

# 飞行高度及设计长度对锥形流乘波体优化的影响

耿永兵, 刘 宏, 王发民

(中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京 100080)

**摘 要:** 高超声速条件下, 乘波体布局具有高升阻比特性, 本文应用单纯形加速法, 以最大升阻比为目标, 开展了锥形流乘波体布局优化设计研究。特别是, 研究了在高层大气飞行时雷诺数效应与气动特性的关系, 从乘波体飞行高度与设计长度两方面探讨雷诺数对乘波体优化的影响, 结果表明: 给定设计马赫数和圆锥角情况下, 对于最大升阻比优化乘波体, 其雷诺数越小, 摩擦阻力越大, 而升阻比越低。

**关键词:** 乘波体; 优化设计; 雷诺数; 升阻比

**中图分类号:** O543.3      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2006)02-0162-05

## 0 引言

从航空时代开始, 飞行器设计的趋势就是追求更快的速度、飞行更远的距离。当在大气层中巡航速度  $M \geq 5$  时, 由于大的波阻和气动加热引起大的摩擦阻, 使飞行器的阻力快速增加, 形成“升阻比屏障”。乘波体设计是突破该屏障追求高升阻比的一种尝试。其原理是乘波体将激波后的高压流体都限制在飞行器的下表面, 不会绕过前缘, 泄漏到上表面, 因此在相同的攻角下, 乘波外形的升力要比普通外形的升力高很多; 在相同的升力下, 乘波外形的升阻比要比普通外形的升阻比高。乘波飞行器下表面是流线面, 没有横向流动, 可以保证发动机进口截面处流动的均匀性, 也便于进行反设计和优化。

1959 年 Nonweiler 首次提出从已知流场构造三维高超声速飞行器的方法, 在二级楔形流场中构造出第一个乘波构形的高超声速飞行器。1981 年 Rasmussen 等人发表了由锥形流动生成乘波体的论文<sup>[1]</sup>, 此后他们应用高超声速小扰动理论对锥形流乘波体进行了无粘升阻比的优化<sup>[2]</sup>。值得一提的是, 与 Nonweiler 的二维“ $\Lambda$ ”形乘波体设计相比, 由圆锥流场生成的乘波体容积率大得多, 且具有较高的升阻比。美国 Maryland 大学开展了轴对称体绕流的乘波体粘性优化研究<sup>[3,4]</sup>, 将粘性效应直接引入到乘波体的优化过程中。Michael Joseph Gillum 等对以升阻比与体积率的积为目标函数的马赫 14 乘波体进行了优化设计, 并对前缘钝化的外形进行了风洞试验<sup>[5]</sup>。Marcus Lobia 等将乘波体的粘性效应、容

积效率及载荷效率引入到乘波体的优化过程, 将乘波体向实际应用推进了一步<sup>[6]</sup>。这些工作是在特定的飞行高度下, 对一定长度的乘波体展开优化及试验研究。由于表面摩擦系数与雷诺数息息相关, 需要详细评估飞行高度及设计长度对乘波体优化的影响。

本文在  $M_\infty = 12$ 、圆锥角  $Ac = 6.5^\circ$  的条件下开展乘波体优化研究, 以升阻比为研究目标, 应用单纯形加速法扰动乘波体前缘线进行优化设计, 从飞行高度与设计长度两方面阐述雷诺数对最大升阻比乘波体的优化影响, 给出不同雷诺数的优化乘波体外形及气动特性, 讨论雷诺数影响锥形流乘波体优化外形的变化规律。

## 1 乘波体的优化设计

生成乘波体首先要设计一个用来产生三维流场的绕流体, 以该绕流体产生的绕流流场作为生成乘波体的基本流场; 在流场内的激波面上定义一条乘波体前缘线; 采用流线追踪的方法从前缘线进行流线追踪, 生成乘波体下表面; 从前缘线沿来流流线方向追踪生成乘波体上表面, 以得到设计条件下的乘波体。

### 1.1 基本流场

对于圆锥流乘波体而言, 其基本流场是绕轴对称圆锥的超声速流动, 可以通过求解 Taylor - Maccoll 方程得到:

$$\frac{(\gamma - 1)}{2} \left[ 1 - v_r^2 - \left( \frac{dv_r}{d\theta} \right)^2 \right] \left[ 2v_r + \frac{dv_r}{d\theta} \cot\theta + \frac{d^2 v_r}{d\theta^2} \right] -$$

$$\frac{dv_r}{d\theta} \left[ v_r \frac{dv_r}{d\theta} + \frac{dv_r}{d\theta} \frac{d^2 v_r}{d\theta^2} \right] = 0 \quad (1)$$

式中  $v_r$  是圆锥射线的速度分量,  $\theta$  是射线与圆锥轴线的夹角,  $\gamma$  是比热比,本文中该方程用 4 阶 Runge-kutta 方法来求解。

当三维流场得到以后,激波面上的前缘线唯一确定一个乘波体,采用流线追踪的方法沿流线方向追踪,形成乘波体下表面。流线方程为:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (2)$$

这里,  $u, v, w$  分别为流向、法向和切向的速度。上表面与来流方向一致,其压力  $P = P_\infty$ 。

### 1.2 气动力计算

为适应优化设计的快速实现,乘波体的无粘气动力通过对圆锥流场的压力数值积分得到,底阻用来流压力计算。表面摩擦力用参考温度法<sup>[7]</sup>计算。

$$\text{层流摩擦系数 } c_{fL}^* \text{ 为: } c_{fL}^* = 0.664 / \sqrt{\text{Re}_x^*} \quad (3)$$

$$\text{式中雷诺数 } \text{Re}_x^* \text{ 定义为: } \text{Re}_x^* = \frac{\rho^* u_\infty x}{\mu^*} \quad (4)$$

其中  $\rho^* = \frac{P_\infty}{RT^*}$ ;  $u_\infty, P_\infty$  分别为来流速度和压力;  $x$  是前缘线到当地的距离,  $\mu^*$  由桑泽兰公式计算,参考温度  $T^*$  由下式确定:

$$\frac{T^*}{T_\infty} = 1 + 0.032 M_\infty^2 + 0.58 \left( \frac{T_w}{T_\infty} - 1 \right) \quad (5)$$

式中  $T_w$  是壁面温度。

$$\text{湍流摩擦系数 } c_{fT}^* \text{ 为: } c_{fT}^* = 0.074 / (\text{Re}_x^*)^{0.2} \quad (6)$$

流动转接区域的预估采用经验公式<sup>[13]</sup>,当地转接雷诺数  $\text{Re}_{xt}$  与当地边界层外缘马赫数  $M_x$  的函数关系式如下:

$$\log(\text{Re}_{xt}) = 6.421 \cdot \exp(1.209 \times 10^{-4} M_x^{2.641}) \quad (7)$$

用前缘有后掠角  $\delta$  对上式进行如下修正:

$$\frac{(\text{Re}_{xt})_\delta}{(\text{Re}_{xt})_{\delta=0^\circ}} = 0.787(\cos\delta)^{4.346\delta} - 0.7221e^{-0.0991\delta} + 0.9464 \quad (8)$$

式中  $(\text{Re}_{xt})_{\delta=0^\circ}$  由(7)确定。转接起点到前缘的距离  $x_s$  由修正后的雷诺数  $(\text{Re}_{xt})_\delta$  得到,转接终点到前缘的距离  $x_e$  可由下式计算:

$$x_e = x_s [1 + 5(\text{Re}_x)_\delta^{-0.2}] \quad (9)$$

转接区的摩擦系数  $c_{fT}^*$  可以认为是层流摩擦系数  $c_{fL}^*$ 、湍流摩擦系数  $c_{fT}^*$  的线性组合:

$$c_{fT}^* = (1 - \xi)c_{fL}^* + \xi c_{fT}^* \quad (10)$$

上式中的  $\xi = 1 - e^{-3 \left\{ \exp\left(\frac{\ln 2}{5x_s} (\text{Re}_x)_\delta^{0.2} (x - x_s)\right) - 1 \right\}^2}$  (11)  
 $x$  是前缘到转接区域内当地的距离。

$$\text{壁面剪切应力: } \tau_w = \frac{1}{2} \rho^* u_\infty^2 c_f^* \quad (12)$$

### 1.3 优化方法

在基本流场确定的情况下,前缘线是乘波体气动力的决定因素,这里选择前缘线参数为自变量,以升阻比为目标函数,应用单纯形加速法(Nelder and Mead's Method)<sup>[8]</sup>,开展乘波体气动特性的优化。单纯形加速法是以寻求梯度方向为基础的方法,直观上看,通过比较单纯形各顶点目标函数值的大小,判断函数变化的趋势,作为寻求有利逼近方向的参考。具体步骤是先确定初始单纯形,在顶点上做试验,进行比较,去掉坏点,然后应用“反射”,“延伸”,“收缩”和“缩小边长”等方法,逐步逼近目标函数的极小值点。

对于锥形流动,我们用前缘线在 Y-Z 面投影的方法定义乘波体,首先在 Y-Z 截面上按如下要求求出 5 个坐标点:在对称面上选一点 ( $z_1 = 0$ ),在激波锥面所在圆上选一点 ( $z_5 = z_c$ ),其余三点在圆内;然后求出不在圆上的 4 点在激波锥面上的相应坐标 ( $x_j, y_j, z_j, j = 1, 2, 3, 4$ )。得到一个描述前缘线的 8 个变量的曲线关系  $P_i$ :

$$P_i = (y_1, y_2, y_3, y_4, z_2, z_3, z_4, z_5)_i \quad (13)$$

每个优化的前缘线对应一个初始单纯形。为了启动算法,需要给出 8 个变量的 9 个初始单纯形,图 1 给出一组初始单纯形。

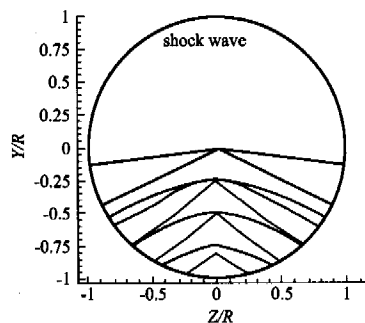


图 1 一组优化的初始单纯形  
 Fig.1 A sets of initial simplex

以巡航状态飞行的超声速飞行器要求具有最大升阻比,其优化的目标函数为:

$$F_{obj}(P_i) = -(L/D)_{viscous} \quad (14)$$

图 2 给出了来流马赫数  $M_\infty = 12$ 、圆锥角  $Ac = 6.5^\circ$ 、飞行高度  $H = 45 \text{ km}$ 、雷诺数  $\text{Re}_l = 2.76 \times$

10<sup>7</sup> 时升阻比最大乘波体的优化收敛曲线,可以看出优化 100 步左右的时候,升阻比已经不再变化,达到最大。

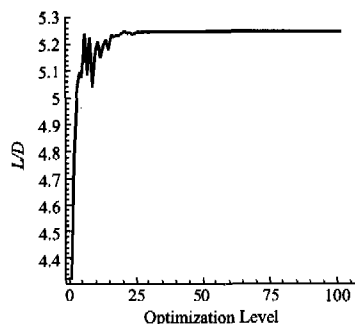


图 2 马赫 12、圆锥角 6.5° 时升阻比优化的收敛曲线

Fig.2 Optimization history at mach 12、6.5° angle of cone for L/D

## 2 结果及讨论

本文以马赫数  $M_\infty = 12$ 、圆锥角  $A_c = 6.5^\circ$ 、壁面温度  $T_w = 1200K$  为设计条件,研究雷诺数对最大升阻比乘波体优化结果的影响。这里我们分别从飞行高度及设计长度两个方面来探讨。

### 2.1 飞行高度

为了研究飞行高度与优化乘波体的关系,我们分别取飞行高度  $H = 35km$ 、 $H = 45km$  和  $H = 60km$ ,乘波体设计长度  $L = 60m$ ,对应雷诺数分别为  $Re_l = 1.23 \times 10^8$ 、 $Re_l = 2.76 \times 10^7$  和  $Re_l = 4.43 \times 10^6$  进行优化设计。

图 3 给出了以升阻比为目标函数的不同飞行高度时优化乘波体外形。

表 1 给出了不同飞行高度的最大升阻比优化乘波体气动特性及无量纲几何参数。可以看出,在来流马赫数及特征长度一定的情况下,飞行高度越高,阻力系数越大,升阻比越小。飞行高度  $H = 35km$  时的优化乘波体阻力系数为  $4.408E-3$ , $H = 60km$  时的优化乘波体阻力系数为  $5.427E-3$ ,阻力系数增加 18% 多;飞行高度  $H = 35km$  时优化乘波体的升阻比为 5.96,飞行高度  $H = 60km$  时优化乘波体的升阻比为 4.88,升阻比减小 18%。而升力系数变化不大。

体积率、细长比随着飞行高度的增加变化不大,体积率最大的是  $H = 45km$  的优化乘波体,比  $H = 35km$  的优化乘波体大了近 3%;细长比最大的是  $H = 60km$  的优化乘波体,比  $H = 35km$  的优化乘波体大了近 2%; $H = 35km$  的优化乘波体半展长比最大,最小的是  $H = 45km$  的优化乘波体,相差近 7%。

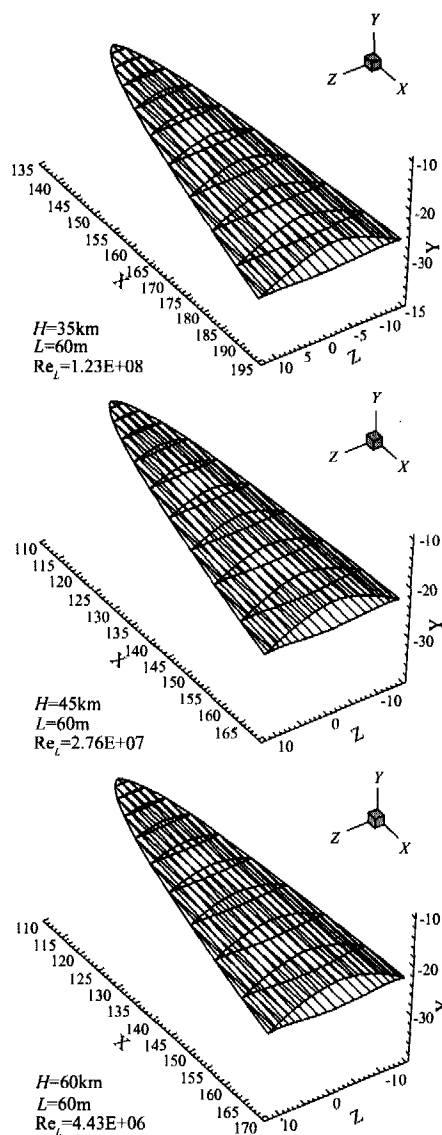


图 3 马赫 12 时不同飞行高度的最大升阻比乘波体外形

Fig.3 Mach 12 maximum L/D waverider at different altitude with 60m length

表 1 不同飞行高度的优化乘波体气动力及几何参数  
Table 1 Force coefficients and geometry parameters of waveriders at different altitude

飞行高度	35Km	45Km	60Km
升力系数	2.6265E-2	2.6486E-2	2.6488E-2
阻力系数	4.408E-3	5.049E-3	5.427E-3
升阻比	5.96	5.25	4.88
体积率	0.1978	0.2034	0.2022
细长比	0.0879	0.0887	0.0889
半展长比	0.2327	0.2180	0.2223

说明给定马赫数和圆锥角时的最大升阻比优化乘波体,其外形属于同类的。

图 4 给出不同飞行高度时优化乘波体的波阻系数(包含底部压力的贡献)与摩阻系数变化曲线。在

飞行高度  $H = 35\text{km}$  的条件下,由于雷诺数相对较大,优化乘波体的摩阻系数小于波阻系数,波阻在总阻力中起主要作用; $H = 45\text{km}$  和  $H = 60\text{km}$  的优化乘波体,其摩阻系数大于波阻系数,摩阻在总阻力中占主导作用。随着飞行高度增加,波阻系数变化很小,而由于雷诺数的相对减小,摩阻则显著增加, $H = 60\text{km}$  的优化乘波体摩阻系数比  $H = 35\text{km}$  的优化乘波体摩阻系数增加近 32%。由此可见,雷诺数减小,表面摩擦系数增大,导致乘波体阻力系数也增大,造成优化乘波体升阻比降低。

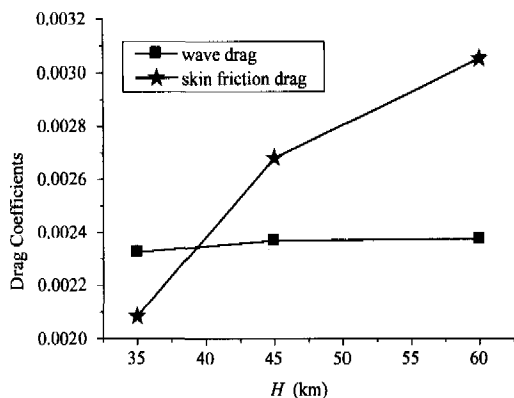


图 4 不同飞行高度时优化乘波体波阻系数与摩阻系数  
Fig.4 Drag force coefficients of waveriders at different altitudes

### 2.2 设计长度

这里我们着重研究由于设计长度的影响,引起雷诺数的变化与优化乘波体升阻比的关系。在飞行高度为  $H = 45\text{km}$  下,乘波体设计长度分别为  $L = 60\text{m}$ 、 $L = 30\text{m}$  和  $L = 6\text{m}$ ,相应雷诺数分别为  $Re_L = 2.76 \times 10^7$ 、 $Re_L = 1.38 \times 10^7$  和  $Re_L = 2.76 \times 10^6$  进行最大升阻比的外形优化设计,研究设计长度影响。

图 5 给出了以升阻比为目标函数的不同设计长度时的优化乘波体外形。

表 2 给出了不同设计长度的优化乘波体气动特性及无量纲几何参数。可以看出,在来流马赫数及飞行高度一定的情况下,设计长度越小,阻力系数越大,升阻比越小。设计长度  $L = 60\text{m}$  时的优化乘波体阻力系数为  $5.049\text{E} - 3$ ,设计长度  $L = 6\text{m}$  时的优化乘波体阻力系数为  $5.929\text{E} - 3$ ,阻力系数增加近 15%;设计长度  $L = 60\text{m}$  时优化乘波体的升阻比为 5.25,设计长度  $L = 6\text{m}$  时优化乘波体的升阻比为 4.62,升阻比下降 12%。 $L = 30\text{m}$  与  $L = 60\text{m}$  的优化乘波体升力系数变化不大, $L = 6\text{m}$  的优化乘波体升力

系数比  $L = 30\text{m}$  的大将近 4%。

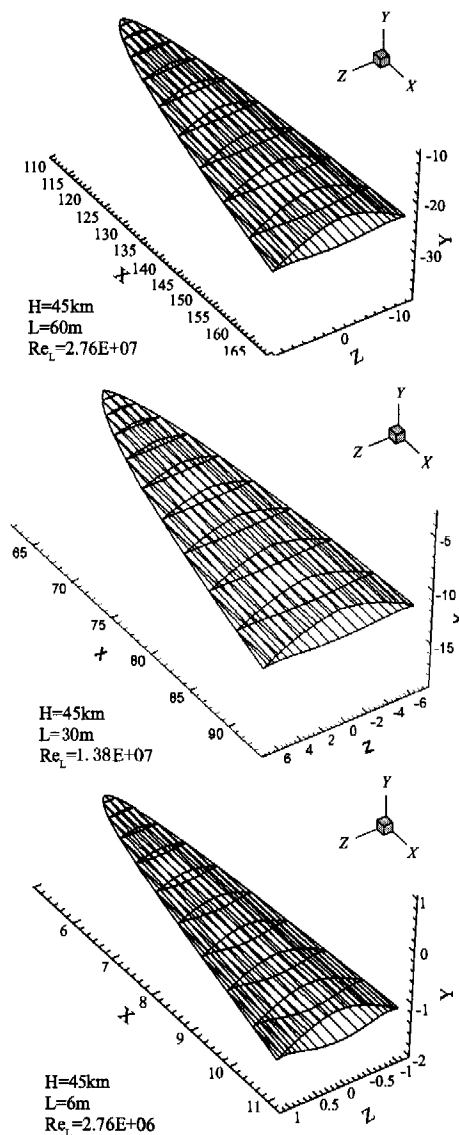


图 5 马赫 12 时不同设计长度的最大升阻比乘波体外形  
Fig.5 Mach 12 maximum L/D waverider with different length at 45km

表 2 不同设计长度的优化乘波体气动及几何参数

Table 2 Force coefficients and geometry parameters of waveriders with different length

设计长度	60m	30m	6m
升力系数	2.649E - 2	2.635E - 2	2.736E - 2
阻力系数	5.049E - 3	5.233E - 3	5.929E - 3
升阻比	5.25	5.04	4.62
体积率	0.2034	0.1998	0.2204
细长比	0.0887	0.0884	0.0929
半展长比	0.2180	0.2283	0.1872

从表 2 中可以看出:体积率最大的是  $L = 6\text{m}$  的优化乘波体,比  $L = 30\text{m}$  的优化乘波体大 9.3%;细长

比最大的是  $L = 6\text{m}$  的优化乘波体,比  $L = 30\text{m}$  的优化乘波体大了近 5%;  $L = 30\text{m}$  的优化乘波体半展长比最大,最小的是  $L = 6\text{m}$  的优化乘波体,相差 18%。

图 6 给出不同设计长度时优化乘波体的波阻系数(包含底部压力的贡献)与摩擦阻系数的变化曲线,可以看出,  $L = 6\text{m}$ 、 $L = 30\text{m}$  和  $L = 60\text{m}$  的优化乘波体,其摩擦系数大于波阻系数,摩擦在总阻力中占主导作用。随着设计长度增加,摩擦系数减小很快,而波阻系数变化幅度较小,  $L = 60\text{m}$  的优化乘波体与  $L = 6\text{m}$  的优化乘波体相比,摩擦系数减小 20%,波阻系数减小 8%。这是因为优化乘波体的设计长度增加,飞行器的当地平均雷诺数增大,表面摩擦系数随着雷诺数的增大而减小,导致摩擦系数减小,乘波体总阻力系数也减小,造成大设计长度的优化乘波体升阻比要高。

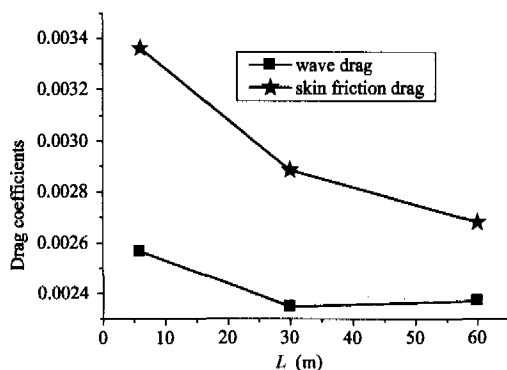


图 6 不同设计长度的优化乘波体的阻力系数

Fig.6 Drag force coefficients of waveriders with different length

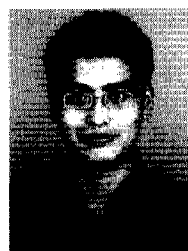
### 3 结论

通过上述研究,在来流马赫数、圆锥角一定的条件下,对于最大升阻比优化的乘波体,飞行高度增加,

其摩擦系数增加,升阻比降低;设计长度加大,摩擦系数减小,升阻比增大。其原因是雷诺数的不同所致。对于给定设计马赫数和圆锥角情况下的最大升阻比优化乘波体,其雷诺数越大,摩擦系数越大,而升阻比越低。本文是锥形流乘波体优化研究的深入认识及探讨,为乘波体的进一步工程应用提供参考。

### 参考文献:

- [1] Rasmussen M L. Waverider configurations derived from inclined circular and elliptic cones[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1980, 17 (6): 537 - 545
- [2] Kim B S, Rasmussen M L, Jischke M C. Optimization of waverider configurations generated from axisymmetric conical flows[J]. Journal of Spacecraft, 1983, 20(5): 461 - 469
- [3] Bowcutt K G, Anderson J D. Viscous Optimized Waveriders[R]. AIAA 87 - 0272, Jan. 1987
- [4] Corda S, Anderson Jr J D. Viscous Optimized Hypersonic Waveriders Designed from Axisymmetric Flow Fields[R]. AIAA 88 - 0369, Jan. 1988
- [5] Michael Joseph Gillum, Mark J Lewis. Experimental results on mach 14 waverider with blunt leading edges[J]. Journal of Aircraft, 1997, 34(3): 296 - 303
- [6] Marcus Lobia, Kojiro Suzuki. Design and Analysis of Payload-Optimized Waveriders[R]. AIAA 2001 - 1849, April. 2001
- [7] John D Anderson Jr. Fundamentals of Aerodynamics[M]. Third Edition. Published by McGraw-Hill Companies, 2001
- [8] Nelder J A, Mead R. A simplex method for function minimization[J]. Computer Journal, 1965, Vol. 7, Jan: 308 - 313



耿永兵(1976 - ),男,中国科学院力学研究所,博士生,流体力学专业,研究方向是应用空气动力学。

通信地址:北京市北四环西路 15 号中国科学院力学研究所 LHD(主楼 231)(100080)

电话:(010)62545533 - 2055

E-mail: gyb\_2005@yahoo.com.cn

## Altitude and Design Length Effects of Optimized Waverider Derived from Cone Flow

GENG Yong-bing, LIU Hong, WANG Fa-min

(LHD, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The hypersonic waverider has characteristics of higher lift over drag ratio. This paper is concerned with waverider optimized design, the object function was lift over drag ratio, viscous optimized process was completed by Nelder and Mead's method. Altitude and design length that determined the Reynolds number was discussed in the optimized process of waverider. The result is: Reynolds number is smaller, coefficients of friction drag is larger, and lift over drag ratio is smaller.

**Key words:** Waverider; Optimized design; Reynolds number; Lift-drag ratio