发速率，随着蒸发速率的增加临界 Marangoni 数减小。蒸发率为零的情况下，得到的结果跟文献中无蒸发的两层流的 Marangoni-Bénard 不稳定性的结果是一致的。

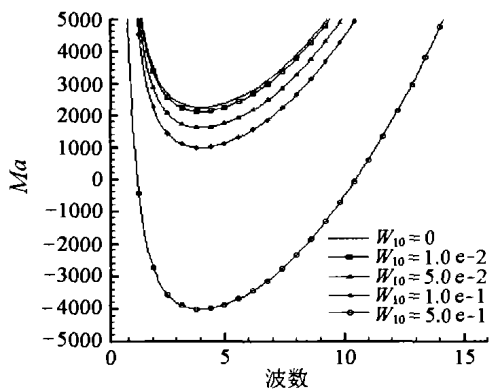


图 2 厚度比为 1:1 时在不同无量纲蒸发速率下临界 Marangoni 数与波数的关系

图 3 给出了汽液层厚度比为 2:1 的情况下系统临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的关系。可以看出在小蒸发率的情况下，临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的关系与无蒸发现象的两层流很接近。随着蒸发速率的增加，Marangoni 数比无蒸发的情况下小很多，甚至会出现负值。表 1 给出了汽 / 液厚度比取不同的参数时，不同蒸发量下对应的临界 Marangoni 数。以  $h = 1$  为例，可以看出在小蒸发量下，临界 Marangoni 数变化不大，当蒸发速率超过 0.1 以后， $Ma$  值的变化非常显著，甚至会出现负值。Marangoni 数为负值对应的系统总温差值  $\Delta T < 0$ 。根据计算的结果，在大蒸发速率的情况下，即使是在底部温度低于上壁面温度的情况下，系统也可能发生不稳定现象。这一现象在以前经典的无蒸发效应封闭两层流体 Marangoni-Bénard 对流稳定性分析中没有发现过，其结果也是用两层流体 Marangoni-

表 1 临界 Marangoni 数与无量纲蒸发速率之间的关系

$Ma$	$w_{10}$					
	0	0.01	0.05	0.1	0.5	
1	2217	2205	1596	979	-4015	
$h$	2	6368	6343	5124	3880	-6112
	5	31053	30991	27952	24848	-93

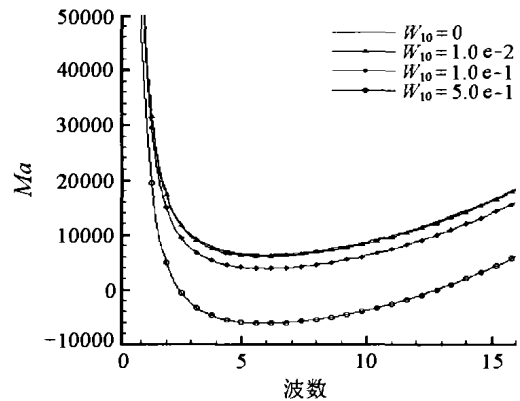


图 3 厚度比为 2:1 时在不同无量纲蒸发速率下临界 Marangoni 数与波数的关系

Bénard 对流不稳定性经典理论解释不通的。然而在实验研究中<sup>[6]</sup>，则实验观察到了本文的理论分析结果。

## 4 结 论

本文建立了一种新的两层流物理模型，采用线性稳定性方法，对带有蒸发的汽液两层流系统的 Marangoni-Bénard 不稳定进行了理论分析。得到了不同的蒸发速率下，系统的临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的变化关系。计算结果表明汽液界面上的蒸发现象是影响汽液两层流系统稳定性的重要因素，并在理论上证实了在大蒸速率的情况下，Marangoni-Bénard 不稳定性可以发生在液层底部冷却的系统中。这一新现象在以前经典的无蒸发效应两层流体 Marangoni-Bénard 对流稳定性分析中没有发现过。

## 参 考 文 献

- [1] J R A Pearson. On Convection Cells Induced by Surface Tension. *J. Fluid Mech.*, 1958, 4: 489-500
- [2] Liu Q S. Marangoni Convection in Multiple Liquid Layers. *ACTA Mechanica Sinica*, 2002, 34(4): 481-491
- [3] P Colinet, J C Legros, M G Velarde. *Nonlinear Dynamics of Surface-Tension-Driven Instabilities*. Wiley-VCH, 2001, 132-147
- [4] Andrea Prosperetti and Milton S. Plesset. The Stability of an Evaporating Liquid Surface. *Phys. Fluids*, 1984, 27(7): 1590-1602
- [5] Q S Liu, R Liu, W R Hu. Linear Stability Analyses of Convection in Two-layer System with an Evaporating Gas-Liquid Interface. In: 54<sup>th</sup> International Astronautical Congress. Bremen, Germany, 2003. IAC-03-J.4.02
- [6] An Ti Chai, Nengli Zhang. Experimental Study of Marangoni-Bénard Convection in a Liquid Layer Induced by Evaporation. *Experiment Heat Transfer*, 1998, 11: 187-205