

# 受水压振荡时饱和砂床的液化与变形特性\*

鲁晓兵<sup>1</sup> 张金来<sup>1</sup> 王义华<sup>1</sup> 王淑云<sup>1</sup> 崔鹏<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>中国科学院力学研究所 100080 北京) (<sup>2</sup>中国科学院成都山地灾害与环境研究所 成都 610041)

**摘要** 为考察饱和砂土地基受到水压振荡作用时的动力响应,根据两相连续介质理论,分析了液化发展、液化区厚度、颗粒速度等。研究表明,随着土强度和渗透性的降低与载荷强度的增加,液化发展速率加快;随着土强度的降低和渗透性、载荷强度的增加,变形量增加;如果土的初始分布不均匀,则在渗透性小的位置,应变和孔隙水压力将剧烈变化,这可以解释为什么在一定条件下土中会出现断裂和水层。

**关键词** 土力学, 水压振荡, 断裂, 液化

**分类号** TU 472.2<sup>+1</sup> **文献标识码** A **文章编号** 1000-6915(2004)19-3324-06

## LIQUEFACTION AND DISPLACEMENT OF SATURATED SAND UNDER WATER PRESSURE OSCILLATION

Lu Xiaobing<sup>1</sup>, Zhang Jinlai<sup>1</sup>, Wang Yihua<sup>1</sup>, Wang Shuyun<sup>1</sup>, Cui Peng<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Institute of Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080 China)

(<sup>2</sup>Institute of Mountain Hazard and Environment, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041 China)

**Abstract** In order to investigate the influence of vertical water pressure oscillation on the liquefaction of saturated sand, one dimensional side-constrained model of saturated sand is presented based on biphasic continuous media theory. The development of liquefaction and the liquefaction thickness are analyzed. It is shown that the developing rate of liquefaction increases with the increment of load and the decrement of sand strength or the permeability, but the deformation of sand increases with the decrement of sand strength and increment of permeability and load. If the permeability of sand is homogeneous, the pore pressure and the strain rise sharply near the place with the smallest permeability. This solution may explain why the fracture occurs in the sand column in some conditions. With the development of liquefaction, the strength of the soil foundation becomes smaller and smaller. The foundation will slide or flow when the limited state arrives. That means, landslides or debris flow will occur.

**Key words** soils mechanics, water pressure oscillation, fracture, liquefaction

## 1 引言

当振动载荷作用于饱和土上时,液化就有可能发生。液化后的土体只有很小的强度,因而很容易在甚至是小坡度的坡上发生滑动或流动。关于地震剪应力导致的液化,人们开展了许多工作<sup>[1,2]</sup>。针对剪应力和压应力耦合作用时波的传播和孔压发

展,人们也开展了工作<sup>[3,4]</sup>,虽然其中的孔压被认为只是由剪切引起,但这些工作对液化研究是很有益的。文[5~7]已得到了一些侧限条件下液化的结果。但是,这些研究将土骨架假设为弹性介质,与实际有差别,且主要是讨论孔压发展,较少讨论液化区厚度的发展。鉴于此,本文考虑如下模型:土层分布为水平无限而垂向有限(见图1);土的特征参数只

2003年3月21日收到初稿,2003年5月20日收到修改稿。

\* 国家自然科学基金杰出青年基金(40025103)和中国自然科学基金(10202024)资助课题。

作者 鲁晓兵 男,35岁,博士,1990年毕业于成都科技大学力学系,现任副研究员,主要从事岩土工程方面的研究工作。E-mail: xblu@imech.ac.cn.

沿垂向变化；载荷加在土表面，土底部固定，土体在加载前处于静止状态。笔者首先将建立饱和砂土动力模型，然后通过数值模拟分析液化的发展和变形特性。

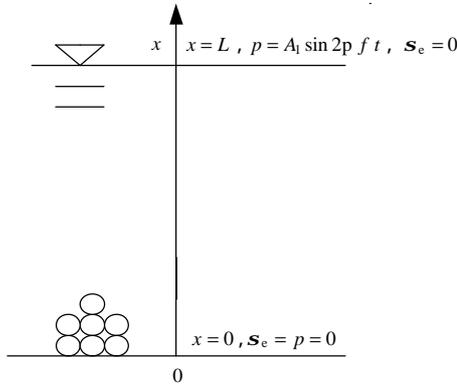


图 1 模型示意图  
Fig.1 Model sketch

## 2 基本方程

本问题的基本方程包括本构关系、平衡方程和定解条件。

### 2.1 本构关系

采用侧限条件下的本构关系<sup>[8]</sup>，由加载曲线和卸载曲线组成，数据由实验取得。

本构关系表述如下：

加载曲线：

$$s_e - s_{els} = \frac{E_{ls}(e - e_{ls})}{1 - \frac{e - e_{ls}}{e_{ls}}} \quad (1)$$

卸载曲线：

$$s_e - s_{eus} = \frac{E_{us}(e - e_{us})}{1 - \frac{e - e_{us}}{e_{us}}} \quad (2)$$

式中： $s_e$ ， $e$  分别为砂土的有效应力和应变； $s_{els}$ ， $e_{ls}$  分别为砂土第  $s$  条加载曲线对应的起始点的有效应力和应变； $s_{eus}$ ， $e_{us}$  分别为砂土第  $s$  条卸载曲线对应的起始点的有效应力和应变； $E_{ls}$ ， $e_{ls}$ ， $E_{us}$ ， $e_{us}$  为加卸载曲线的 4 个参数，前 2 个为第  $s$  条加载线起始点的切线模量和该条加载线的极限应变，后 2 个为第  $s$  条卸载线中起始点的切线模量和该条加载线的极限应变，这 4 个参数由初始加载线的

切线模量和极限应变以及曲线转折点处的应力应变状态来确定。加载线的极限应变是指最大的压缩应变，卸载线的极限应变是指该条曲线的最大值，土体的变形不容许超过极限应变。

加载中切线模量  $E_{ls}$  和极限应变  $e_{ls}$  由下面两式确定

$$E_{ls} = E_{10} \left( 1 + \frac{e_{ls}}{a_1 + a_2 e_{ls}} \right) \left( 1 + \frac{s_{els}}{s_{ec}} \right)^{0.5} \quad (3)$$

$$e_{ls} = e_{10} \left( 1 - \frac{e_{ls}}{a_3 + a_4 e_{ls}} \right) \left( 1 + \frac{s_{els}}{s_{ec}} \right)^{0.5} \quad (4)$$

式中： $E_{ls}$ ， $e_{ls}$  分别为以  $e_{ls}$ ， $s_{els}$  为起始点对应的加载线的切线模量和极限应变； $E_{10}$ ， $e_{10}$  分别为砂土初始加载线的加载切线模量和极限应变； $a_1 \sim a_4$  均为实验常数； $s_{ec}$  为砂土前期的固结压力，取为 1.0 kPa。

卸载线中切线模量  $E_{us}$  和极限应变  $e_{us}$  由下面两式确定：

$$E_{us} = E_{10} \left( 1 + \frac{e_{us}}{b_1 + b_2 e_{us}} \right) \left( 1 + \frac{s_{eus}}{s_{ec}} \right)^{0.5} \quad (5)$$

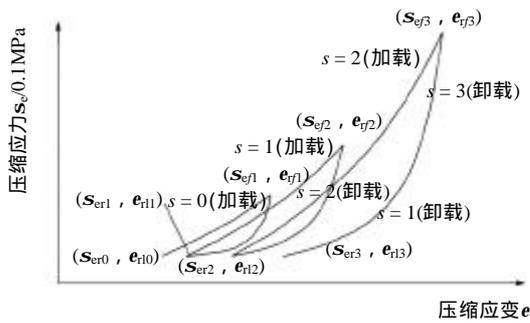
$$e_{us} = e_{10} \left( 1 - \frac{e_{us}}{b_3 + b_4 e_{us}} \right) \left( 1 + \frac{s_{eus}}{s_{ec}} \right)^{0.5} \quad (6)$$

式中： $E_{us}$ ， $e_{us}$  分别为以  $e_{us}$ ， $s_{eus}$  为起始点的卸载线的切线模量和极限应变； $b_1 \sim b_4$  均为实验常数；其他参数的意义同前。

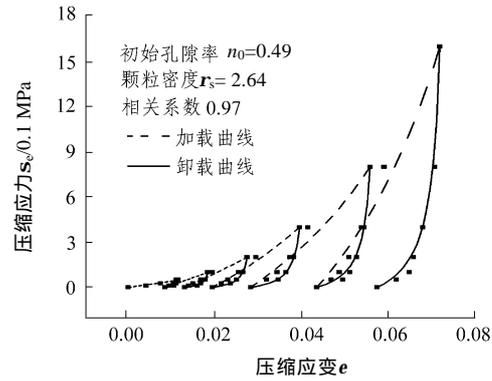
本构关系示意及其中的变量和实验验证见图 2。图 2(a)给出了加、卸载线的示意，包括曲线形式、编号、式(7)~(10)中各参数的意义。图 2(b)给出了一个样本的实验数据与拟合值的对比结果，详情参见文[8]。

### 2.2 控制方程和定解条件

Biot 最早给出了描述饱和砂土中水和砂相互作用的控制方程<sup>[9]</sup>。虽然有些学者建立了其他形式的控制方程，如基于混合物理论的方程<sup>[10, 11]</sup>，但是并没有得到比 Biot 更多的结果，而在一定条件下，它们趋向一致。文[12~14]给出了一般增量形式的控制方程，但是，该方程将位移作为基本量，且假设水和颗粒均可压，不适用于本研究而且增加了分析的难度。为此，本文应用如下的控制方程进行分析<sup>[4, 15]</sup>：



(a) 本构关系示意图



(b) 实验数据与拟合值的对比

图 2 本构关系示意图及实验验证结果

Fig.2 Sketch of constitutive relation and testing verification

$$\left. \begin{aligned} n\mathbf{b} \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{r}_w \frac{\partial n}{\partial t} + n\mathbf{r}_w \frac{\partial v_w}{\partial x} + \mathbf{r}_w v_w \frac{\partial n}{\partial x} + n v_w \mathbf{b} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial n}{\partial t} - (1-n) \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial n}{\partial x} &= 0 \\ n\mathbf{r}_w \frac{\partial v_w}{\partial t} + n \frac{\partial p}{\partial x} &= -H + n\mathbf{r}_w g \\ (1-n)\mathbf{r}_s \frac{\partial v_s}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{s}_e}{\partial x} &= H + (1-n)\mathbf{r}_s g \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中： $n$  为孔隙率； $v_w$ ， $v_s$  分别为水和颗粒的速度； $\mathbf{r}_w$ ， $\mathbf{r}_s$  分别为水和颗粒的密度； $p$  为孔隙压力； $\mathbf{s}_e$  为有效应力； $g$  为重力加速度； $\mathbf{b}$  为水的可压缩系数； $H$  为相间作用力且有

$$H = n^2(v_w - v_s)/K \quad (8)$$

式中： $K$  为相间作用系数且  $K = k/m$ ，而  $k$ ， $m$  分别为骨架的物理渗透率(量纲为  $L^2$ )和水的粘性系数。

顾及运动量  $v_s$  和本构量应变  $e$  的几何关系和相间作用系数  $K$  与孔隙率  $n$  之间的关系，分别取

$$\dot{e} = \frac{\partial v_s}{\partial x} \quad (9)$$

$$K = \left(\frac{n}{n_0}\right)^5 \left(\frac{1-n_0}{1-n}\right)^2 K_0 \quad (10)$$

式中： $K_0$  为初始相间作用系数，即孔隙率为  $n_0$  时的相间作用系数<sup>[16]</sup>。

初始条件为

$$\left. \begin{aligned} t &= 0 \\ n &= f_1(x) \\ p &= \mathbf{r}_w g x \\ \mathbf{s}_e &= (1-n_0)(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_w) g x \\ v_w &= v_s = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中： $f_1(x)$  为与初始孔隙率有关的函数，本文中为自重形成的随深度减小的函数。

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} x &= L \\ p &= A_1 \sin 2\pi f t \\ \mathbf{s}_e &= 0 \\ x &= 0 \\ v_s &= v_s = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中： $A_1$ ， $f$  分别为载荷的幅值和频率； $L$  为砂层的厚度。

可采用如下的一阶隐式格式求解本问题。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{f_i^j - f_i^{j-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

### 3 实验与数值结果的对比

文[6]进行了水压振荡条件下的实验以模拟波浪荷载下海床的液化。荷载加在顶面，底部固定，实验筒内径 8.9 cm，高 2.1 m。材料和荷载参数为：孔隙率  $n_0 = 0.4$ ；固相密度  $\mathbf{r}_s = 2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ；压力变化频率  $f = 1.37 \text{ Hz}$ ；压力变化幅值  $a_0 = 40 \text{ cm}$ ；平均动水头  $h_0 = 100 \text{ cm}$ ；物理渗透率  $k = 1.5 \times 10^{-11} \text{ m}^2$ ；土厚  $D = 100 \text{ cm}$ 。与文[6]的假设一样，计算中将骨架作为弹性介质。

本文的计算结果与文[6]的结果吻合良好(见图 3)。

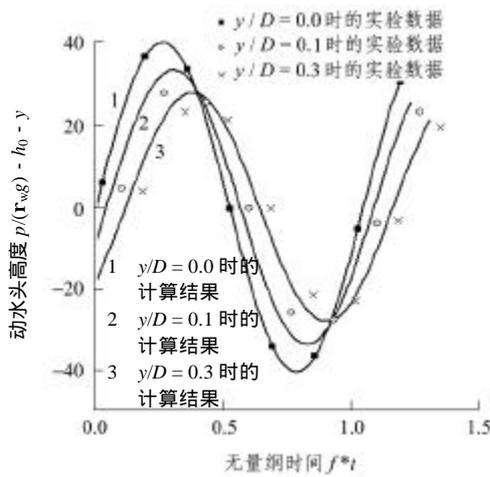


图 3 计算与实验结果比较

Fig.3 Comparison between numerical and experimental results

### 4 液化的发展

计算所取的参数范围是：初始切线模量  $E_{t0} = 0.51 \sim 5.1 \text{ MPa}$ ；初始极限应变  $e_{r0} = 0.1 \sim 0.7$ ；初始物理渗透率为  $5 \times 10^{-11} \sim 5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ ；初始孔隙率  $n_0 = 0.35 \sim 0.55$ ；外载振幅  $A_1 = 0.26 \sim 1.02 \text{ MPa}$ ；外载频率  $f = 1 \sim 40 \text{ Hz}$ 。

通过计算发现，土的强度与载荷的强度相比是一个相对值，载荷强度越高，土的强度越低，二者之间的比值  $A_1/E_0$  越大，产生液化所需要的循环次数越少，即液化越容易发生，液化厚度越大(见图 4, 5)。渗透的快慢不仅与渗透性有关，而且与载荷的频率和渗透路径有关，渗透率越小，频率越高，渗透路径越长，排水性就越差，液化就越容易发生，液化厚度越大(见图 6, 7)。液化区的发展随着液化

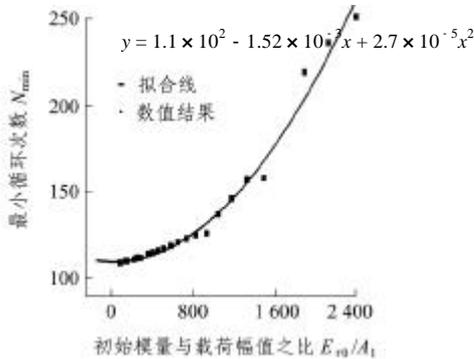


图 4 液化产生的最小循环次数  $N_{\min}$  与  $E_{t0}/A_1$  的关系  
Fig.4 The minimum cycle number  $N_{\min}$  of liquefaction versus  $E_{t0}/A_1$

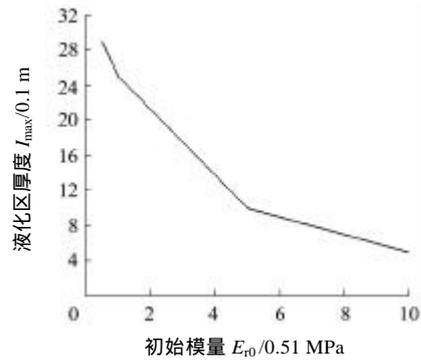


图 5 切线模量对最大液化厚度的影响

Fig.5 Effect of initial tangent modulus on maximum thickness of liquefaction zone

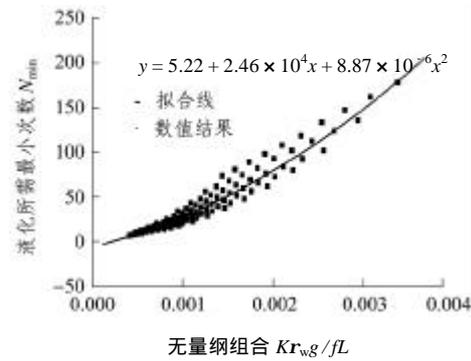


图 6 液化产生的最小循环次数  $N_{\min}$  与  $Kr_wg/fL$  的关系  
Fig.6 The minimum cycle number  $N_{\min}$  of liquefaction versus  $Kr_wg/fL$

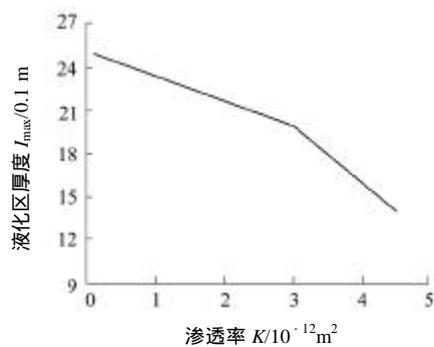


图 7 渗透率对最大液化厚度的影响

Fig.7 Effect of permeability on maximum thickness of liquefaction zone

厚度增加而逐渐减弱，直到停止。对应于一定的条件，砂土中液化区的厚度有一个最大值，即液化区的最大厚度。

### 5 结果分析

砂土的强度越低，骨架抵抗破坏的能力越弱，骨架产生的压缩趋势就越强；砂土的渗透性越小，

排水就越困难，对骨架压缩变形的阻碍作用就越大，砂和水之间的相互作用就会越强，在外载作用下砂土结构越容易遭到破坏，液化的发展就越快。同时，外部扰动在砂土中的衰减就越慢，液化区就能扩展得越远。但是，因为在液化区内固相颗粒与水之间仍然有相间作用，使外部扰动沿深度逐渐衰减，最后到零，达到最大液化厚度。

因此，对饱和砂土的液化可作如下描述：饱和砂土的液化是在固定静载之外的动载作用下，抵抗有效应力的能力下降甚至丧失的一种过程。饱和砂土的有效应力能力来自砂粒间的结构作用，其值不仅取决于初始状态，还取决于偏应变和体应变的历史。由于体应变等于从单元流出或流入单元的液体量，所以在饱和砂土的动力响应过程中，应力-应变历程与液体的渗流是紧密耦合的，而且液体以压力的形式承担着部分外载。在运动过程中，荷载在液体与砂之间的分配随时间发生着变化。液体承担液化的能力十分大，砂抵抗偏应力的能力不仅十分有限，而且随着应力和应变带来的损伤，这个能力不断下降。于是，在一定条件下出现荷载向液体的转移，其表现为有效应力下降，水压增加，这就是液化。

例如，对于多数砂来说，由于剪应力导致砂粒间结构的破坏，为使其能保持承担偏应力的能力，其体积必须变小(即所谓剪缩现象)，这时如果不能及时把足够的水排出以缩小体积，就会出现液化。

当外载变化停止后，出现过液化的地层将在现在的状态下最终达到平衡，于是地层中出现或大或小的“永久”变形，表现为沉陷、排水、滑坡。

### 6 断裂以及速度随深度的变化

因为与土体的失稳有密切关系，人们对土体中的断裂现象一直有浓厚的兴趣。Seed 最早提出地震时砂土中出现裂缝是滑坡的原因<sup>[17]</sup>。后来一些学者对该问题开展了实验研究<sup>[18, 19]</sup>，他们只观察了实验中的宏观现象。本文计算表明，如果初始孔隙率连续分布，则随着时间变化，土体的孔隙率变化主要出现在载荷作用端，逐渐向远处发展(见图 8)。如果假设某一位置如  $z = 1.0 \text{ m}$  处的孔隙率比连续分布时降低 5.5%，则发现接近该处靠载荷端的位置的孔隙率与其他位置的孔隙率相比变化快(见图 9)。这样，

该处的土将最早失效并出现裂纹或裂缝。这与实验的主要特征<sup>[17-20]</sup>和理论分析<sup>[21-23]</sup>一致。

图 10, 11 给出了水和颗粒的速度随深度的变化关系。可以看到，两相速度在载荷作用端变化大，其波动随深度逐渐减弱，同一时刻的方向不一定相同。两相反向的运动，尤其是水挤入骨架单元的情况，是土体结构破坏的原因。

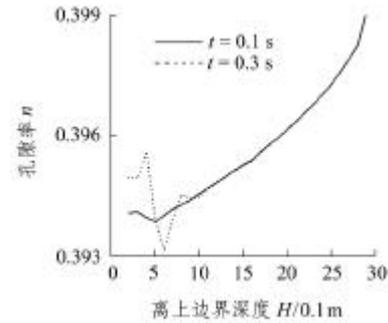


图 8 均匀孔隙分布时孔隙率随深度的变化  
Fig.8 Variation of porosity with depth when porosity distributes uniformly

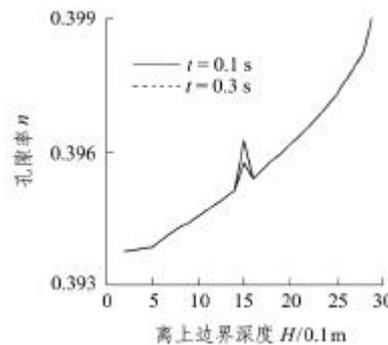


图 9 非均匀孔隙分布时孔隙率随深度的变化  
Fig.9 Variation of porosity with depth when porosity distributes non-uniformly

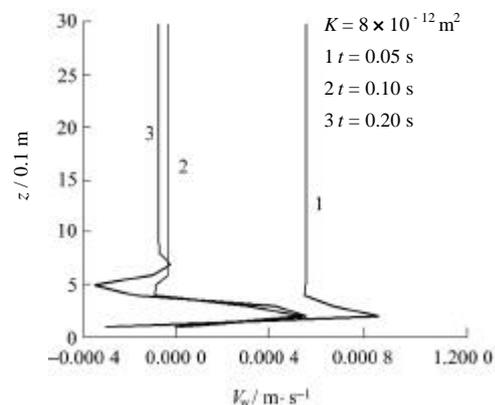


图 10 水的速度随深度的变化  
Fig.10 Variation of water velocity with depth

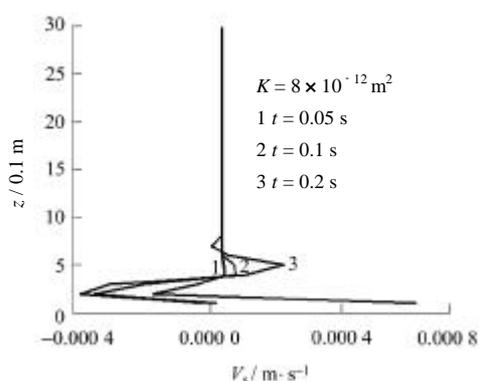


图 11 颗粒的速度随深度的变化

Fig.11 Variation of grains velocity with depth

## 7 结 语

本文主要有以下结论：

(1) 将饱和砂土作为两相连续介质，建立了饱和砂土在垂向荷载作用下的数学表述。

(2) 主要参数对有效应力的影响有以下特点：随着渗透系数的减小，或土体强度的降低，液化的发展就越快。

(3) 如果土中孔隙初始分布不均匀，则孔隙变化将在不均匀处集中而剧烈地变化，这是土中产生裂缝的原因之一。

## 参 考 文 献

- 1 Finn W D L, Lee K W, Martin G R. An effective stress model for liquefaction[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1977, 103(GT6): 517 ~ 533
- 2 Liou C P, Streeter V L. The numerical model of liquefaction[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1977, 103(GT4): 589 ~ 606
- 3 Zienkiewicz O C, Shiomi T. Dynamic behaviour of saturated porous media: the generalized Biot formulation and its numerical solution[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1984, 8(1): 71 ~ 96
- 4 Provost J H. Nonlinear transient phenomena in saturated porous media[J]. Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., 1982, 20(1): 3 ~ 8
- 5 Zen K, Yamazaki H. Oscillatory pore pressure and liquefaction in seabed induced by ocean waves[J]. Soils and Foundations, 1990, 30(4): 147 ~ 161
- 6 Nogo H, Maeno S. Pore pressure and effective stresses in a highly saturated soil bed under water pressure variation on its surface[J]. Natural Disaster Science, 1987, 9(1): 23 ~ 35
- 7 Hideo Sekiguchi, Katsutoshi Kita, Osamu Okamoto. Response of poro-elastoplastic beds to standing waves[J]. Soils and Foundations, 1995, 35(3): 31 ~ 42
- 8 鲁晓兵, 谈庆明, 余善柄等. 往复荷载下有侧限的饱和砂土应力-应变关系实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 859 ~ 863
- 9 Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1956, 28(2): 168 ~ 191
- 10 Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. J. Appl. Phys., 1962, 33(12): 1482 ~ 1498
- 11 Green A E, Naghdi P M. A dynamical theory of interacting continua[J]. Int. J. Eng. Sci., 1965, 3(3): 231 ~ 241
- 12 Green A E. On flow of fluid through an elastic solid[J]. Act. Mech., 1970, 11(9): 329 ~ 340
- 13 Zienkiewicz O C, Chang C T, Bettess P. Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils, limits of validity[J]. Geotechnique, 1980, 30(4): 385 ~ 395
- 14 Provost J H. Mechanics of continuous porous media[J]. Int. J. Engng. Sci., 1980, 18(7): 787 ~ 800
- 15 鲁晓兵, 谈庆明, 余善柄等. 垂向荷载作用下饱和砂土的液化分析[J]. 力学学报, 2001, 33(5): 612 ~ 620
- 16 俞善炳. 恒稳推进的煤与瓦斯突出[J]. 力学学报, 1988, 20(2): 97 ~ 106
- 17 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983
- 18 Seed H B. Design problems in soil liquefaction[J]. J. Geotech. Engng., ASCE, 1987, 113(8): 827 ~ 845
- 19 Peng Fujiao, Tan Qingming, Cheng Chemin. Laboratory study on cracks in saturated soils[J]. Acta Mechanica Sinica, 2000, 16(1): 48 ~ 57
- 20 张均锋, 孟祥跃, 谈庆明等. 冲击荷载下饱和土的渗流和沉降的实验研究[J]. 力学学报, 1999, 31(2): 230 ~ 241
- 21 Fiegel G L, Kutter B L. Liquefaction mechanism for layered soils[J]. J. Geotech. Engng., ASCE, 1994, 120(4): 737 ~ 755
- 22 Kobusho H. Water film in liquefied soil and its effect on lateral spread[J]. J. Geotech. and Geoenviron. Engng., ASCE, 1999, 125(10): 817 ~ 826
- 23 Cheng Chemin, Tan Qingming, Zhang Junfeng, et al. Study on the formation of horizontal cracks in saturated soil[A]. In: Proc. Explomet 2000[C]. New Mexico, USA: Albuquerque, 2000